

SESSION 2020

AGRÉGATION CONCOURS EXTERNE
--

Section : PHYSIQUE-CHIMIE
Option : CHIMIE

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

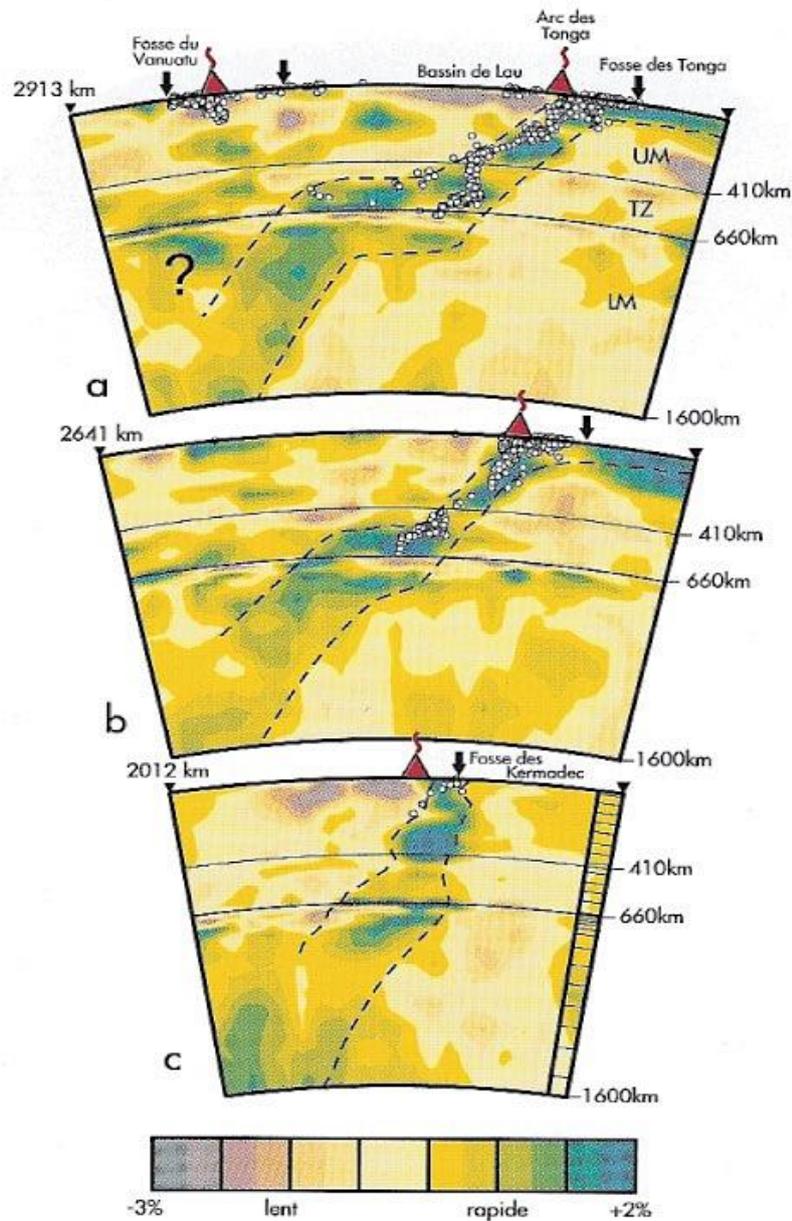
Tournez la page S.V.P.

Méthodes de tomographie

Tomographie sismique et tomographie par cohérence optique

L'imagerie tomographique (du grec tomos «section» ou « coupe »), est une technique permettant de visualiser l'intérieur d'un objet en utilisant des ondes. Elle permet d'obtenir des images en coupe d'un objet, sans le détruire, ni le détériorer. On s'intéresse ici à deux méthodes particulières : la tomographie sismique utilisée en géophysique, et la tomographie par cohérence optique appliquée à l'ophtalmologie.

Partie I. Tomographie sismique



Coupe tomographique au niveau de l'arc des Tonga
Source : Planet Terre

La partie A traite de la description et des propriétés des ondes. Puis, dans la partie B, les analogies entre ondes lumineuses et sismiques sont exploitées pour étudier la propagation des ondes sismiques à l'intérieur de la Terre. Le réseau de surveillance sismique de Pyrénées (RSSP) utilise des sismomètres dont le principe de fonctionnement et la sensibilité sont étudiés dans la partie C. Enfin, la partie D approfondit le principe et les ordres de grandeur de la tomographie sismique.

A. Description et propriétés des ondes

1. Qu'est-ce qu'une onde ? Quelle est la distinction entre onde transversale et longitudinale ? De quel type sont les ondes P et les ondes S du document 2 de l'annexe ?
2. Dans le cas d'une propagation dans un milieu unidimensionnel, écrire l'expression générale d'une onde plane progressive harmonique $y(x, t)$ se propageant selon les x croissants. On notera A l'amplitude de l'onde, k la norme de son vecteur d'onde, ω sa pulsation et φ une éventuelle phase à l'origine.

On s'intéresse à la propagation d'une onde longitudinale selon un axe Ox , dans une tige solide de section S (perpendiculairement à l'axe Ox), et de masse volumique ρ . Le système d'étude est la tranche qui, au repos, est délimitée par les plans d'abscisse x et $x + dx$. Au passage de l'onde, à l'instant t , cette tranche se déforme. Le plan situé en x au repos se retrouve alors à l'abscisse $x + u(x, t)$ (voir les *Figure 1 et 2*). Autrement dit, $u(x, t)$ représente le déplacement de la section S qui se situe en x au repos et on suppose qu'il vérifie :

$$\left| \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right| \ll 1$$

Enfin, la force exercée sur la partie droite par la partie située à gauche de la section S d'abscisse x lorsqu'elle s'est déplacée de $u(x, t)$ sous l'effet du passage de l'onde, s'écrit :

$$\vec{F}_D(x, t) = -E.S. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \vec{e}_x$$

E est le module d'Young (grandeur positive) caractéristique de l'élasticité du matériau.

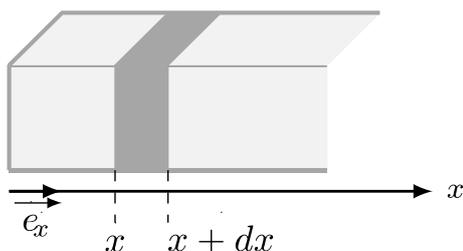


Figure 1. Tranche au repos

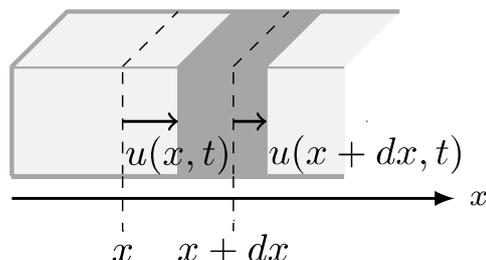


Figure 2. Tranche au passage de l'onde

3. Donner, en explicitant votre démarche, la dimension et l'unité usuelle du module d'Young.
4. Montrer que le déplacement $u(x, t)$ vérifie l'équation :

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c_L^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

Que représente c_L ? Exprimer c_L en fonction des paramètres du problème. Vérifier la dimension de l'expression obtenue. Quel nom porte ce type d'équation de propagation ? Dans quels autres domaines de la physique la rencontre-t-on ?

Application numérique. Pour une roche calcaire, dont le module d'Young et la masse volumique valent respectivement $E = 4,1 \cdot 10^{10} \text{SI}$ et $\rho = 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, déterminer la valeur de c_L .

5. Quelle onde (P ou S) sera reçue en premier par un sismomètre (*On utilisera le document 4 de l'annexe pour répondre*) ?

