SESSION 2015

Concours d'admission en première année
du Cycle de Formation d'Architectes
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Épreuves écrites

MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

Note :

- Cette épreuve comprend deux exercices et un QCM.
- Le document annexe prévu pour les réponses au QCM doit être rendu avec la copie.
- Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.
- **Les calculatrices ne sont pas autorisées.**

Exercice 1 : symétries d'un espace vectoriel
(10 points)

Soit E un $\mathbb{R}$-espace vectoriel et soit u un endomorphisme de E tel que

$$\forall x \in E, \quad u \circ u(x) = x.$$

1. Montrer que u est injectif et surjectif.
2. Soit F et G les parties de E définies par

$$F = \{x \in E \mid u(x) = x\}, \qquad G = \{x \in E \mid u(x) = -x\}.$$

   Montrer que F et G sont des sous-espaces vectoriels de E.
3. Soit $x \in E$ et soit $y = \frac{x+u(x)}{2}$ et $z = \frac{x-u(x)}{2}$.
   Montrer que $y \in F$ et $z \in G$.
4. En déduire que E est somme directe de F et G : $E = F \bigoplus G$.
5. Un exemple : soit $E = \mathbb{R}^2$ et $u : (a, b) \mapsto (a + b, -b)$.
   Représenter sur une figure les ensembles F et G correspondants.
   Représenter sur cette même figure un point (a, b) quelconque et son image par u.

Exercice 2 : l'œuf de Kepler (16 points)

On considère la fonction f définie sur $[0, 1]$ par

$$f(x) = \sqrt{x^{\frac{3}{2}} - x^2}.$$

La courbe $\mathcal{C}$ formée par les graphes de f et $-f$ a la forme d'un œuf. Le but de ce problème est de la représenter et de calculer l'aire du domaine qu'elle délimite.

1. **Étude de f**
   (a) Justifier que la fonction f est bien définie sur $[0, 1]$.
   (b) Faire l'étude de la fonction $g : x \mapsto x^{\frac{3}{2}} - x^2$ et en déduire les variations de la fonction f.
   (c) Montrer que la valeur maximale de f est $\frac{3\sqrt{3}}{16}$ (qui vaut approximativement $0,32$).
   (d) Déterminer les limites de $f'(x)$ en $x = 0$ et $x = 1$.
   (e) Représenter la courbe $\mathcal{C}$.

2. **Aire du domaine**

Nous notons $\mathcal{D}$ le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$. Nous allons calculer l'aire de $\mathcal{D}$.

(a) À l'aide du changement de variable $\sin(\theta) = x^{\frac{1}{4}}$, montrer

$$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \lambda \sin^6(\theta)\cos^2(\theta)\mathrm{d}\theta,$$

où λ est un nombre réel à déterminer.

(b) Démontrer

$$\forall \theta \in \mathbb{R},\quad \sin^6(\theta)\cos^2(\theta) = \frac{5}{128} - \frac{\cos(2\theta)}{32} - \frac{\cos(4\theta)}{32} + \frac{\cos(6\theta)}{32} - \frac{\cos(8\theta)}{128}.$$

Si on manque de temps pour effectuer les calculs, on peut au moins expliquer comment démontrer cette égalité.

(c) Déterminer l'aire du domaine $\mathcal{D}$ délimité par $\mathcal{C}$.

QCM (16 points)

On répondra vrai (V) ou faux (F) à chacune des affirmations de ce QCM sur la feuille-réponse (en annexe).

Toute réponse juste vaut 0,5 point, toute réponse erronée -0,5 point et l'absence de réponse 0 point.

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie récursivement par $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{1}{4}(u_n^2+2)$. Cette suite converge vers

   (a) $2+\sqrt{2}$. (b) $2-\sqrt{2}$. (c) $2\sqrt{2}-2$. (d) $2\sqrt{2}+2$.

2. Soit h la fonction $x \mapsto \dfrac{e^x - \cos(x)}{x}$. Quand x tend vers 0,

   (a) $h(x)$ converge vers 0.
   (b) $h(x)$ converge vers 1.
   (c) $h(x)$ tend vers $+\infty$.
   (d) $h(x)$ n'a pas de limite.

