

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 1h 30

Questions Obligatoires

1.] Les raisonnements suivants sont corrects :

- (A) Tous les élèves s'appellent Bob. Or certains Bob ne sont pas doués. Donc certains élèves sont doués.
- (B) Tous les élèves doués s'appellent Bob. Or Bob n'est pas doué. Donc Bob n'est pas un élève.
- (C) La plupart des Bob ne sont pas doués. Or tous les élèves sont doués. Donc aucun élève ne s'appelle Bob.
- (D) La plupart des élèves s'appellent Bob. Or tous les Bob sont doués. Donc certains élèves sont doués.
- (E) Bob est doué. Or tous les élèves sont doués. Donc Bob est un élève.

2.] La fonction f admet f' comme fonction dérivée sur son ensemble de définition

- (A) $f(x) = \sin^2 x$ $f'(x) = 2 \cos x$
- (B) $f(x) = \ln(1+x^2)$ $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- (C) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
- (D) $f(x) = \frac{x+3}{x+5}$ $f'(x) = -\frac{2}{(x+5)^2}$
- (E) $f(x) = x e^x$ $f'(x) = (x+1)e^x$

3.] Sachant que pour tout $t \in \mathbb{R}$, $2t^2 - t - 15 = (2t+5)(t-3)$, on peut en déduire que l'équation d'inconnue $x \in \mathbb{R}$

- (A) $2(\ln x)^2 - \ln x - 15 = 0$ admet exactement deux solutions
- (B) $2e^{4x} - e^{2x} - 15 = 0$ admet une unique solution
- (C) $\ln(x-1) + \ln(3x+2) = \ln(x^2+13)$ admet une unique solution
- (D) $2(\ln x)^2 - \ln x - 15 = 2(\ln x - 3)$ admet exactement deux solutions
- (E) $2e^{2x} - 7e^x + 3 = 0$ admet exactement deux solutions

4.] Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$.

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Alors :

- (A) \mathcal{C} est symétrique par rapport à O
- (B) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f'(-x) = f'(x)$
- (C) Il existe un unique $a \in \mathbb{R}$ $f'(a) = 0$
- (D) f est strictement croissante sur \mathbb{R}
- (E) Pour tout $x \in [0, +\infty[$ $f(x) \leq x$

5.] Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$.

Alors :

- (A) Pour tout $x \in]0, +\infty[$ $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$
- (B) $f'(4) = 0$
- (C) Pour tout $x \in]0, +\infty[$ $f(x) > 0$
- (D) L'équation $f(x) = x$ admet au moins une solution dans $]0, +\infty[$
- (E) La courbe de f admet une asymptote verticale

6.] Soit f la fonction définie sur $] -1, +\infty[$ par : $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$.

Alors :

- (A) La courbe de f admet une asymptote horizontale
- (B) Pour tout $x \in] -1, +\infty[$ $f'(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$
- (C) f est décroissante sur $] -1, +\infty[$
- (D) $f(1) - 1 < 0$
- (E) Il existe $x \in]0, 1[$ $f(x) - x = 0$

7.] Soit $I = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos x} dx$ et $J = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x} dx$

On a :

- (A) $I = \frac{8}{3}$
- (B) $I = -\ln \sqrt{3}$
- (C) $J = \ln \sqrt{3}$
- (D) $I + J = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{2dx}{\sin 2x}$
- (E) $I + J = \ln 3$

8.] On place un capital u_0 qui produit des intérêts s'ajoutant, chaque année, au capital précédent. On suppose que le taux d'intérêt est de 10% et qu'on ne prend ni ne remet d'argent sur ce compte. u_n désigne la valeur du capital disponible au bout de n années.

On donne $\log 2 = 0,301$ et $\log(1,1) = 0,041$

Alors :

- (A) Pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = \frac{1}{10} u_n$
- (B) $u_3 = u_0 + \left(\frac{1}{10}\right)^3 u_0$
- (C) (u_n) est croissante
- (D) Il faut 8 années pour au moins doubler le capital
- (E) Il faut 16 années pour au moins quadrupler le capital

Questions à choisir (4 questions à choisir parmi les suivantes)

9.] Pour toute suite réelle (u_n)

- (A) Si (u_n) n'est pas majorée alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- (B) Si (u_n) est croissante et majorée par 1 alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
- (C) Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ alors (u_n) est croissante à partir d'un certain rang
- (D) Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ alors (u_n) est positive à partir d'un certain rang
- (E) Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n + u_{n+1}}{2} = 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

10.] Soit f la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{-2x} + 3$.

