

# Raisonnement logique et mathématiques



La durée de l'épreuve est de 2 heures (3 parties de 5 questions chacune). Les exercices et le nombre de questions sont adaptés à cette durée.

## Descriptif de l'épreuve

L'épreuve de Raisonnement logique et mathématiques évalue l'aptitude des candidats à utiliser les concepts et outils mathématiques enseignés durant leurs études secondaires. Ils doivent ainsi démontrer leur capacité à modéliser les problèmes et apporter une solution grâce aux outils de logique, d'arithmétique ou de géométrie.

L'épreuve se décompose en 3 parties de 5 questions chacune. Chaque question se compose de 4 propositions. Toutes les réponses sont possibles. Par exemple, dans une même question, les propositions peuvent être toutes vraies, ou toutes fausses. L'utilisation de la calculatrice de la plateforme d'examen est autorisée. Attention, l'utilisation d'une calculatrice personnelle est strictement interdite.

### **1<sup>re</sup> partie : raisonnement logique**

Le candidat met en œuvre des outils simples et adaptés à la résolution des exercices proposés. Il doit faire preuve d'adaptation rapide d'une question à l'autre, les questions étant indépendantes.

### **2<sup>e</sup> partie : raisonnement mathématique**

Le candidat doit démontrer sa maîtrise des outils faisant partie du programme de mathématiques des filières générales du baccalauréat. Les questions y sont également indépendantes.

### **3<sup>e</sup> partie : problème mathématique**

Le candidat doit appliquer les outils mathématiques pour répondre à une problématique d'entreprise. Des notions nouvelles ou peu connues au lycée seront présentées et détaillées dans cette partie. Le candidat devra démontrer sa capacité à mettre en application ces notions à la problématique d'entreprise exposée.

## Conseils

### Notions à connaître

**Étude des fonctions** et, entre autres, les notions suivantes :

- Détermination des ensembles de définition.
- Tableaux de variation.
- Équations du second degré : racines, extrema, représentation.
- Symétrie par rapport à l'origine (fonction impaire) et par rapport à l'axe des ordonnées (fonction paire).

**Fonction exponentielle et logarithme népérien** et, entre autres, les notions suivantes :

- Représentation graphique de ces fonctions.
- Propriétés usuelles :  $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ ,  $\ln(x^\alpha) = \alpha \ln(x)$ ,  
 $\ln(1/x) = -\ln(x)$ ,  $\ln(e^y) = y$ ,  $e^x e^y = e^{x+y}$ ,  $e^x / e^y = e^{x-y}$ ,  
 $y = e^{x \ln(b)} = e^{\ln(b)x} = (e^{\ln(b)})^x = b^x$ .

**La notion de dérivée** et, entre autres, les notions suivantes :

- Signification graphique de la dérivée (tangente en un point).
- Calcul de l'équation de la tangente et position par rapport à la fonction.
- Dérivées usuelles de la forme  $x^n$ ,  $\sqrt{u}$ ,  $e^u$ ,  $\ln(u)$ ,  $u/v$ ,  $u^\alpha$ .
- Détermination des extrema pour une fonction à une variable.

**Statistiques et probabilités** et, entre autres, les notions suivantes :

- Calcul d'une moyenne, d'une moyenne pondérée, d'une espérance d'un écart-type.
- Dénombrement.
- Densité d'une loi.
- Loi binomiale.
- Probabilités conditionnelles, diagrammes de Venn, arbres de décision.

Et les outils suivants :

- Calcul de fractions.
- Calcul des exposants :  $a^m a^n = a^{m+n}$ ,  $a^m / a^n = a^{m-n}$ ,  $(ab)^m = a^m b^m$ ,  
 $(a^m)^n = a^{mn}$ ,  $a^{\frac{1}{m}} a^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$ ,  $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$  ...
- Identités remarquables.
- Manipulation des inégalités.

- Notions géométriques usuelles : surfaces, périmètres, distances, volumes...
- Résolution de systèmes d'équations.
- Utilisation des unités usuelles : masse, volume, vitesse ...

## Préparation de l'épreuve

- Essayez de couvrir toutes les notions. Ne pas maîtriser un point du programme n'est pas éliminatoire.
- S'entraîner sur les annales vous apportera de l'aisance. Les annales d'une année particulière ne couvrent pas forcément toutes les notions. Même si certaines notions sont couvertes, elles peuvent être utilisées dans un cadre ou des exercices différents.
- Prenez contact avec votre enseignant en mathématiques qui pourra vous aider à mieux appréhender certaines notions.