3. Soit $x > 0$.
   (a) $\tan(\arctan(x)) = x$.
   (b) $\arctan(x) + \arctan(\frac{1}{x})$ ne dépend pas de x.
   (c) $\arctan(x) \leqslant x$.
   (d) $\arctan(x+1) - \arctan(1) \leqslant \frac{\pi}{2}$.

4. Soient $v_1 = (1, -1, 2)$ et $v_2 = (2, 3, -6)$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$. La famille (v_1, v_2, v_3) est une base de $\mathbb{R}^3$ si
   (a) $v_3 = (1, 0, 0)$. (b) $v_3 = (2, 0, -6)$. (c) $v_3 = (3, 2, 4)$. (d) $v_3 = (0, 5, -10)$.

5. Soit $a \in \mathbb{R}$ et P le polynôme $X^4 + aX^2 + 1$.
   (a) P n'a pas de racine réelle si et seulement si $a \geqslant 0$.
   (b) Si $a \leqslant -10$, alors P a 4 racines réelles distinctes.
   (c) P peut avoir un nombre impair de racines réelles.
   (d) P peut avoir exactement 2 racines réelles distinctes.

6. Notons I la matrice identité de taille 4. Soit A une matrice réelle de taille 4 telle que $A^2 = I$.
   (a) Nécessairement $A = I$ ou $A = -I$.
   (c) $A^3 - A$ est la matrice nulle.
   (b) A est une matrice inversible.
   (d) $A - I$ ou $A + I$ est une matrice non inversible.

7. Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & i \\ 0 & 1 & 1 \\ i & i & 0 \end{pmatrix}$ une matrice à coefficients complexes inversible. Notons s la somme des coefficients de M^{-1}.
   (a) $s = 0$. (b) $s = 1 + i$. (c) $s = 1 - 2i$. (d) $s = i$.

8. Soit un disque, un carré et un triangle équilatéral de même périmètre $p > 0$. Notons $\mathcal{A}_D, \mathcal{A}_C$ et $\mathcal{A}_T$ leurs aires respectives.
   (a) $\mathcal{A}_C < \mathcal{A}_D$. (b) $\mathcal{A}_C < \mathcal{A}_T$. (c) $\frac{3}{4}\mathcal{A}_D < \mathcal{A}_C$. (d) $\frac{3}{4}\mathcal{A}_D < \mathcal{A}_T$.

SESSION 2015

Concours d'admission en première année
du Cycle de Formation d'Architectes
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Nom :

Prénom :

Centre d'écrit : **Épreuve écrite : MATHÉMATIQUES**

Épreuve écrite : MATHÉMATIQUES

Feuille-réponse à rendre obligatoirement avec la copie

ANNEXE
(Réponses du QCM)

Répondre V (vrai), F (faux) ou rien dans les cases ci-dessous.

	(a)	(b)	(c)	(d)
Question 1				
Question 2				
Question 3				
Question 4				
Question 5				
Question 6				
Question 7				
Question 8				

SESSION 2015

Concours d'admission en première année

du cycle de formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de

Strasbourg

Epreuve écrite

PHYSIQUE

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

Note :

- Ce sujet comporte 6 pages
- Cette épreuve comprend ~~un problème e~~t un QCM
- Il ~~sera tenu compte du soin apporté à la rédaction~~
- **Les calculatrices [redacted] sont [redacted] autorisées**

Exercice 1

Un condensateur de capacité C est placé en série avec une résistance R de 10kΩ, une batterie de 12V et un interrupteur K. A l'instant initial on ferme l'interrupteur. On mesure la tension u aux bornes du condensateur à t=0,1s on trouve u(0,1s)=3V, de même pour t=7s, u(7s)=12V et pour t=20s, u(20s)=12V.

a) La capacité C du condensateur vaut :