B. Analogies entre ondes sismiques et ondes lumineuses

6. Énoncer les trois lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction d'un rayon lumineux à l'interface entre deux milieux transparents d'indice optique n_1 et n_2 . La réponse sera illustrée par un schéma. Écrire la relation reliant l'indice optique n , la vitesse de la lumière dans le vide c , et la vitesse de phase de la lumière dans le milieu v .
7. Dans le domaine des ondes sismiques, un rai sismique est l'analogue du rayon lumineux. Écrire la relation analogue de Snell-Descartes pour la réfraction en appelant V_1 et V_2 la célérité des ondes dans les milieux.

Les questions suivantes (8 à 11) portent sur le document 1 de l'annexe. Les réponses devront être argumentées, éventuellement à l'aide de schémas.

8. Comment expliquer l'allure des rais pour les ondes P et les ondes S sur la figure 1.b ? Quel est le phénomène analogue dans le domaine des ondes lumineuses ?
9. Comment expliquer la présence d'une zone d'ombre et sa localisation géométrique pour les ondes S ? Même question pour les ondes P ?
10. Pour le sismogramme de la figure 1.a, la célérité moyenne des ondes P est de $10,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, et celle des ondes S de $6,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Quelle est la distance de la station à l'épicentre ? Cette mesure est-elle suffisante pour localiser précisément l'épicentre ? Quels commentaires peut-on faire sur la sensibilité du sismomètre ?
11. On note V_M et V_N les célérités des ondes P dans le manteau et le noyau. Pour les ondes P, à l'interface manteau/noyau liquide, évaluer la valeur de l'angle de réfraction si la valeur de l'angle d'incidence est de 50° .

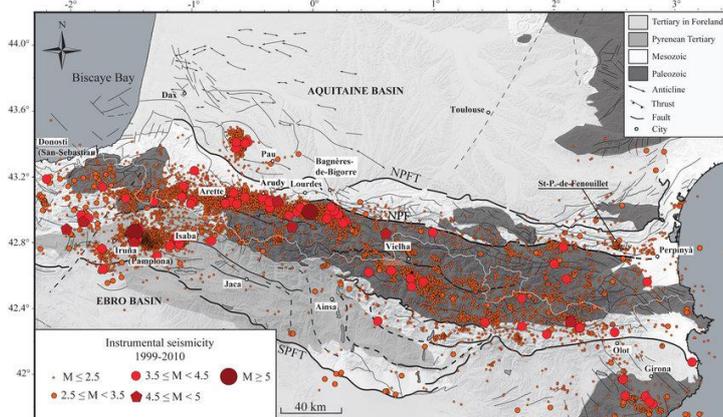
C. Tomographie sismique

Le document 3 de l'annexe présente le principe de la tomographie sismique. Les anomalies relatives de la célérité des ondes P par rapport au modèle moyen sont codées en fausse couleur ou en niveau de gris sur les images tomographiques.

12. Sur le document 3, le secteur 1 correspond-il à une zone de température plus élevée ou plus faible que le secteur 2 ? Justifier votre réponse.
13. On mesure une variation relative de la durée de propagation des ondes P de 2,0% par rapport au modèle moyen pour lequel la vitesse attendue est de 8,3 km/s. Le document 5 de l'annexe présente la variation de la célérité des ondes P mesurée en fonction de la température. Que vaut l'ordre de grandeur de la différence de température entre les zones les plus chaudes et les plus froides ?

D. Étude du fonctionnement d'un sismomètre.

Les Pyrénées sont l'une des régions de France où le



risque sismique est le plus élevé. On y dénombre environ 200 séismes de magnitude supérieure à 2 chaque année. Le réseau de surveillance sismique des Pyrénées (RSSP) est un ensemble de stations sismologiques couvrant les Pyrénées françaises. On étudie par la suite le principe et la sensibilité d'un des sismomètres utilisés par les stations : le L4C-1Hz.

Séismicité de 1999 à 2010

Source : Observatoire Midi-Pyrénées

Modèle mécanique du sismomètre

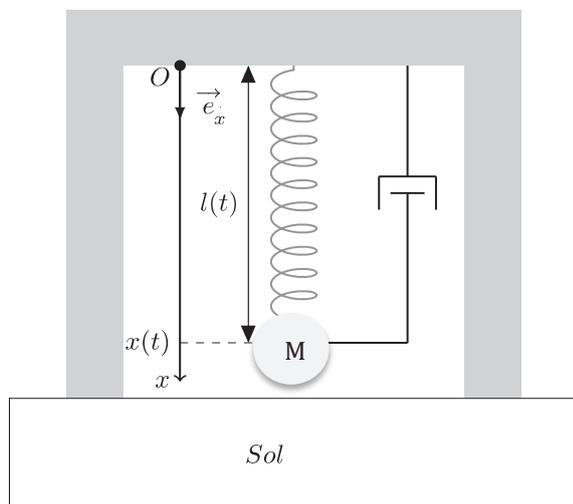


Figure 3 : Pendule vertical

Le sismomètre étudié ici (Figure 3) est modélisé par :

- un pendule vertical de masse M fixé par un ressort et un amortisseur sur un bâti très rigide solidaire du sol ;
- le ressort de raideur k a une masse négligeable par rapport à M ; on note l_0 sa longueur au repos et l_{eq} la longueur à l'équilibre ;
- le dispositif d'amortissement exerce sur le solide de masse M une force $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$ où λ est le coefficient d'amortissement et \vec{v} la vitesse de la masse M dans le référentiel R_B .

Au passage de l'onde sismique, le bâti du sismomètre subit une accélération par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen notée : $\ddot{X} \vec{e}_x = a_B(t) \vec{e}_x$.

L'étude de ce dispositif se fera dans le référentiel lié au bâti R_B .

Le mouvement du centre de gravité du solide de masse M par rapport à sa position d'équilibre est repéré par la distance $u(t) = x(t) - l_{eq}$.

- Déterminer l'expression de l_{eq} .
- Au passage de l'onde sismique, le sismomètre se déplace. Quelle est la nature du référentiel R_B ? Justifier la réponse.
- En appliquant le principe fondamental de la dynamique au centre de gravité du solide de masse M , montrer que l'équation-différentielle vérifiée par $u(t)$ s'écrit :

$$\ddot{u}(t) + \alpha_0 \dot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) = -a_B(t)$$

Donner les expressions de α_0 et ω_0 . Que représente physiquement ω_0 ?

Du mouvement du sol à celui du pendule

Le mouvement du sol est déduit de l'étude du mouvement du pendule. Pour celle-ci, on utilise une bobine solidaire du solide de masse M , se déplaçant dans un champ magnétique créé par un aimant permanent solidaire du bâti (Figure 4). La bobine est reliée à une résistance R_S . La tension aux bornes de cette résistance est notée $V(t)$.

La bobine est équivalente à un générateur de force électromotrice $E(t)$ en série avec une résistance R_C

La force électromotrice $E(t)$ s'écrit :

$$E(t) = G \cdot \dot{x}(t) = G \cdot \dot{u}(t)$$

où G est une constante dépendant de la valeur du champ magnétique et des caractéristiques de la bobine.

17. Comment expliquer précisément à des étudiants le phénomène physique à l'origine de la détection du mouvement du solide de masse M ?
18. Représenter le circuit électrique équivalent formé par la bobine et la résistance R_S . Faire apparaître la tension $V(t)$ et le courant circulant dans la bobine $i(t)$ en utilisant la convention générateur.
19. Exprimer $V(t)$ en fonction de G , $\dot{u}(t)$, R_S et R_C .
20. Lors de son mouvement, la bobine est soumise à une force $\vec{F}_B = -G \cdot i(t) \vec{e}_x$. Quel nom donne-t-on à cette force ? Écrire l'expression de celle-ci en fonction de G , $\dot{u}(t)$, R_S et R_C .
21. On supposera que la masse de la bobine est négligeable par rapport à la masse du solide. Montrer que la nouvelle équation du mouvement s'écrit :

$$\ddot{u}(t) + \alpha \dot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) = -a_B(t)$$
 Exprimer la constante d'amortissement α en fonction de α_0 , G , M , R_S et R_C . Quel est l'intérêt de la résistance R_S ?