## Consignes

### Le jour de l'épreuve

- Prenez le temps de bien lire et comprendre la question avant de vous lancer dans les calculs.
- Chaque question apporte le même nombre de points. Gérez votre temps en conséquence.
- Vérifiez que vos réponses sont cohérentes avec les informations données et ne sont pas incompatibles les unes avec les autres.

**Important :** possibilité d'utiliser la calculatrice en ligne sur la plateforme. Attention, l'utilisation d'une calculatrice personnelle est interdite.

Chaque question comporte quatre items, notés **A) B) C) D)**. Pour chaque item, vous devez signaler s'il est vrai ou faux.

**Règle d'attribution des points :** vous disposez d'un capital de points initial. Chaque erreur entraîne une pénalité ( $P$ ) qui entame votre capital. Une absence de réponse entraîne une pénalité ( $p$ ) qui entame aussi votre capital ( $p$  est inférieur à  $P$ ). Enfin, un bonus est attribué si vous répondez correctement aux quatre items d'une même question.

#### COEFFICIENTS ATTRIBUÉS À CETTE ÉPREUVE

ESDES 6	ESSCA 9	IÉSEG 9
------------	------------	------------

## EXERCICE N°1 A 5 : RAISONNEMENT LOGIQUE

1) Le responsable Ressources Humaines d'une entreprise a reçu dix candidatures pour un poste de manager.

Il a informé le directeur que parmi les candidats :

· Il y a 6 femmes et 4 hommes.

· Ils sont tous titulaires d'un master et d'un seul dont la spécialisation est soit marketing, soit finance, soit communication digitale.

· Le nombre de candidats titulaires d'un master spécialisation marketing est égal à trois.

· Il y a un seul master spécialisation finance dont le titulaire est un homme.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A.** Les trois titulaires d'un master spécialisation marketing sont des hommes.
- B.** Il y a autant de masters spécialisation marketing chez les femmes que de masters spécialisation communication digitale chez les hommes.
- C.** Le nombre de masters spécialisation communication digitale chez les femmes est au moins égal à 3.
- D.** Il y a plus de masters spécialisation marketing chez les femmes que chez les hommes.

2) Dans une entreprise, Julie, Maeva et Sabine sont trois stagiaires. Chacune d'elles est affectée à un service parmi les trois suivants : Informatique, Ressources Humaines et Logistique.

On sait que :

- La plus diplômée entre Julie et Maeva est la plus rémunérée des trois stagiaires
- La plus rémunérée entre Maeva et Sabine est la plus diplômée des trois stagiaires
- La moins diplômée entre Julie et Sabine est la plus rémunérée des trois stagiaires
- La stagiaire affectée au service Logistique est moins rémunérée que la stagiaire affectée au service Ressources Humaines
- La stagiaire affectée au service Informatique est moins diplômée que la stagiaire affectée au service Logistique.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A.** Julie est moins rémunérée que Sabine
- B.** Julie est la plus diplômée des trois stagiaires
- C.** Sabine est affectée au service Informatique
- D.** Maeva est affectée au service Ressources Humaines

**3)** Une enquête est réalisée, auprès de clients d'un magasin de bricolage, sur leurs achats au cours du mois écoulé, concernant 3 articles, à savoir : une tondeuse, un salon de jardin et un parasol.

Sur les 300 personnes interrogées :

- 62 ont répondu avoir acheté uniquement un salon de jardin, 120 avoir acheté un parasol et 40 avoir acheté une tondeuse.
- Les personnes ayant acheté uniquement un parasol sont 4 fois plus nombreuses que celles ayant acheté uniquement une tondeuse.
- Parmi les personnes ayant acheté une tondeuse, un quart d'entre elles ont également acheté un parasol mais pas de salon de jardin.
- 30 personnes ont à la fois acheté un parasol et un salon de jardin.
- 8 personnes ont acheté une tondeuse et un salon de jardin mais pas de parasol.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A.** 200 personnes n'ont pas acheté de salon de jardin.
- B.** 80 personnes n'ont réalisé aucun achat de ces 3 articles.
- C.** 4 personnes ont acheté une tondeuse, un salon de jardin et un parasol.
- D.** 20 personnes ont acheté uniquement une tondeuse.

