SESSION 2005

Concours d'admission en première année du Cycle de Formation d'Architectes de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Épreuves écrites

MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

Note : cette épreuve comprend quatre exercices indépendants.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.
Les calculatrices ne sont pas autorisées.

EXERCICE IV

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base canonique $((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1))$ de $\mathbb{R}^3$ est :

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

1. Trouver une base du noyau et de l'image de f. Ces deux espaces sont-ils supplémentaires ?
2. Montrer que $f\circ f=-f$ et déterminer une base (u,v,w) de $\mathbb{R}^3$ dans laquelle la matrice de f est égale à la matrice :

$$B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

EXERCICE I

Dans cet exercice, p est un réel positif. Le plan affine euclidien $\mathcal{E}_2$ est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Soit $(\mathcal{P})$ la parabole d'équation $y=\dfrac{x^2}{2p}$.

Montrer que le lieu des points d'où l'on peut mener deux tangentes à $(\mathcal{P})$, orthogonales, est la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y=-\dfrac{p}{2}$.

EXERCICE II

Dans cet exercice, on identifie le plan affine euclidien $\mathcal{E}_2$ au plan complexe $\mathbb{C}$, muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

On pose $\omega=e^{\frac{2i\pi}{5}}$, $\alpha=\omega+\dfrac{1}{\omega}$ et $\beta=-1-\alpha$.

1. Démontrer que α et β sont les racines du polynôme X^2+X-1.
2. Préciser le centre et les points d'intersection avec les axes de coordonnées du cercle (Γ) d'équation $y^2+x^2+x-1=0$.
3. Démontrer que les points d'abscisses α, β et 2 du cercle $(\mathcal{C})$ de centre O, de rayon 2 sont les sommets d'un pentagone régulier.
4. Construire soigneusement à la règle et au compas un pentagone régulier.

EXERCICE III

<u>Rappel :</u>

Soit n un entier naturel non nul.

Si f est une fonction continue sur $[a,b]$ ($a<b$), $c_0,c_1,\dots,c_{n-1}$, n réels tels que pour tout entier k de l'intervalle $[0,n-1]$, c_k appartient à l'intervalle $\left[a+k\dfrac{b-a}{n},a+(k+1)\dfrac{b-a}{n}\right]$ alors :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{b-a}{n}\right)\sum_{k=0}^{n-1}f(c_k)=\int_a^b f(x)\,dx.$$

En particulier :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{b-a}{n}\right)\sum_{k=0}^{n-1}f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right)=\int_a^b f(x)\,dx.$$

1. Soit, pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$, $u_n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1}\frac{n}{n^2+k^2}$.
   Calculer la limite de la suite (u_n) quand n tend vers $+\infty$.

2. Dans cette question, f désigne une fonction réelle de classe C^1 sur $[0,1]$, n un entier naturel non nul.
   On pose :
   - $R_n=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx-\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}f\left(\frac{k}{n}\right)$,
   - Pour tout réel x de l'intervalle $[0,1]$, $F(x)=\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$.

   a. Montrer que la fonction F est de classe C^2 sur $[0,1]$.

   b. Prouver que : $R_n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1}\int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}}\left(f(x)-f\left(\frac{k}{n}\right)\right)dx=\sum_{k=0}^{n-1}\left[F\left(\frac{k+1}{n}\right)-F\left(\frac{k}{n}\right)-\frac{1}{n}F'\left(\frac{k}{n}\right)\right]$.

   c. ***Cette question est <u>facultative</u>.*** *On pourra admettre le résultat suivant pour répondre à la question d.*
   Expliquer pourquoi, pour tout entier k de l'intervalle $[0,n-1]$, il existe un réel c_k appartenant à l'intervalle $\left]\dfrac{k}{n},\dfrac{k+1}{n}\right[$ tel que :
   $$F\left(\frac{k+1}{n}\right)-F\left(\frac{k}{n}\right)-\frac{1}{n}F'\left(\frac{k}{n}\right)=\frac{1}{2n^2}F''(c_k).$$

   d. En déduire que nR_n tend vers $\dfrac{1}{2}\left[f(1)-f(0)\right]$ quand n tend vers $+\infty$.