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Alors :

- (A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- (B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$
- (C) f est croissante sur \mathbb{R}
- (D) La tangente à C au point d'abscisse $x = 1$ a pour équation $y = 3 - e^{-2}x$
- (E) $f'(0)f'(2) < 0$

11.] Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin^2 x + \cos x$

Alors :

- (A) Pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(-x) = f(x)$
- (B) f est périodique de période π
- (C) f est décroissante sur $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$
- (D) f est croissante sur $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$
- (E) Pour tout $x \in [0, \pi]$ $f(x) \leq \frac{5}{4}$

12.] Deux laboratoires proposent chacun leur vaccin contre la grippe. On sait qu'un quart de la population a utilisé le vaccin 1 et un sixième le vaccin 2. Il n'est pas possible pour un individu d'être vacciné deux fois. L'épidémie ayant eu lieu, on constate que 1% des malades ont utilisé le vaccin 1 et 0,6 % le vaccin 2. On choisit au hasard un individu dans la population, on note M = "l'individu est malade", I = "l'individu a reçu le vaccin 1", II = "l'individu a reçu le vaccin 2".

On a :

- (A) La probabilité que l'individu soit vacciné est $P(I) + P(II)$
- (B) Les données ne permettent pas de calculer $P_{\bar{I}}(M)$
- (C) $P(I) = \frac{1}{100}$
- (D) $P_M(\bar{II}) = 0,94$
- (E) $\frac{P_{\bar{II}}(M)}{P_{II}(M)} = \frac{P_M(\bar{II})P(II)}{P_M(II)P(\bar{II})}$

13.] Un forain possède deux roues séparées en 10 secteurs égaux. Sur la première roue, il y a 3 secteurs rouges et 7 blancs, sur la deuxième 1 vert et 9 blancs. Les gains, représentés par la variable aléatoire X , sont les suivants :

- 5 euros si les deux roues tombent sur rouge et vert
- 2 euros si une seule des deux roues tombe sur blanc
- 1 euro si les deux roues tombent sur blanc

Alors :

- (A) $P(X = 2) = \frac{17}{50}$
- (B) $P(X \geq 2) = \frac{37}{50}$
- (C) Si la mise est de 2 euros, la probabilité que le joueur soit bénéficiaire est $\frac{3}{10}$
- (D) Si la mise est de 2,5 euros alors le bénéfice moyen par partie du forain est supérieur à 1 euro
- (E) Si le forain veut un bénéfice moyen par partie d'au moins 60 centimes alors il doit demander une mise de 2 euros

14.] On considère les nombres complexes $z = e^{i\pi/3}$ et $z' = \frac{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{2}$

Alors :

- (A) $z' = e^{i3\pi/4}$
- (B) $zz' = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + i \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$
- (C) $zz' = e^{i13\pi/12}$
- (D) $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
- (E) $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$

15.] Soit le nombre complexe $z = 1 + i$, alors :

- (A) $\frac{z^3}{\bar{z}} = \frac{1}{2} z^4$
- (B) $\frac{\bar{z}}{z^3} \in \mathbb{R}$
- (C) $\frac{\bar{z}^4}{z^2}$ est imaginaire pur
- (D) Il existe $n \in \mathbb{N}$, z^n est un réel strictement négatif
- (E) Il existe $n \in \mathbb{N}$, $\arg(z^n) = -\frac{\pi}{2} [2\pi]$

16.] Soit I, J et K trois points du plan tels que $IJ = 3$, $IK = 2$ et $\widehat{JIK} = \frac{\pi}{3}$.

Soit L et M les points du plan définis par : $\vec{IL} = 2\vec{IJ} - 3\vec{IK}$ et $\vec{IM} = -\vec{IJ} + 4\vec{IK}$.
Alors :

- (A) $\vec{IL} \cdot \vec{IK} = 3$
- (B) $\vec{IL} \cdot \vec{IL} = 30$
- (C) $\vec{IL} \cdot \vec{IM} = -33$
- (D) $\cos(\widehat{LIM}) = -\frac{11}{14}$
- (E) Une mesure de \widehat{LIM} appartient à $\left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$

STAGES PRÉPA CONCOURS ADVANCE

LA MEILLEURE PRÉPA ADVANCE

- Réveiller la motivation et l'enthousiasme
- Formules de préparation modulables
- Des intervenants spécialistes du concours
- Ateliers de prises de parole

 [Préparation concours
Advance](#)



STAGES PRÉPA CONCOURS ADVANCE EN LIGNE

- Une prépa en ligne avec suivi dès l'inscription
- Préparation rigoureuse, méthodique et efficace
- Conseils de méthodologie

 [Stage en ligne prépa
concours Advance](#)