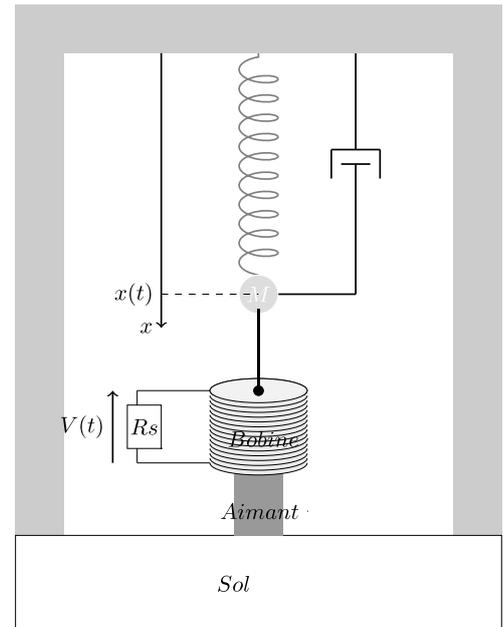


Figure 4 : Sismomètre complet

Le mouvement du sol en notation complexe s'écrit en régime sinusoïdal de pulsation ω (A est une constante réelle) :

$$\underline{X}(t) = A e^{j\omega t}$$

On cherche une solution de l'équation différentielle en notation complexe sous la forme (B et φ sont réels) :

$$\underline{u}(t) = B e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{B} e^{j\omega t}$$

22. Pourquoi peut-on utiliser ici la notation complexe ? Quel est l'intérêt d'une étude en régime sinusoïdal ? Écrire l'expression de $X(t)$ et $u(t)$ en fonction de A , B , φ et ω .
23. On définit la sensibilité du sismomètre par la relation : $T(\omega) = |\underline{V}/\underline{X}|$
Pourquoi nomme-t-on cette grandeur sensibilité ?
Exprimer $T(\omega)$ en fonction de ω , ω_0 , α , G , R_S et R_C .

24. L'évolution de la sensibilité des sismomètres du RSSP a été représentée en fonction de la fréquence sur la figure 5 pour différentes valeurs de la résistance de charge R_S . Pour quelle raison la valeur de cette résistance utilisée par les stations est-elle de 7500Ω ?

D'après le constructeur, la valeur de la résistance R_C est de 5500Ω . Estimer la valeur de la constante G .

25. La fréquence des ondes sismiques dépend de l'éloignement de l'épicentre. Les séismes locaux (dans les Pyrénées par exemple) produisent des ondes dont la fréquence est comprise entre 1 et 50 Hz. Les séismes lointains (en Indonésie par exemple) produisent des ondes de fréquence inférieure à 1 Hz.

Pour quels types de séismes le sismomètre est-il adapté ? Justifier votre réponse.

Réponse du L4C-1Hz suivant la résistance de charge

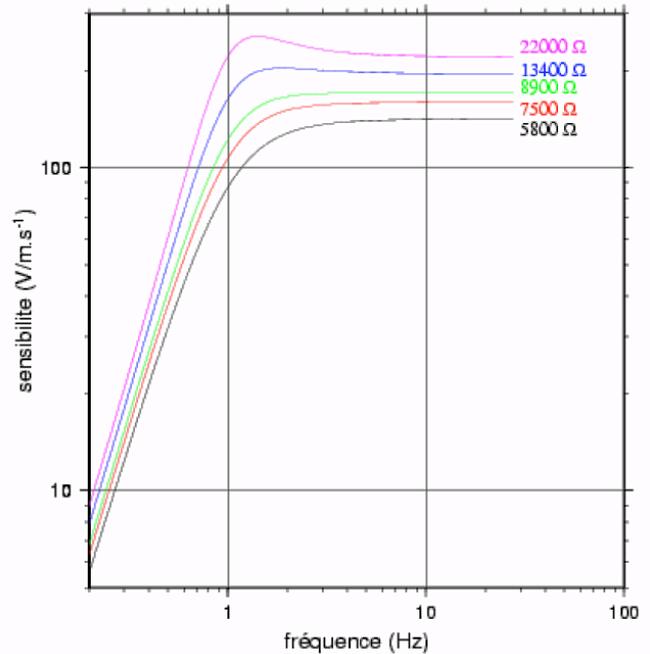


Figure 5. Réponse du L4C-1Hz
Source : Document rédigé par Matthieu Sylvander, OMP, Toulouse

E. Méthode de résolution numérique

L'équation différentielle $\ddot{u}(t) + \alpha\dot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) = -a_B(t)$ peut être résolue numériquement, par exemple par la méthode d'Euler qui a l'avantage d'être explicite pour des élèves ou des étudiants (il existe d'autres méthodes plus rapides et plus précises). Dans cette méthode, on réalise une discrétisation temporelle de 0 à t_{max} en $n + 1$ valeurs régulièrement espacées de la durée Δt également appelée pas temporel ou pas. On note u_i la valeur de $u(t)$ à l'instant $t_i = i\Delta t$, i variant de 0 à n .

26. Écrire l'expression de la durée Δt en fonction de t_{max} et de n .

27. Montrer que l'équation différentielle peut se réécrire : $\frac{dU(t)}{dt} = -\alpha U(t) - \omega_0^2 u(t) - a_B(t)$

Que représente alors $U(t)$?

28. On note U_i et a_{Bi} la valeur de $U(t)$ et $a_B(t)$ à l'instant $i\Delta t$.

Montrer que les expressions approchées de u_{i+1} et U_{i+1} s'écrivent :

$$u_{i+1} = u_i + \Delta t \cdot U_i$$

$$U_{i+1} = U_i + \Delta t \cdot (-\alpha U_i - \omega_0^2 u_i - a_{Bi})$$

Le code (incomplet) de l'intégration par la méthode d'Euler, écrit dans le langage de programmation Python, est donné ci-dessous. Dans le module numpy, la fonction `linspace(a, b, n + 1)` crée un tableau unidimensionnel de $n + 1$ valeurs allant de a à b . On suppose que l'accélération du bâti s'écrit $a_B(t) = A \cdot \cos(\omega t)$.

Tableau de correspondance des variables

alpha	omega0	omega
α	ω_0	ω

```

14 import numpy as np
15
16 alpha=0.2
17 omega0=1
18 omega=2
19
20 def Euler(a,b,n):
21     t=np.linspace(a,b,n+1)
22     u=np.empty(n+1)
23     U=np.empty(n+1)
24     u[0]=1
25     U[0]=0
26
27     dt=(b-a)/n
28
29     for i in range(n):
30         u[i+1]=|
31         U[i+1]=
32
33     return(t,u)
34

```

29. Quelle est la différence entre variable locale et globale ? Quel est le type de la variable alpha ?
30. Que représente t dans le code ? Quelles valeurs doivent prendre ici a et b ?
31. Quelles sont les conditions initiales choisies pour la résolution ?
32. Que renvoie la fonction Euler ?
33. Compléter le code des lignes 30 et 31. On prendra $A = 1$.
34. Le résultat de la résolution est donné à la figure 6. Commenter le résultat obtenu. En utilisant cette figure, retrouver la valeur de omega.