3. Montrer que $u_n-\displaystyle\lim_{n\to+\infty}u_n$ est équivalent à $\dfrac{1}{4n}$ quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 7

7.1. A l'aide d'une lentille mince convergente L de distance focale image f=20 cm, on forme l'image d'un objet sur un écran situé à une distance D=1 m de l'objet. En déplaçant la lentille, on trouve deux positions O_1 et O_2 qui donnent une image nette sur l'écran. Calculer la distance $d = O_1O_2$ qui sépare ces deux positions :

A) d=447 mm B) d=192 mm C) d=58 mm D) d= 352 mm

7.2. Calculer le grandissement transversal G_t de l'image correspondant à chacune de ces deux positions de la lentille :

A) G_t =-2,62 B) G_t =-0,79 C) G_t =-0,38 D) G_t =-1,27

7.3. La lentille précédente est remplacée par une lentille convergente L' de distance focale image f' inconnue. Les deux positions de la lentille qui donnent une image nette sur l'écran sont séparées par une distance d_0=600 mm. Calculer f' :

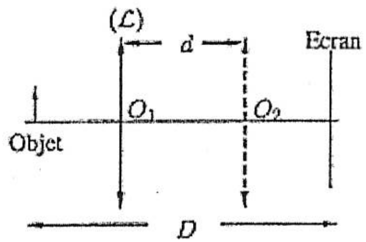
A) f'=100 mm B) f'=260 mm C) f'=90 mm D) f'=160 mm

7.4. On remplace L' par une nouvelle lentille convergente L'' placée entre l'objet et l'écran. On règle la position de l'écran de façon à ce qu'il n'existe plus qu'une seule position pour laquelle L'' donne une image nette de l'objet (d = 0). On mesure alors une distance D''=1200 mm entre l'objet et son image. En déduire la distance focale image f'' de cette lentille :

A) f''=150 mm B) f''=300 mm C) f''=120 mm D) f''=200 mm

7.5. - Calculer, dans ces conditions, le grandissement transversal G_{t1} de l'image :

A) G_{t1}=-3 B) G_{t1}=-0,5 C) G_{t1}=-1 D) G_{t1}=-2,3



SESSION 2005

Concours d'admission en première année du Cycle de formation d'Architectes de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Epreuves écrites

PHYSIQUE
Durée : 2 heures – Coefficient : 2

Instructions à lire avant de remplir le document réponse :
Chaque question admet une réponse unique. La réponse doit être portée dans le document réponse qui est le seul document qui sera jugé pour la notation. Une bonne réponse apporte un point, une mauvaise réponse est sanctionnée par le retrait d'un point et l'absence de réponse est traduite par un score nul pour la question correspondante. Il est donc déconseillé de répondre au hasard.

Exercice 1.

Un récipient R de masse M contient un corps solide de masse m. R flotte à la surface de l'eau contenue dans un bac B.
La masse m est jetée « par-dessus bord » dans le bac. Que dire de la nouvelle hauteur d'eau dans le bac B ?

1.1. Si la densité de m est supérieure à 1.
A) La hauteur d'eau ne change pas.
B) La hauteur d'eau augmente.
C) La hauteur d'eau baisse.

1.2. Si la densité de m est inférieure à 1.
A) La hauteur d'eau ne change pas.
B) La hauteur d'eau augmente.
C) La hauteur d'eau baisse.

Exercice 2.

Une bassine d'eau est posée seule sur un pèse personne. Un opérateur tient un corps solide de masse m suspendu à une ficelle. Il plonge le corps dans l'eau de la bassine tout en maintenant la ficelle tendue et sans toucher le fond de la bassine. Comment varie l'indication du pèse personne ?

2.1. Si la densité de m est supérieure à 1.
A) L'indication du pèse personne ne change pas.
B) L'indication du pèse personne augmente.
C) L'indication du pèse personne baisse.

2.2. Si la densité de m est inférieure à 1.
A) L'indication du pèse personne ne change pas.
B) L'indication du pèse personne augmente.
C) L'indication du pèse personne baisse.

Exercice 3.

Si on branche en parallèle deux résistances,

3.1.
A) La résistance équivalente est supérieure à la plus forte des deux résistances.
B) La résistance équivalente est intermédiaire entre la plus grande et la plus petite.
C) La résistance équivalente est inférieure à la plus faible.

3.2.
A) La plus forte résistance est traversée par le courant le plus intense.
B) La plus faible résistance est traversée par le courant le plus intense.

3.3.
A) Aux bornes de la résistance la plus forte la différence de potentiel est la plus grande.
B) Aux bornes de la résistance la plus faible la différence de potentiel est la plus grande.

3.4.
A) C'est dans la résistance la plus forte que la puissance la plus grande est dissipée.
B) C'est dans la résistance la plus faible que la puissance la plus grande est dissipée.