**4)** Dans une équipe sportive, chaque fille a 2 fois plus de coéquipiers que de coéquipières.

40 % des membres composant cette équipe ont participé à l'entraînement de jeudi dernier. La moitié des filles et 23 garçons au total ont participé à cet entraînement.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A.** Chaque garçon de ce groupe a deux fois moins de coéquipières que de coéquipiers
- B.** 40 % des garçons ont participé à l'entraînement de jeudi dernier
- C.** Le nombre de filles de cette équipe est égal à 32
- D.** Le nombre de garçons de cette équipe est un multiple de 3

**5)** Lors d'un interrogatoire, un suspect d'un vol a menti pour chacune de ces quatre affirmations suivantes :

- J'étais chez mes parents à la date du vol.
- Je n'ai jamais vu la victime du vol.
- Tous les membres de ma famille peuvent confirmer que j'avais une blessure à la main à la date du vol.
- J'ai actuellement un travail et je gagne bien ma vie.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A.** Le suspect était présent sur le lieu du vol.
- B.** Le suspect a déjà vu au moins une fois la victime du vol.
- C.** Tous les membres de sa famille peuvent confirmer qu'il n'avait pas une blessure à la main à la date du vol.
- D.** Il n'a pas actuellement un travail et il ne gagne pas bien sa vie

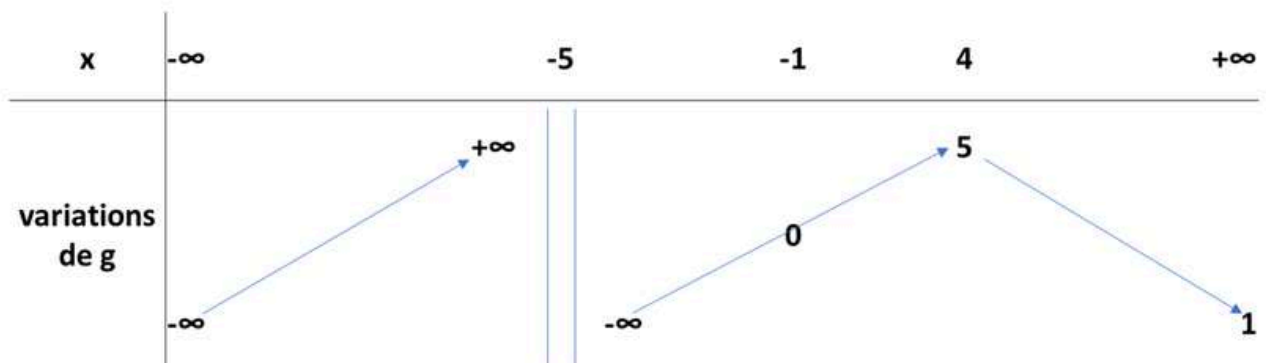
## EXERCICE N°6 A 10 : RAISONNEMENT MATHÉMATIQUES

6) Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{3+e^x}{1-2e^x}$   
Soit  $Df$  l'ensemble de définition de  $f$

- A. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , la fonction  $f$  est définie
- B.  $f'(x) = \frac{e^x}{(1-2e^x)} + \frac{2e^x(e^x+3)}{(1-2e^x)^2}$
- C.  $f'(\ln(1)) = 7$
- D.  $f$  est strictement croissante pour tout  $x \in Df$

7) Soit  $g$  une fonction définie et dérivable sur l'ensemble  $]-\infty; -5[ \cup ]-5; +\infty[$

On donne ci-dessous le tableau de variations de  $g$



Soit la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]-1; +\infty[$  par  $f(x) = \ln(g(x))$

- A. Pour tout réel  $x \in ]-1; +\infty[$ ,  $g(x) \leq 5$
- B. Pour tout réel  $x \in ]-5; 4]$ ,  $g'(x) \geq 0$
- C. La fonction  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $[4; +\infty[$
- D. La dérivée  $f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$  est négative sur  $[4; +\infty[$



**8)** On jette deux dés cubiques normaux et non pipés, l'un noir, l'autre blanc. Les faces de chacun des dés sont numérotées de 1 à 6. On note  $n$  la face apparente du dé noir et  $b$  celle du dé blanc. Soit  $E$  l'équation du second degré dans  $\mathbb{R}$  :  $x^2 - 2nx + b^2 = 0$  alors

- A.** La probabilité que  $E$  ait une racine double est égale à  $\frac{1}{6}$
- B.** La probabilité que  $E$  n'ait aucune racine réelle est égale à  $\frac{5}{12}$
- C.** La probabilité que  $E$  ait deux racines réelles distinctes est égale à  $\frac{5}{12}$
- D.** Si  $E$  a deux racines réelles distinctes, la probabilité qu'elles soient de même signe est égale à  $\frac{1}{2}$