A) $C < 1\ \mu F$
B) $1\ \mu F < C < 100\ \mu F$
C) $100\ \mu F < C < 1000\ \mu F$
D) $C > 1000\ \mu F$

b) Pendant le régime transitoire, l'énergie W dissipée dans la résistance vaut :

A) $W < 1$ mJ
B) 1 mJ $< W < 5$ mJ
C) 5 mJ $< W < 500$ mJ
D) 500 mJ $< W$

c) On ajoute une bobine d'inductance propre L en série dans le circuit électrique précédent et on place une résistance de 5 Ω en parallèle sur la résistance de 10 kΩ puis on refait l'expérience en fermant l'interrupteur, en partant de conditions initiales nulles. La tension maximale aux bornes du condensateur vaut 15V pendant le régime transitoire. L'inductance L vaut :

A) $L < 1\ \mu H$
B) $1\ \mu H < L < 100\ \mu H$
C) $100\ \mu H < L < 1$ mH
D) 1 mH $< L$

d) Pendant le régime transitoire, l'énergie W' dissipée dans le circuit vaut :

A) $W' < 1$ mJ
B) 1 mJ $< W' < 5$ mJ
C) 5 mJ $< W' < 500$ mJ
D) 500 mJ $< W'$

Exercice 2

Une automobile de masse M = 1100 kg est schématisée par une carrosserie de masse m_1 = 950 kg reposant par l'intermédiaire de quatre ressorts, chacun de raideur k = 7000 N/m,

sur quatre roues, chacune de masse m_2 = 37.5 kg . On donne le champ de pesanteur $g = 9.81\ m.s^{-2}$.

a) Sous le poids de la carrosserie, chaque ressort voit sa longueur à vide diminuer d'une longueur L.

A) $L < 1$cm
B) 1 cm $< L < 10$ cm
C) 10 cm $< L < 25$ cm
D) 25 cm $< L$

b) Calculer la hauteur h dont il faut soulever la carrosserie pour que les roues décollent du sol.

A) $h < 5cm$
B) $5\text{ cm} < h < 15\text{ cm}$
C) $15\text{ cm} < h < 30\text{ cm}$
D) $30\text{ cm} < h$

c) On fait osciller verticalement la carrosserie. La période T des oscillations vaut :

A) $T < 0.5\text{ s}$
B) $0.5\text{ s} < T < 1\text{ s}$
C) $1\text{ s} < T < 1.5\text{ s}$
D) $1.5\text{ s} < T$

d) L'amplitude des oscillations verticales vaut 10cm. L'énergie W nécessaire pour créer ce mouvement vaut :

A) $W < 10\text{ J}$
B) $10\text{ J} < W < 100\text{ J}$
C) $100\text{ J} < W < 500\text{ J}$
D) $500\text{ J} < W$

e) Pendant les oscillations, que vaut la vitesse maximale V de la carrosserie ?

A) $V < 0.1\text{ m/s}$
B) $0.1\text{ m/s} < V < 0.25\text{ m/s}$
C) $0.25\text{ m/s} < V < 0.5\text{ m/s}$
D) $0.5\text{ m/s} < V$

Exercice 3

On assimile les orbites de la lune et de la terre à des cercles parfaits et on rappelle que la période de la lune est de 27.3 jours, qu'elle tourne autour de la terre dans le même sens que la terre tourne sur elle-même. On assimile la terre à une sphère. La distance terre-lune (de centre à centre) est de 384 400 km. La distance terre-soleil est de 149 600 000 km. Le diamètre de la lune est de 3400 km et celui du soleil 1 400 000 km, celui de la terre est 12 700 km. On admet que le diamètre de l'ombre de la lune sur la terre en cas d'éclipse totale vaut 270 km. La durée T maximale (avec ces hypothèses) d'une éclipse totale de soleil vaut :

A) $T < 6\text{ min }30\text{s}$
B) $6\text{ min }30\text{s} < T < 7\text{ min}$
C) $7\text{ min} < T < 7\text{ min }30\text{s}$
D) $7\text{ min }30\text{s} < T$