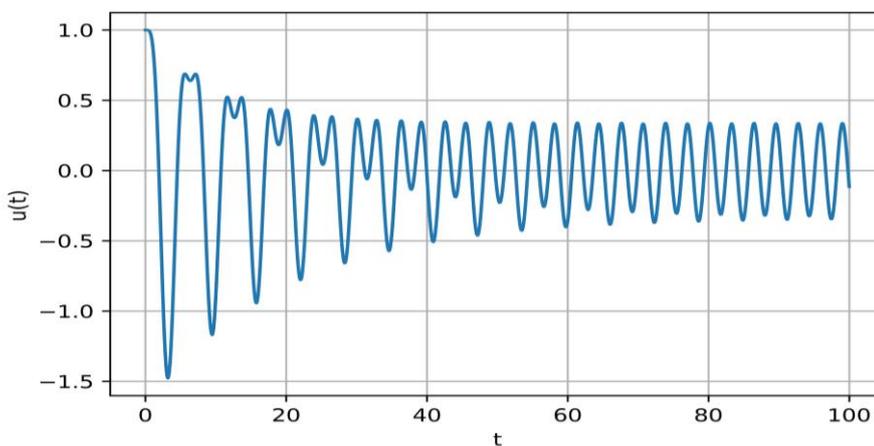


Figure 6. Tracé de $u(t)$. Abscisse : temps t en secondes

35. Quel est l'avantage et l'inconvénient d'un pas temporel Δt faible ?

Partie II. Tomographie par cohérence optique

La tomographie par cohérence optique est une technique interférométrique qui exploite la faible longueur de cohérence temporelle des sources lumineuses (diodes superluminescentes, LASER à impulsions ultracourtes ou à supercontinuum, source de lumière blanche). Dans la partie A, on étudie les propriétés de la figure d'interférences obtenue avec un interféromètre de Michelson en configuration coin d'air. Puis, dans la partie B, on aborde la notion de longueur de cohérence temporelle. Le principe de fonctionnement et la résolution axiale de la tomographie par cohérence optique, ainsi que l'obtention des images par cette technique sont détaillés dans les parties suivantes (C, D et E).

A. Interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson (figure 7) est constitué d'une source lumineuse S , d'un miroir M_1 fixe, d'un miroir mobile M_2 , et d'une lame semi-réfléchissante (notée séparatrice). On suppose que la séparatrice n'introduit aucune différence de marche entre les faisceaux provenant des deux miroirs.

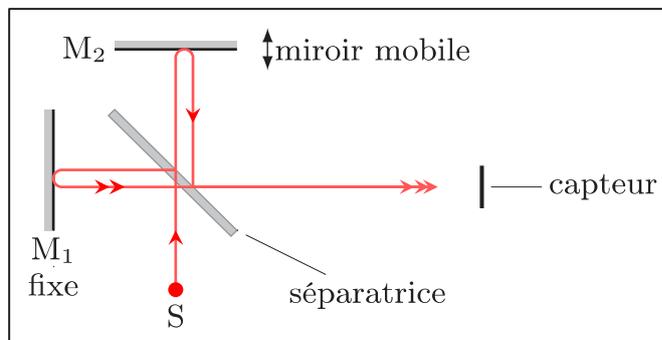


Figure 7. Interféromètre de Michelson

Dans la configuration dite en coin d'air (figure 8), les deux miroirs sont à égale distance de la séparatrice. Le miroir M_2 est incliné d'un angle α très petit par rapport à l'horizontale. Sur la figure 9 apparaît le coin d'air équivalent formé par M_1 et M_2' où M_2' est le symétrique de M_2 par rapport à la séparatrice.

36. À quel type de dispositif interférentiel appartient cet interféromètre ?
Exprimer la différence de marche δ introduite par le dispositif, pour un rayon incident parvenant au point I (figure 9), en fonction de y et α (au premier ordre en α).

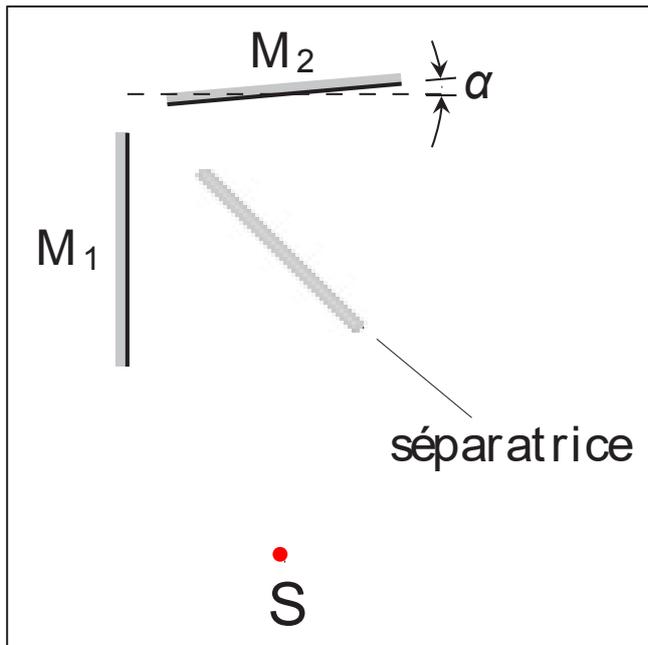


Figure 8. Configuration coin d'air

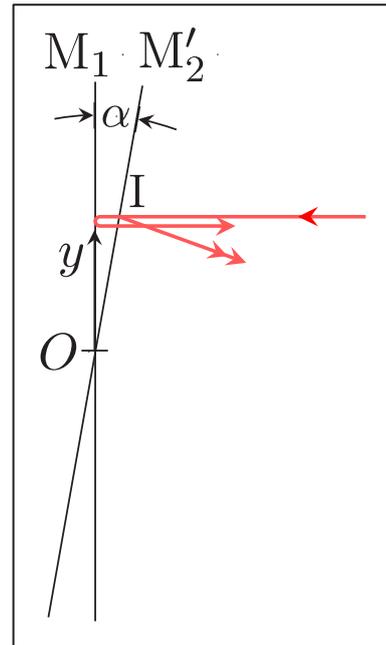


Figure 9. Coin d'air équivalent

On rappelle la formule de Fresnel donnant l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ en un point M pour des interférences à deux ondes issues de deux sources S_1 et S_2 :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}\cos(\Delta\varphi(M))$$

$I_1(M)$: intensité lumineuse au point M due à la source S_1 seule ;

$I_2(M)$: intensité lumineuse au point M due à la source S_2 seule ;

$\Delta\varphi(M)$: déphasage au point M .

Expérimentalement, les intensités I_1 et I_2 ne sont pas forcément toujours égales.

37. La source S est monochromatique ; elle émet un rayonnement de longueur d'onde λ .
 Exprimer l'intensité lumineuse I , si les intensités I_1 et I_2 sont égales à I_0 , en fonction de I_0 , y , λ et α . Tracer l'évolution de l'intensité lumineuse I en fonction de y en faisant apparaître des grandeurs caractéristiques (valeur minimale et maximale, période de l'intensité lumineuse). Définir puis exprimer l'interfrange i .
 Dessiner l'allure de la figure d'interférences obtenue.

38. La visibilité V , également appelé contraste, des franges d'interférences est donnée par l'expression :

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

I_{max} : valeur de l'intensité maximale sur la figure d'interférences.

I_{min} : valeur de l'intensité minimale sur la figure d'interférences.

Quel est l'intérêt d'introduire V ? Quel est son domaine de variation ? Montrer que la visibilité peut s'exprimer en fonction de I_1 et I_2 .

Que vaut la visibilité si $I_1 = I_2$? Si $I_2 = 0,30 \cdot I_1$? Commenter ce résultat.

B. Cohérence temporelle des sources lumineuses

Les atomes d'une source lumineuse polychromatique émettent la lumière par trains d'onde. La lumière émise n'est pas monochromatique. Le spectre s'étale sur une bande de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$ et de fréquence centrale ν_0 . La longueur de cohérence temporelle est définie comme la distance que parcourt la lumière dans le vide pendant la durée τ_c d'un train d'onde. La durée τ_c peut être évaluée par la relation suivante :

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu}$$

où $\Delta\nu$ est la largeur du spectre en fréquence.

39. Rappeler le lien entre la longueur d'onde λ dans le vide et la fréquence ν . Déterminer l'expression de la longueur de cohérence temporelle l_c en fonction de λ_m , longueur d'onde correspondant au maximum d'émission, et $\Delta\lambda$ largeur à mi-hauteur du spectre. Vérifier l'homogénéité du résultat obtenu.
Vers quelle valeur tend la longueur de cohérence temporelle pour une source idéale monochromatique ?
40. Calculer l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence temporelle pour une source de lumière blanche et commenter ce résultat.