**9)** Une usine a fabriqué des clous de 1,8 centimètre de longueur. Ces clous sont stockés dans une caisse. On note  $X$  la variable aléatoire ayant pour valeurs les longueurs de clous possibles exprimées en centimètres,  $p_i$  la probabilité qu'un clou soit de longueur  $x_i$ . On donne

$x_i$	1,4	1,6	1,8	2	2,2
$p_i$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

- A.** L'espérance mathématique de  $X$  est de 1,8
- B.** Si on prélève au hasard un clou dans la caisse, la probabilité qu'il mesure 2 centimètres ou plus est égale à  $\frac{1}{4}$
- C.** 4 fois de suite, on prélève au hasard un clou dans la caisse, on le mesure et on l'y remet. La probabilité d'avoir prélevé un ou plusieurs clous mesurant 1,4 centimètre est égale à  $\left(\frac{1}{12}\right)^4$
- D.** 4 fois de suite, on prélève au hasard un clou dans la caisse, on le mesure et on l'y remet. La probabilité d'avoir prélevé un ou plusieurs clous de longueur strictement inférieure à 1,6 centimètre est  $1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4$

**10)** Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \ln(x^4 - 1)$

Soit  $D_f$  l'ensemble de définition de  $f$

- A.** L'ensemble de définition est  $D_f = ]0; +\infty[$
- B.** Pour tout  $x \in D_f$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$
- C.**  $f$  est strictement croissante sur  $D_f$
- D.**  $f(x) = \ln(x^4) - \ln(1)$

## EXERCICE N°11 A 15 : PROBLÈME MATHÉMATIQUES

*Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.*

Monsieur Antonio, propriétaire d'un kiosque vendant uniquement des pizzas et partant en retraite, offre son commerce à son fils Paolo. Paolo souhaite comprendre un peu mieux le coût d'une pizza et la marge qui est faite lors de sa vente.

Il a donc effectué des recherches sur internet pour l'éclairer sur le sujet. Il a collecté des éléments de comptabilité analytique dont voici un résumé :

- Le coût de revient unitaire correspond à la somme de l'ensemble des charges directes et indirectes, supportées par l'entreprise pour produire un bien, rapportée à la quantité de biens produits. (Coût de revient unitaire = Somme des charges directes et indirectes / Quantités produites)
- Les charges directes sont celles qui résultent du processus de fabrication du produit : matières premières pour fabriquer un produit, frais de consommation d'énergie liés au fonctionnement des machines, charges de personnel affecté à la production du produit,...
- Les charges indirectes ne sont pas liées pas au processus de production mais participent au fonctionnement de l'entreprise : frais généraux, loyer, publicité, ...
- Le coût de revient permet de déterminer le niveau minimal de fixation du prix de vente du produit pour que l'entreprise puisse couvrir ses frais.
- Il faut ensuite déterminer le montant de la marge qui permettra de dégager des bénéfices de la vente des produits, en tenant compte des prix pratiqués par les concurrents.
- Marge unitaire = Prix de vente unitaire - Coût de revient unitaire
- Marge totale = Montant total des ventes – (Charges directes + Charges indirectes) = Marge unitaire \* Quantité vendue

La nouvelle entreprise de Paolo produit 500 pizzas par mois.

Chaque mois, elle supporte les charges directes suivantes : Pâte à pizza 300€, Ingrédients pour les pizzas 1000€, Electricité pour le four 150€, Salaire du pizzaiolo 1400€ + 25% de charges sociales à payer à l'Etat et une boîte à 0€20 la pièce pour chacune des pizzas fabriquées.

**11)** À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

- A.** Le coût unitaire de la pâte à pizza (coût pour une pizza) représente 0€50.
- B.** Le coût unitaire du Pizzaiolo (charges sociales comprises) représente 3€50 (coût pour une pizza).
- C.** L'ensemble des charges directes mensuelles représentent 3000€.
- D.** Le coût de l'ensemble des charges directes représente 6€60 par pizza.

Chaque mois, l'entreprise a également supporté les charges indirectes suivantes : Loyer 1500€, Frais généraux divers 500€, Autres charges de personnel 1600€ + 25% de charges sociales à payer à l'Etat et Publicité 400€. Le coût unitaire de chaque charge indirecte (coût par pizza) sera calculé en divisant la charge indirecte mensuelle par la quantité de pizzas produites mensuellement.