Exercice 4

Un objet est placé dans une position fixe devant un écran d'observation. Une lentille mince, placée entre l'objet et l'écran, produit une image nette sur l'écran lorsqu'elle est placée dans deux positions séparées l'une de l'autre par une distance de 10 cm. Les dimensions des deux images correspondantes aux deux positions de la lentille sont dans le rapport $^3/_2$.

exercice 4

a) Déterminer la longueur focale de la lentille :

A) f < 5 cm
B) 5 cm < f < 15 cm
C) 15 cm < f < 30 cm
D) f > 30 cm

b) Déterminer la distance entre l'objet et l'écran :

A) d < 50 cm
B) 50 cm < 150 cm
C) 150 cm < 200 cm
D) d > 200 cm

50 cm < d < 150 cm
150 cm < d < 200 cm

Exercice 5

On considère le système formé de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 de longueurs focales respectivement $f_1 = 10\,cm$ et $f_2 = 20\,cm$. Un objet émet de la lumière qui passe par L_1 puis L_2 puis forme une image sur un écran d'observation.

a) Déterminer la position de l'image par rapport à la lentille L_2 :

A) d < 5 cm
B) 5 cm < 10 cm
C) 10 cm < 15 cm
D) d > 15 cm

5 cm < d < 10 cm
10 cm < d < 15 cm

b) Déterminer le grandissement du système :

A) G = - 1/2
B) G = 1/2
C) G = - 4/3
D) G = 4/3

Exercice 6

Une bobine plate de rayon 5 cm comportant 30 spires est dans un plan horizontal. Elle est parcourue par un courant de 5 A. La bobine est plongée dans un champ magnétique uniforme de 1,2 T horizontal.

a) Déterminer la norme du moment magnétique de la bobine :

A) $\mu < 0{,}2$ A.m^2
B) 0,2 A.m^2 < μ < 0,8 A.m^2
C) 0,8 A.m^2 < μ < 1,5 A.m^2
D) $\mu > 1{,}5$ A.m^2

b) Déterminer la norme du moment des forces magnétiques exercées sur la bobine :

A) $\tau < 0{,}4$ N.m
B) 0,4 N.m < τ < 0,7 N.m
C) 0,7 N.m < τ < 1,0 N.m
D) $\tau > 1{,}0$ N.m

Exercice 7

Un câble coaxial infiniment long conduit un courant de 10 mA. Déterminer la norme du champ magnétique dans l'espace entre le cœur et la gaine, à une distance de 1mm de l'axe du câble. On prendra $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ N/A^2 :

A) $B < 10^{-8}$ T
B) 10^{-8} T $< B < 10^{-7}$ T
C) 10^{-7} T $< B < 10^{-6}$ T
D) $B > 10^{-6}$ T

Exercice 8

Un gaz parfait de masse molaire 40 g/mol entre dans une turbine avec un débit de 80,0 kg/min à la température de 800°C et à la pression de 1,50 MPa. Il subit une détente adiabatique au passage des lames de la turbine et ressort à la pression de 300 kPa. On prendra R=8,31 J/(K.mol).

a) Déterminer la température de sortie :

A) $T < 200$ K
B) 200 K $< T <$ 350 K
C) 350 K $< T <$ 500 K
D) $T > 500$ K

b) Déterminer la puissance maximale de sortie de la turbine :

A) $P < 60$ kW
B) 60 kW $< P <$ 120 kW
C) 120 kW $< P <$ 180 kW
D) $P > 180$ kW

c) Déterminer le rendement de la turbine

A) $\eta > 15$ %
B) 15 % $< \eta <$ 35 %
C) 35 % $< \eta <$ 60 %
D) $\eta > 60$ %

SESSION 2015

Concours d'admission en première année du cycle de formation d'architectes de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

NOM :

Prénom :

Centre d'écrit : Epreuve écrite de PHYSIQUE

Epreuve écrite de PHYSIQUE

Document réponse à rendre.

Pour chaque question, cochez la case correspondant à la bonne réponse.