Si on branche en série deux résistances,

3.5.
A) La résistance équivalente est supérieure à la plus forte des deux résistances.
B) La résistance équivalente est intermédiaire entre la plus grande et la plus petite.
C) La résistance équivalente est inférieure à la plus faible.

3.6.
A) La plus forte résistance est traversée par le courant le plus intense.
B) La plus faible résistance est traversée par le courant le plus intense.

3.7.
A) Aux bornes de la résistance la plus forte la différence de potentiel est la plus grande.
B) Aux bornes de la résistance la plus faible la différence de potentiel est la plus grande.

3.8.
A) C'est dans la résistance la plus forte que la puissance la plus grande est dissipée.
B) C'est dans la résistance la plus faible que la puissance la plus grande est dissipée.

Exercice 4

On considère les surfaces équipotentielles correspondant à une distribution donnée de charges.

4.1.
A) En tous les points d'une même surface équipotentielle, le champ électrique a même valeur en module.
B) En tous les points d'une même surface équipotentielle, le champ électrique n'a pas la même valeur en module.

4.2.
A) Le champ électrique est orthogonal en tout point de la surface équipotentielle.
B) Le champ électrique est tangent en tout point à la surface équipotentielle.

4.3.
A) Deux surfaces équipotentielles correspondant à des potentiels différents ne se coupent jamais.
B) Une surface équipotentielle ne se referme jamais.

Exercice 5

Un câble électrique est suspendu entre deux pylônes. Il pend sous l'effet de son poids. On néglige son élasticité.

5.1.
A) La tension du câble est la plus forte en son milieu.
B) La tension du câble est la plus forte en ses extrémités.

5.2.
A) La tension du câble en ses extrémités est supérieure à son demi-poids.
B) La tension du câble en ses extrémités est inférieure à son demi-poids.
C) La tension du câble en ses extrémités est égale à son demi-poids.

Exercice 6

On s'intéresse à la trajectoire du milieu M du segment joignant les extrémités de la petite et de la grande aiguille d'une montre (la vitesse des aiguilles est uniforme).
A) La vitesse de M est maximale lorsque les deux aguilles se rencontrent.
B) La vitesse de M est maximale lorsque les deux aguilles sont perpendiculaires.
C) La vitesse de M est maximale lorsque les deux aiguilles sont diamétralement opposées.

SESSION 2005

Concours d'admission en première année du Cycle de formation d'Architectes de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Epreuves écrites

EXPRESSION : RESUME DE TEXTE

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

I) Résumer en 180 à 200 mots le texte ci-après.

II) Indiquer très synthétiquement en une ou deux phrases, quel est le thème central traité dans ce texte.

III) Exposer en une dizaine de lignes maximum vos opinions autour du thème central que vous venez de repérer.

« UNE HISTOIRE SUR UN PROMONTOIRE. »

de Yukio MISHIMA.

Extrait du livre « Une matinée d'amour pur » Pages 20 à 23, éditions Gallimard.

Session 2005

Concours d'admission en première année du cycle de formation d'Architectes de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Epreuves écrites

EXPRESSION

2. 2 « *Illustration libre du même texte* »

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

Cette épreuve prolonge et complète l'épreuve précédente (2. 1 « *Résumé de texte* ») en s'appuyant sur le même extrait *«Une histoire sur un promontoire»* du livre de Yukio Mishima *«Une matinée d'amour pur»*, Paris, Gallimard, p. 20 à 23.

Il est, cette fois, demandé aux candidats de l'interpréter librement, sur le format de papier mis à leur disposition (une seule face), en utilisant tous les moyens d'expression graphique appropriés – crayon, crayons de couleur, pastel, peinture, etc... à l'exclusion des techniques à séchage lent.

Si la liberté technique est réelle, il est cependant attendu des candidats qu'ils remarquent que le texte n'est pas seulement une description naturaliste, mais qu'il propose une perception qui va au-delà d'une approche visuelle. L'attention est donc attirée sur la **recherche de la restitution en deux dimensions des qualités spatiales spécifiques du paysage, ainsi que de l'univers mental proposé** : pente, mer, rêverie, main de fée...

Document réponse à rendre.

Pour chaque question, cochez la case correspondant à la bonne réponse.

	A	B	C	D	Colonne réservée à la correction
1.1.					
1.2.					
2.1.					
2.2.					
3.1.					
3.2.					
3.3.					
3.4.					
3.5.					
3.6.					
3.7.					
3.8.					
4.1.					
4.2.					
4.3.					
5.1.					
5.2.					
6.					
7.1.					
7.2.					
7.3.					
7.4.					
7.5.					
Ligne réservée à la correction					