C. Principe de la tomographie par cohérence optique ou OCT (Optical Coherence Tomography)

41. Expliquer le principe de fonctionnement d'un LASER (on pourra s'appuyer sur un schéma) et citer deux propriétés d'un faisceau LASER.

Les questions suivantes (42 à 46) portent sur le document 6 de l'annexe.

42. Rappeler la définition et la signification de l'ordre d'interférence p . Pour un interféromètre de Michelson en configuration coin d'air, évaluer le nombre de franges d'interférences visibles avec une source de lumière blanche de longueur de cohérence temporelle de l'ordre du micromètre.
43. Quelle est la longueur de cohérence temporelle maximale des LASERS et la longueur de cohérence temporelle des LASERS à impulsions très brèves utilisés en pratique ?
44. Que vaut la longueur de cohérence temporelle de la source utilisée pour l'examen de la rétine par OCT ?
45. Pourquoi le contraste de la figure d'interférences reste-t-il relativement élevé malgré la faible réflectivité de l'échantillon biologique observé ? Comment choisir le miroir de référence pour améliorer le contraste ?
46. Quel est l'ordre de grandeur du diamètre de l'objectif, de distance focale 20 mm, utilisé pour l'examen de la rétine par OCT si la source de lumière utilisée est un LASER femto-seconde « titane saphir » de longueur d'onde moyenne 815 nm (on pourra utiliser le document 7) ?

D. Résolution axiale

Il est possible d'utiliser, pour la tomographie par cohérence optique, une source de lumière blanche à la place d'une source LASER. On cherche à déterminer expérimentalement la résolution axiale de l'instrument dans ce cas. Le miroir M_2 est remplacé par un échantillon, ici une lamelle de verre

inclinée d'un très petit angle α (figures 8 et 10). Le miroir de référence M_1 est perpendiculaire au bras de l'interféromètre. La lamelle de verre et le miroir de référence forment donc un coin d'air d'angle α . Le profil en intensité obtenu est représenté sur la figure 11.

47. Établir la relation entre la coordonnée y et la coordonnée Z d'un point quelconque de la lamelle.

Le nombre de franges d'interférences visibles sur la figure 11 est-il cohérent avec la valeur attendue ?

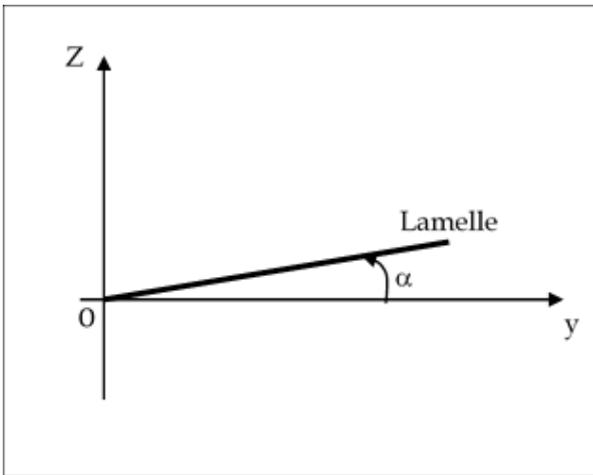


Figure 10. Lamelle de verre

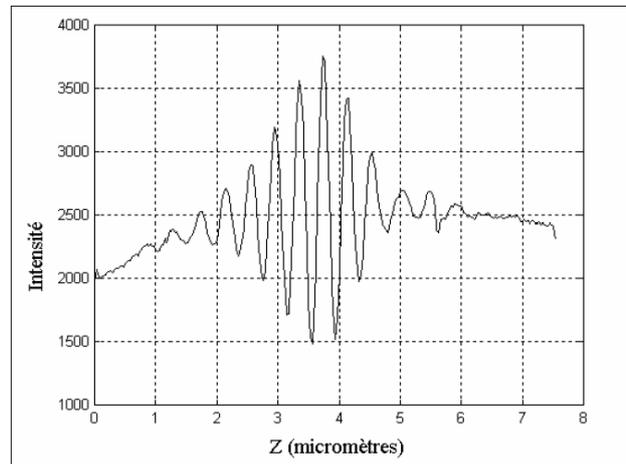


Figure 11. Profil en intensité (unité arbitraire en ordonnée)

On peut estimer précisément la longueur de cohérence temporelle après extraction de l'enveloppe supérieure du profil d'intensité (courbe fictive joignant tous les maxima).

On note I l'intensité lumineuse au niveau du détecteur, I_R et I_{Ob} les intensités respectives des faisceaux de référence et issu de l'échantillon, $\Delta\phi$ leur déphasage au niveau du détecteur (Figure 12).

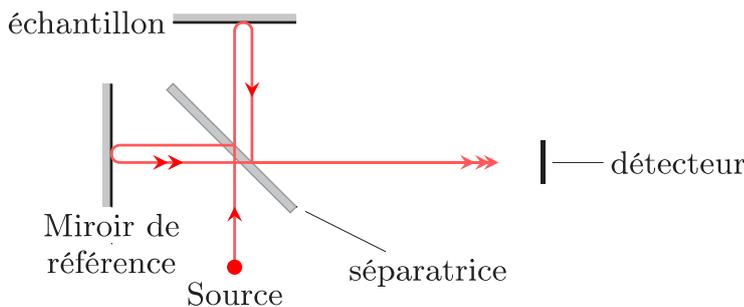


Figure 12. Montage pour OCT

48. Exprimer I en fonction de I_R , I_{Ob} et $\Delta\phi$. Que vaudrait I en l'absence d'interférences ?

49. La manière la plus simple d'extraire l'enveloppe des franges d'interférences est d'acquérir quatre interférogrammes I_n (I_0, I_1, I_2 et I_3) au niveau du détecteur, dont les déphasages au niveau du détecteur sont respectivement égaux à $\Delta\phi, \Delta\phi + \frac{\pi}{2}, \Delta\phi + \pi$ et $\Delta\phi + \frac{3\pi}{2}$. L'enveloppe est obtenue par la relation suivante :

$$I_{int}^2 = (I_0 - I_2)^2 + (I_1 - I_3)^2$$

Exprimer I_{int}^2 en fonction de I_{Ob} et I_R .

Si, $x = I_{Ob}/I_R$, écrire l'expression de I_{int} en fonction de x et I_{Ob} . Que vaudrait I_{int} en l'absence d'interférences ?

50. La figure 13 présente l'enveloppe supérieure des franges d'interférences I_{int} en fonction de Z . Estimer la valeur de la longueur de cohérence temporelle et commenter la valeur obtenue.

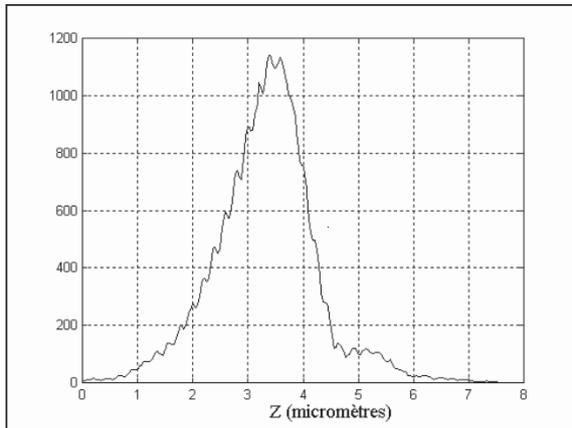
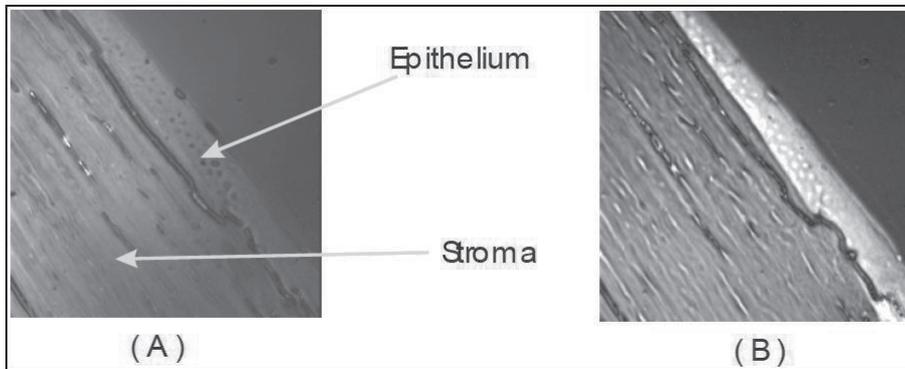