	A	B	C	D	Colonne réservée à la correction
Exercice 1.a					
Exercice 1.b					
Exercice 1.c					
Exercice 1.d					
Exercice 2.a					
Exercice 2.b					
Exercice 2.c					
Exercice 2.d					
Exercice 2.e					
Exercice 3					
Exercice 4.a					
Exercice 4.b					
Exercice 5.a					
Exercice 5.b					
Exercice 6.a					
Exercice 6.b					
Exercice 7					
Exercice 8.a					
Exercice 8.b					
Exercice 8.c					
Ligne réservée à la correction					

SESSION 2015

Concours d'admission en première année

du cycle de formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de

Strasbourg

Epreuve écrite

RESUME DE TEXTE

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

1 Résumez en 200 mots (+ ou – 10 %) le texte ci-après.
2 Indiquez très synthétiquement, en une ou deux phrases, quel est le thème central abordé dans le texte.
3 Exposez en une dizaine de lignes maximum vos propres opinions autour du thème central que vous venez de définir.

Important : le candidat inscrira très lisiblement le nombre de mots utilisés pour le résumé.

Charles Ferdinand RAMUZ : *Paris*

Je m'étais installé, après de nombreux déménagements, dans un petit logement de la rue Boissonade, qui n'était alors qu'une impasse : on l'a percée depuis. Elle se composait, en ce temps-là, de deux tronçons dont l'un s'ouvrait sur le boulevard Montparnasse, et l'autre, le plus important, celui où j'habitais, aboutissait au boulevard Raspail. C'était une petite communauté privée, fermée dans le bout d'un haut mur, devant lequel un arbre était planté, dans l'axe même de la chaussée, comme pour en marquer de loin le terme à celui qui s'y engageait. Et elle se trouvait être placée sous la haute direction et surveillance d'une espèce d'abbesse-concierge nommée Madame Sérieux (nommée par nous Madame Sérieux, je n'ai jamais su son vrai nom), qui occupait à l'entrée de l'impasse une toute petite maison en briques d'un étage, où trouvaient place tout juste l'étroite loge au rez-de-chaussée et une chambre au-dessus, avec une sorte d'échelle qui y menait.

Mme Sérieux était chargée de la voirie de l'impasse ; c'était là l'essentiel de ses fonctions, pour ne pas dire toutes ses fonctions.

L'impasse était propriété privée, les services publics s'en désintéressaient. Et tout le long du jour, on voyait Mme Sérieux, armée d'un balai de bouleau et accompagnée de son chien Kiki, ouvrir l'une après l'autre les bouches à eau en bordure du trottoir, puis pousser dans le ruisseau, d'un geste nonchalant, mais averti, les débris de toute sorte dont les passants tentaient continuellement de déshonorer son domaine.

Mon appartement avait trois fenêtres et deux chambres sur le devant, une cuisine et une chambre sur le derrière : c'était plus qu'il ne m'en fallait. Vu le peu d'argent dont je disposais, je n'avais réussi à le meubler que grâce à des prodiges d'adresse.

J'avais pourtant trouvé à acheter d'occasion suffisamment de toile pour en recouvrir l'affreux papier de la pièce dont j'avais fait mon cabinet de travail ; c'était de la toile de jute pour emballages, extrêmement grossière, mais qui ne coûtait presque rien et dont la largeur faisait juste la hauteur de mon mur. Pendant deux ou trois jours, je m'étais appliqué à la tendre, la bouche pleine de pointes de tapissier, un marteau à la main et monté sur un tabouret ; elle était toute raide d'empois, d'où une grande difficulté à en effacer les plis. Il faut ajouter que les mites n'affectionnent rien autant que ces espèces de toiles bon marché et qu'il en sortait chaque printemps tout un nuage, mille petits débris grisâtres voltigeant de-ci de-là comme de la cendre de cigarette et qui semblaient moins se mouvoir d'eux-mêmes qu'être tout abandonnés aux déplacements de l'air. N'importe, grâce à de la patience, l'apparence de la pièce avait été toute changée. Elle était maintenant d'un joli jaune brun uni, pas du tout désagréable ; et, ayant passé le parquet à la paille de fer, les meubles que j'y avais introduits avaient perdu leur air décidément un peu pauvre, qui avait été remplacé par un air de simplicité, je ne