**12)** À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

- A.** Le coût unitaire des autres charges de personnel (charges sociales incluses) représente 4€.
- B.** Le coût de revient d'une pizza (coût de revient unitaire) est de 15€30.
- C.** En vendant une pizza 16€, la marge unitaire représentera plus de 4% du prix de vente unitaire.
- D.** La marge totale sur le mois est de 300€ si toutes les pizzas fabriquées sont vendues à 16€ l'unité.

Il est probable que Paolo ait besoin de changer son four à pizza rapidement. Deux options s'offrent à lui :

- Hypothèse 1 : Il loue un nouveau four identique à celui qu'il possède. Dans ce cas, la production mensuelle restera égale à 500 pizzas. Il devra dans ce cas supporter une charge indirecte mensuelle supplémentaire de 1000€ ;
- Hypothèse 2 : Il loue un nouveau four plus performant que celui qu'il possède. Dans ce cas, la charge indirecte mensuelle supplémentaire sera de 1100€. Mais ce four permettra de gagner du temps pour le pizzaiolo et pour la cuisson et la production passera à 600 pizzas par mois. Cette production de 600 pizzas entraînera une augmentation de 20% des charges directes mensuelles de la pâte à pizza et des ingrédients. Le salaire du pizzaiolo restera le même.

Quelle que soit l'hypothèse retenue, le coût mensuel de l'électricité pour le four restera à 150€.

**13)** À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

- A.** Si l'hypothèse 1 est retenue, le coût de revient d'une pizza serait supérieur à 17€.
- B.** Si l'hypothèse 2 est retenue, les charges directes mensuelles seraient de 3850€.
- C.** Si l'hypothèse 2 est retenue, le coût de revient d'une pizza serait inférieur au coût de revient d'une pizza avec l'hypothèse 1.
- D.** Si l'hypothèse 2 est retenue et que les 600 pizzas sont vendues à 16€ l'unité, la marge totale mensuelle serait supérieure à 0.

Après de nombreux tests, Paolo se rend compte qu'il n'aura pas besoin de remplacer son four dans les prochains mois. Son entreprise continuera à produire 500 pizzas mensuellement.

Cependant, il décide de diversifier sa production en proposant 2 types de pizzas, jouant sur les ingrédients uniquement :

- La meilleure qualitativement appelée P1 sera proposée à 17€50 l'unité. Le coût unitaire des ingrédients de P1 est de 2€60 ;
- La moins chère appelée P2 sera toujours vendue 16€ l'unité. Le coût unitaire des ingrédients de P2 est de 1€60.

Paolo s'est engagé auprès de son fournisseur à commander 1000€ d'ingrédients par mois, ni plus, ni moins.

**14)** À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

- A.** L'entreprise pourrait fabriquer 500 pizzas P2.
- B.** L'entreprise pourrait fabriquer 500 pizzas P1.
- C.** Pour utiliser la pleine capacité de production et l'ensemble des ingrédients commandés, l'entreprise devrait produire 150 pizzas P1 et 350 pizzas P2 mensuellement.
- D.** Si l'entreprise utilise la pleine capacité de production et l'ensemble des ingrédients commandés et s'elle arrivait à vendre toutes les pizzas fabriquées, alors sa marge totale mensuelle serait de 650€.

En mars, Paolo a réalisé une étude des ventes prévisionnelles de pizzas P1 pour les mois suivants :

- Avril : 100 pizzas P1 vendues
- Mai : 150 pizzas P1 vendues
- Juin : 200 pizzas P1 vendues
- Juillet : 250 pizzas P1 vendues

Il reste contraint à commander 1000€ d'ingrédients par mois à son fournisseur, que l'entreprise utilisera totalement ou partiellement. Les ingrédients non utilisés à la fin du mois seront détruits. La capacité de production mensuelle ne peut dépasser 500 pizzas peu importe leur type. L'ensemble des pizzas produites est vendu sur le mois.

**15)** À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

- A.** En avril, l'entreprise pourra produire 400 pizzas P2 en plus des 100 pizzas P1 et elle aura une marge totale de 450€.
- B.** En mai, l'entreprise pourra produire 350 pizzas P2 en plus des 150 pizzas P1 et elle augmentera sa marge totale de 20% par rapport à avril.
- C.** D'avril à juin, si l'entreprise produit 500 pizzas par mois dont le nombre des pizzas P1 prévu par l'étude à chacun des mois, la marge totale sera 1575€.
- D.** En juillet, l'entreprise pourra produire 250 pizzas P2 en plus des 250 pizzas P1 et elle aura une marge totale de 675€.