Figure 13. Enveloppe supérieure des franges d'interférences (unité arbitraire en ordonnée)

E. Obtention des images tomographiques



Images tomographiques de deux plans d'une cornée de lapin espacés de $2 \mu\text{m}$.
Champ de vue : $65 \times 65 \mu\text{m}$, résolution transversale $10 \mu\text{m}$

Pour obtenir les images tomographiques ci-dessus, le miroir de référence est déplacé axialement à l'aide de nanopositionneurs (piézoélectriques commandés en tension). L'échantillon est une cornée de lapin. La source lumineuse utilisée est une source de lumière blanche, le détecteur une caméra monochrome 12 bits dont le capteur a pour résolution 256×256 pixels (chaque pixel est un carré de $16 \mu\text{m}$ de côté). La valeur I_{int} est calculée pour chaque pixel puis codée en niveau de gris.

51. Sur les images tomographiques, à quoi correspondent les zones claires ? Les zones sombres ?
52. La qualité de l'image obtenue est-elle limitée par la résolution de la caméra ?
53. De quelle distance faut-il déplacer les nanopositionneurs entre deux interférogrammes successifs I_i et I_{i+1} ? Commenter cette valeur.

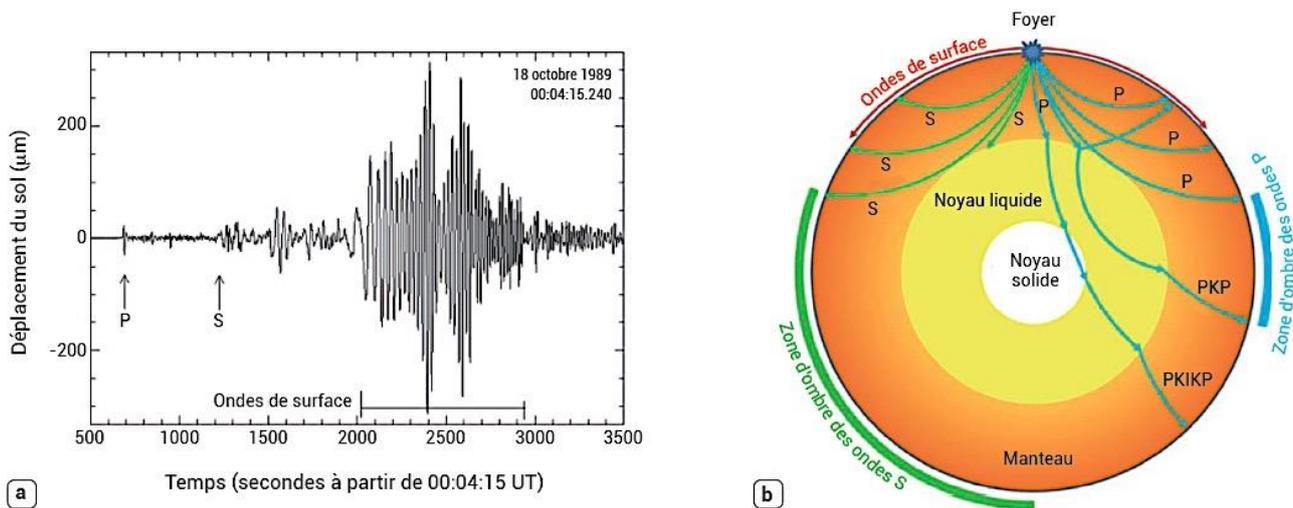
Document 1. Barbara Romanowicz
Imagerie globale de la Terre par les ondes sismiques
Reflets de la physique n°56, janvier-février 2018

L'imagerie sismique vise à détecter à l'aide de capteurs de vitesse ou d'accélération, les sismomètres^(a), dont la sensibilité atteint le micron, les mouvements du sol induits par les ondes émises par les tremblements de terre. Un sismogramme (fig. 1a) enregistre en fonction du temps l'énergie dégagée par le séisme sous la forme de plusieurs types d'ondes élastiques, se propageant soit à travers l'intérieur de la Terre (« ondes de volume ») soit le long de la surface (« ondes de surface »). Il y a deux types d'ondes de volume : les ondes de compression (« ondes P ») et les ondes de cisaillement (« ondes S »). Leurs propriétés différentes permettent d'obtenir des renseignements sur les structures internes de la planète. Les ondes de volume interagissent avec les différentes discontinuités de structure : le manteau solide, le noyau liquide et la graine solide. Elles se réfractent, se réfléchissent, changent de nature. Les ondes de cisaillement ne se propagent pas dans les fluides. Ainsi, la présence d'un noyau de type fluide a été confirmée en 1906 par Oldham par l'existence d'une « zone d'ombre », dans laquelle aucune station sismique n'enregistre d'ondes de cisaillement provenant d'un séisme (fig. 1b). Il a estimé le rayon de ce noyau à 3500 km, ce qui est proche de la valeur actuellement admise (3485 km).

Il y a aussi une « zone d'ombre » pour les ondes de compression due à la réfraction à la limite noyau-manteau, qui les fait plonger plus profondément dans le noyau au-delà d'un angle d'incidence critique. C'est ainsi que Inge Lehmann a découvert la graine en 1936 : elle a observé des ondes qui n'étaient pas prévues dans le cas d'un noyau fluide homogène et les a attribuées à la présence d'un changement de structure vers le centre de la Terre.

Pour comprendre et décrire la dynamique interne de notre planète, il est nécessaire d'aller au-delà de la description en couches concentriques de symétrie sphérique, et de cartographier les variations latérales de température et de composition. Pour cela, on fait appel à la tomographie sismique, une imagerie qui repose sur le même principe que l'imagerie médicale, et qui utilise les enregistrements par un réseau de détecteurs des ondes émises par les tremblements de terre pour cartographier en trois dimensions la structure interne du manteau. On part d'un modèle de référence, par exemple un modèle de structure à couches concentriques sphériques homogènes. Les temps de propagation des ondes sont mesurés et comparés à ceux du modèle de référence. Les différences sont expliquées par des écarts de vitesses élastiques, que l'on peut localiser à l'intérieur de la Terre avec plus ou moins de précision. Ces variations de propriétés élastiques sont ensuite interprétées en termes de variations de température (la vitesse de propagation des ondes dans un solide décroît quand la température augmente) et de composition ; mais, au premier ordre, on peut en général négliger l'effet des variations de composition.

La difficulté de la tomographie sismique vient du fait que les seules sources naturelles d'énergie suffisante sont les tremblements de terre, essentiellement distribués à la limite des plaques. De plus, la distribution des capteurs sismiques n'est pas non plus uniforme autour du globe, car il est encore de nos jours difficile et très coûteux de placer des capteurs de haute qualité au fond des océans, qui pourtant couvrent les deux tiers de la surface de la Terre.