dis pas recherchée, mais plaisante ou tout au moins consentie. C'étaient des meubles en bois blanc. Le divan, que j'avais fait faire chez un emballeur, consistait en deux tréteaux bas et en un dessus de planches. La table, qui avait la même provenance et qui était une manière de table d'architecte, reposait elle aussi sur deux tréteaux en léger bois de peuplier (celui dont l'emballeur faisait ses caisses). J'avais un fauteuil qui m'avait coûté huit francs : c'était un fauteuil d'hôpital dont j'avais fait l'acquisition dans une boutique du boulevard Saint-Germain, laquelle fournissait aux hôpitaux de Paris depuis des siècles le même modèle de meubles, de sorte que, s'ils étaient durs, ils ne manquaient pas d'un certain style. J'avais un lit en pitchpin qui provenait du Bazar de l'Hôtel de Ville. J'avais eu, pour une somme très modeste, et à laquelle personne aujourd'hui ne voudrait croire, tout ce qui faisait besoin dans un ménage, y compris un peu de vaisselle, qui était charmante quoique grossière, une batterie de cuisine, un moulin à café dont je faisais un grand usage. Et puis, comme j'étais chez moi et que je m'étais tout de bon mis en ménage, j'avais aussi une femme de ménage qui venait une heure par jour, à dix sous de l'heure, et qui montait pour ce prix-là chaque jour mes cinq étages, mais c'était avant la guerre, et c'est de dix sous or qu'il s'agit.

Je m'étais installé, comme on voit, et même définitivement installé ; je prenais chez moi par économie mon déjeuner du matin et le repas de midi ; ma femme de ménage m'apportait chaque jour deux œufs frais ; et je me préparais à midi un déjeuner toujours le même, mais tout à fait conforme aux usages, consistant en une assiette de bouillon cube, en deux œufs à la coque, un morceau de fromage et une orange pour le dessert ; mais un besoin de simplification et puis le souci de salir le moins possible de vaisselle m'avaient fait pour finir casser mes œufs dans mon bouillon, et y couper mon fromage (j'ai même été sur le point d'y adjoindre le jus de l'orange), de sorte que mon repas consistait en un seul plat, mais abondant et savoureux.

Je suis resté quatre ou cinq ans rue Boissonade.

Charles Ferdinand RAMUZ *

Paris

Ed. Gallimard, 1939, pp. 103 à 107

* C.-F. Ramuz est un écrivain suisse d'expression française (1878-1947).

SESSION 2015

Concours d'admission en première année

du cycle de formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de

Strasbourg

Epreuve écrite

ILLUSTRATION LIBRE

DU MÊME TEXTE

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

Cette épreuve prolonge et complète l'épreuve précédente (« Résumé de texte ») en s'appuyant sur le même extrait de *Paris,* de Charles Ferdinand Ramuz.

Il est cette fois demandé au candidat de l'interpréter librement, sur le format de papier mis à sa disposition (une seule face), en utilisant tous les moyens d'expression graphique appropriés — crayon, crayons de couleur, pastel, peinture etc... — à l'exclusion des techniques à séchage lent.

Si la liberté technique est réelle, il est cependant attendu du candidat qu'il remarque que le texte n'est pas seulement une description du lieu mais qu'il suggère une perception sensible de ce dernier. L'attention est donc attirée sur la recherche de la restitution en deux dimensions des qualités spatiales spécifiques de ce qui est évoqué : profondeur, épaisseur, ombres et lumières, mais aussi atmosphère, ambiance, équilibre et harmonie du lieu.

Nota :

Cette épreuve doit permettre d'évaluer les aptitudes du candidat indépendamment d'une éventuelle ou réelle compétence graphique.

Les qualités attendues sont :

- une pertinence du choix de la représentation par référence au texte
- une sensibilité dans la compréhension et la représentation de l'espace
- une cohérence dans l'organisation de l'image produite