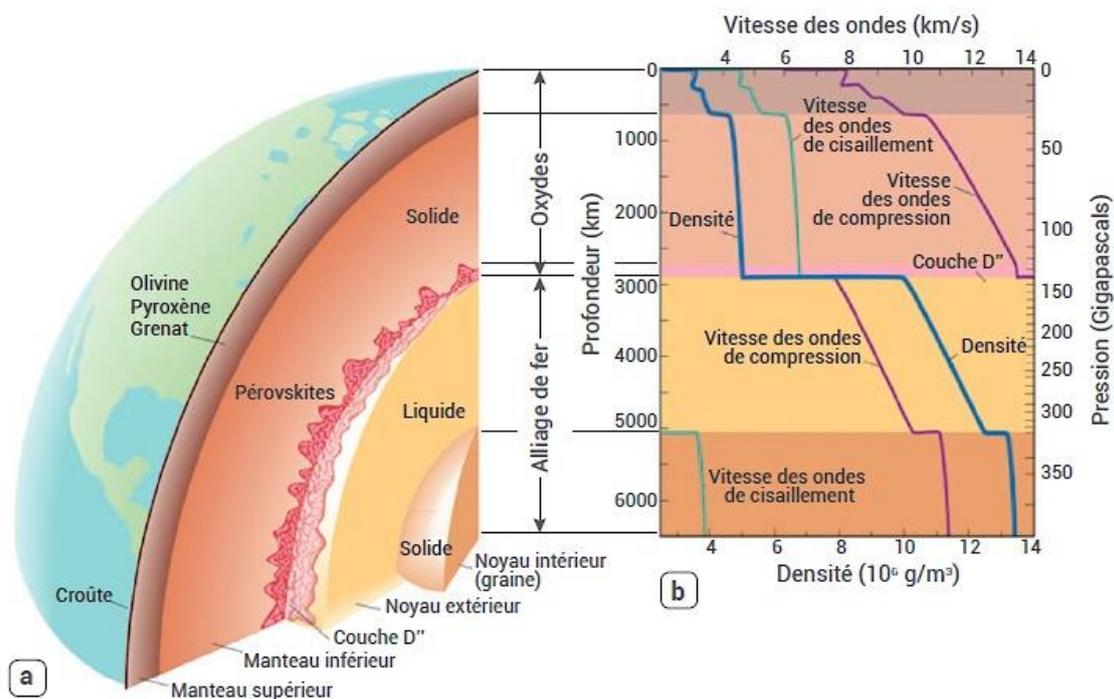


1. Ondes sismiques.

(a) Exemple de sismogramme (séisme de Loma Prieta, dans la baie de San Francisco en Californie, le 17 octobre 1989, observé en Finlande). (Source : Princeton earth physics project).

(b) Différents types d'ondes sismiques. P et S : ondes de volume du manteau, compressives (P) ou de cisaillement (S). PKP : ondes de compression qui traversent le noyau liquide. PKIKP : ondes de compression qui traversent le noyau liquide et le noyau solide (la graine). Les zones d'ombre pour les ondes S et P, dues à la présence du noyau liquide, sont indiquées.

Les ondes S et P ne sont représentées que sur une partie (droite ou gauche du plan) pour la lisibilité du schéma.



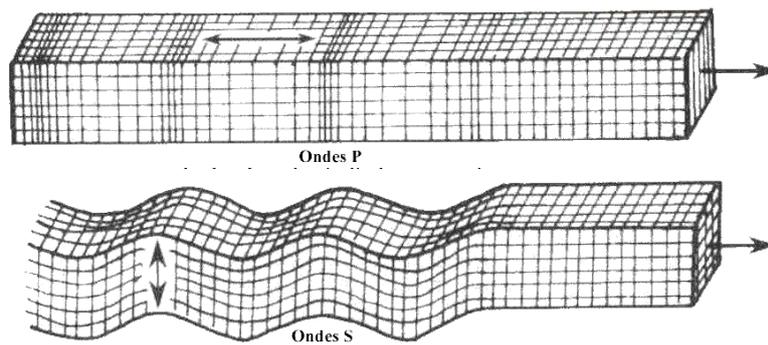
2. Propagation des ondes sismiques à l'intérieur de la Terre.

(a) Modèle de l'intérieur de la Terre. La croûte et le manteau sont formés d'oxydes cristallins, tels que l'olivine, le pyroxène et le grenat dans le manteau supérieur, et des silicates de structure pérovskite dans le manteau inférieur. Le noyau est un alliage de fer, liquide à l'extérieur et solide au centre.

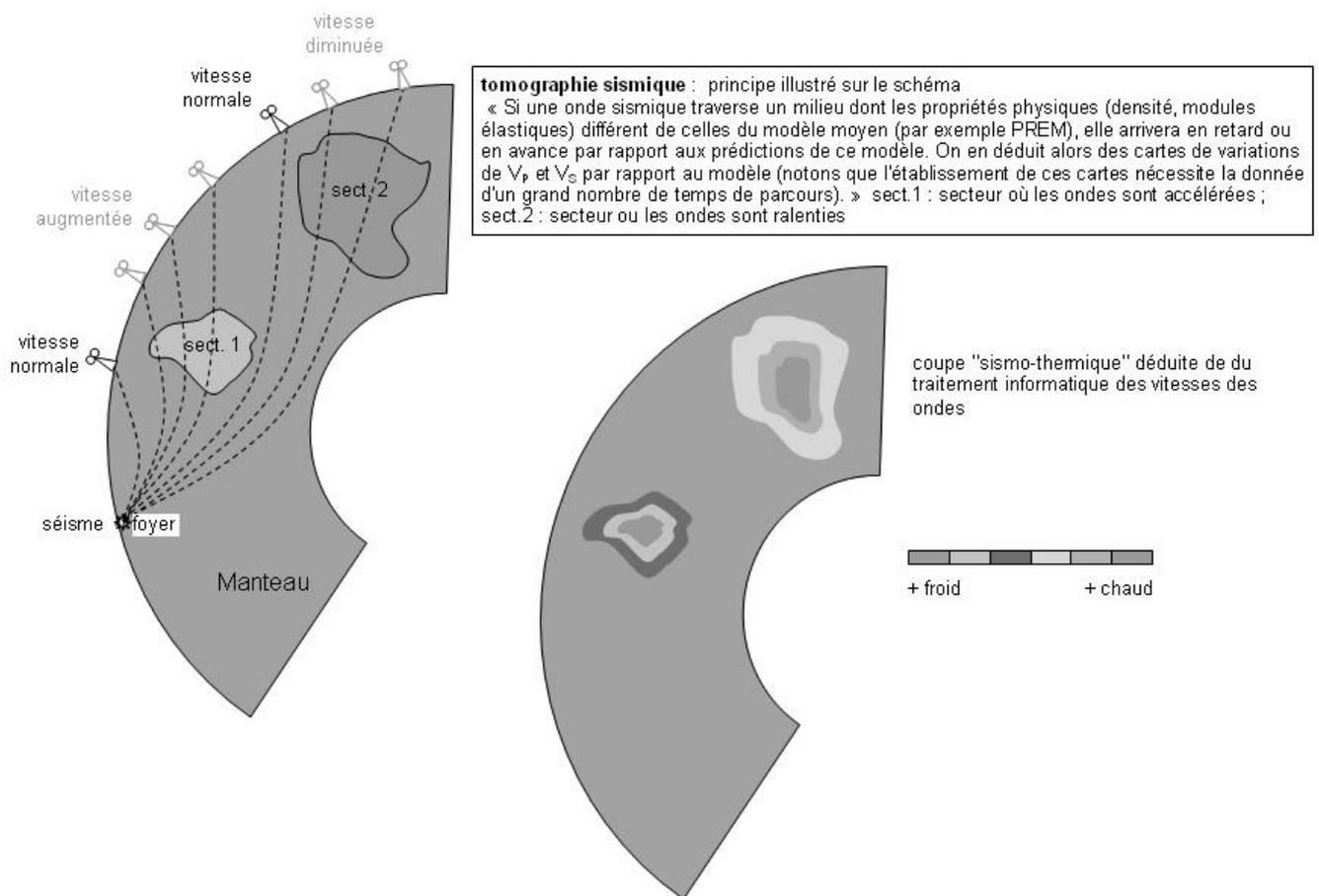
(b) Variation de la densité (courbe bleue) et de la vitesse des ondes élastiques de compression (courbes violettes) et de cisaillement (courbes vertes) avec la profondeur dans le modèle de référence PREM (Preliminary Reference Earth Model, Dziewonski et Anderson, 1981). Dans le manteau, les vitesses des ondes augmentent avec la profondeur, avec des discontinuités à 400 et 600 km de profondeur. Les discontinuités noyau-manteau et graine-noyau liquide sont bien visibles, avec une vitesse de cisaillement nulle dans le noyau liquide, et à nouveau non nulle dans la graine solide.

(Source : R. Jeanloz et T. Lay, "The Core-Mantle Boundary", *Scientific American*, 268, n°5 (1993) 48-55).

Document 2. Ondes P et S (Site web Planet Terre de l'ENS Lyon)



Document 3. Principe de la tomographie sismique (site web SVT académie Dijon)



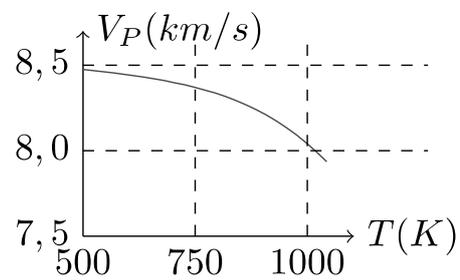
Document 4. Célérité des ondes P (c_P) et S (c_S)

$$c_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

$$c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

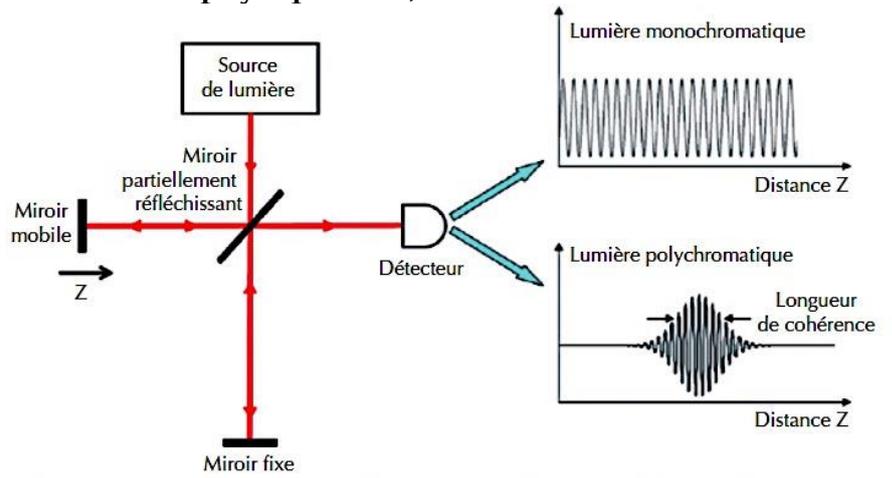
λ : deuxième constante de Lamé et μ module de cisaillement (grandeurs positives)

Document 5. Allure caractéristique de la célérité d'une onde P en fonction de la température



Document 6. A. Claude Boccaro, Reflets de la physique n°21, Octobre 2010

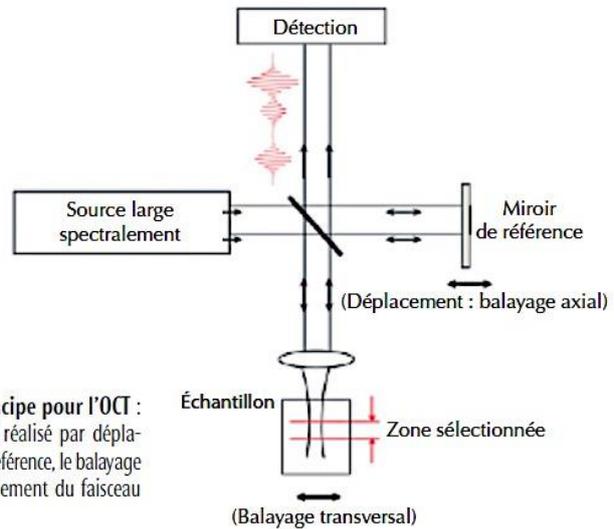
La *cohérence temporelle* est liée à la monochromaticité de la source ou, ce qui est équivalent, à la possibilité d'obtenir des interférences avec de grandes différences de marche. La figure 3 représente le schéma de principe d'un interféromètre de Michelson : la lumière issue de la source est séparée en deux par un miroir partiellement réfléchissant ; elle se propage dans chaque bras, est réfléchi par des miroirs puis recombinaée sur le miroir séparateur où les deux faisceaux interfèrent. Avec les lasers, la différence de chemin peut atteindre le million de kilomètres ; à l'opposé, avec les lasers à impulsions très brèves dont nous avons parlé plus haut, le domaine d'interférences observable sera de l'ordre de quelques micromètres.



3. Interférences en lumière monochromatique et polychromatique observables avec un interféromètre de Michelson : dans le premier cas, on peut observer les franges avec des différences de marche très grandes (en haut à droite), alors que dans le second les franges s'amortissent rapidement (en bas à droite).

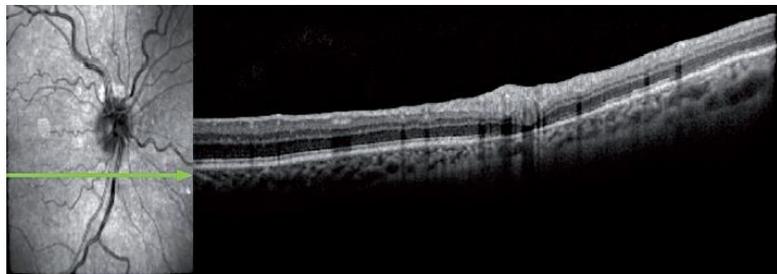
C'est la faible cohérence temporelle qui est mise à profit dans la tomographie de cohérence (dite OCT pour Optical Coherence Tomography), dont le principe est représenté sur la figure 4.

La lumière rétrodiffusée par une tranche de l'échantillon ne pourra interférer avec le faisceau de l'autre bras de l'interféromètre que si la différence de marche est inférieure à la longueur de cohérence (la longueur sur laquelle la lumière se propage pendant la très brève impulsion ou le très faible temps de cohérence). Le balayage en profondeur est obtenu par déplacement du miroir de référence. Chaque « voxel » (élément de volume), le long d'une colonne, rétrodiffuse un signal qui interfère avec ce qui revient d'une position particulière du miroir de référence. Le détecteur mesure directement cet « écho ». On construit ainsi une colonne ; un balayage mécanique permet l'exploration transversale de l'échantillon et conduit aux coupes du type de celle qui est représentée sur la figure 5. Si l'épaisseur de coupe (résolution axiale) est liée à la longueur de cohérence de la source, la résolution transversale reste limitée par la diffraction.



4. Montage de principe pour l'OCT : le balayage axial est réalisé par déplacement du miroir de référence, le balayage transversal par déplacement du faisceau ou de l'échantillon.

C'est donc ainsi que sont réalisées des coupes de tissus. L'examen rétinien a été le premier succès de la méthode, aujourd'hui solidement établie en ophtalmologie (fig. 5).



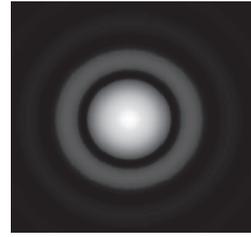
5. Examen de la rétine par OCT. À gauche : image du fond de l'œil avec son réseau de vaisseaux sanguins. À droite : la coupe en profondeur prise par OCT le long de la flèche verte révèle les différentes couches de la rétine sur une épaisseur d'environ un demi-millimètre ; champ : 6 x 3 mm², résolution transversale : 14 µm, résolution axiale : 3,9 µm. (Image Michel Pâques, Hôpital des Quinze-Vingts, Paris.)

Document 7. Figure de diffraction par une monture circulaire d'un objectif

La figure de diffraction par la monture circulaire d'un objectif de diamètre D se compose d'anneaux alternativement sombres et brillants. La tache centrale est appelée tache d'Airy, caractérisée par son rayon angulaire θ avec :

$$\sin\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

λ : longueur d'onde de la radiation



Simulation, Source : Wikipedia

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie.

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1500B	102	0385