INSA
INSTITUT NATIONAL
DES SCIENCES
APPLIQUÉES
STRASBOURG

SESSION 2019

Concours d'admission en première année

du Cycle de Formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Épreuves écrites

MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

Note :

- Cette épreuve comprend un exercice et un problème.
- Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction des réponses au problème.
- **Les calculatrices ne sont pas autorisées.**

Exercice (20 points)

On ne demande aucune justification dans cet exercice. Seuls les résultats doivent être donnés.

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombre réels. Rappeler la définition (avec des quantificateurs) de $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2019$.

2. Déterminer les primitives suivantes :

   (a) $\displaystyle\int te^{t^2}dt$.

   (b) $\displaystyle\int t\arctan(t)dt$.

3. Résoudre les équations différentielles suivantes :

   (a) $y'(x) - 2xy(x) = x$.

   (b) $y'(x) - 2y(x) = \cos(x)$.

4. Soit $A = \left\{(-1)^n + \dfrac{1}{n^2}\ ;\ n \in \mathbb{N}^\star\right\}$.

   (a) L'ensemble A admet-il une borne inférieure dans $\mathbb{R}$? Si oui, l'expliciter. Est-ce un minimum de A ?

   (b) L'ensemble A admet-il une borne supérieure dans $\mathbb{R}$? Si oui, l'expliciter. Est-ce un maximum de A ?

5. Dans une entreprise, 1% des articles produits sont défectueux. Un contrôle qualité permet de refuser 95% des articles défectueux mais aussi de refuser 2% des articles acceptables.

   (a) Donner la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.

   (b) Donner la probabilité qu'un article accepté soit en réalité défectueux.

   On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

6. Soient x, y, et z trois nombres réels tels que $0 < y < z$.

   (a) Rappeler l'énoncé du théorème des accroissements finis.

(b) Donner une fonction f pour laquelle l'égalité des accroissements finis assure l'existence de $c \in]y, z[$ tel que $z^x - y^x = x(z-y)c^{x-1}$.

(c) Donner toutes les solutions de l'équation $10^x - 7^x - 5^x + 2^x = 0$.

Problème (30 points)

Les parties **II.** et **III.** et **IV.** sont largement indépendantes. Elles utilisent toutes les trois les résultats de la partie **I.**.

<u>**Notations :**</u> Dans tous ce problème on utilisera les notations suivantes :

- $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
- n est un entier naturel plus grand que un.
- $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ correspond au $\mathbb{K}$-espace vectoriel des matrices carrées de taille n.
- Pour i et j éléments de $\{1, 2, \ldots, n\}$, $E_{i,j}$ désigne la matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dont tous les coefficients sont nuls sauf celui situé sur la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne qui vaut 1.
- Si E et F sont deux $\mathbb{K}$-espaces vectoriels distincts, on notera $\mathcal{L}(E, F)$ l'ensemble des applications linéaires de E vers F.
- Si E est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, on notera $\mathcal{L}(E)$ l'ensemble des endomorphismes de E.

I. Trace d'une matrice carrée.

Pour $A = (a_{i,j}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, on pose $\operatorname{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{i,i}$.

1. Montrer que ceci définit une application linéaire de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$.

2. Montrer que : $\forall (A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})^2$, $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$.

3. En déduire que deux matrices semblables ont la même trace.

4. Montrer que l'on peut alors définir la trace d'un endomorphisme f d'un espace de dimension finie, comme étant la trace de la matrice associée à f dans une base $\mathcal{B}$ quelconque, le résultat ne dépendant pas de la base choisie.

5. <u>**Exemple :**</u> Soit $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ l'endomorphisme défini par :

$$f(x, y, z) = (x + 2y + z, 5y + 12z, x + z).$$

Déterminer la trace de f.

6. **Une première application :**

Peut-on trouver deux matrices X et Y de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tels que $XY - YX = I_n$?

7. **Étude du noyau de l'application trace :**

Dans cette question on supposera que n est un entier plus grand que deux.

(a) Montrer que l'ensemble

$$H = \{M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K}),\ \mathrm{tr}(M) = 0\}$$

est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

(b) Déterminer le rang de l'application trace et en déduire la dimension de H.

(c) Montrer que les matrices

$$E_{i,j} \quad \text{tel que} \quad i \neq j \quad \text{et} \quad E_{i,i} - E_{1,1} \quad \text{tel que} \quad i \geq 2$$

forment une base de H.

II. Étude d'un endomorphisme.

Dans cette Section on va supposer que n est un entier plus grand que deux.

Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ fixé et f_A l'application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ vers $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ définie par :

$$f_A(M) = \mathrm{Tr}(M)A - AM.$$

8. Prouver que f_A est un endomorphisme de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

9. On suppose que $n = 2$ et $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Calculer la trace de f_A.

10. Dans cette question on va supposer que $A = I_n$ et on va poser $\varphi = f_A$.

(a) Déterminer la trace de φ.

*Indication : On pourra utiliser la question **7.** et calculer $\varphi(I_n)$.*

(b) Établir que $\varphi \circ \varphi = (n-2)\varphi + (n-1)\mathrm{Id}$.

(c) En déduire que l'application φ est inversible et déterminer son inverse.

III. Étude d'une équation fonctionnelle.

Dans cette Section on va supposer que n est un entier plus grand que deux.

11. Pour $(i, j, k, l) \in \{1, 2, \ldots, n\}^4$, exprimer le produit $E_{i,j}E_{k,l}$ en fonction de $E_{i,l}$.

12. Soit f un endomorphisme de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ vérifiant la propriété **(P)** :

$$\textbf{(P)} \quad \forall (A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})^2, \ f(AB) = f(BA)$$

Pour $(i, j, k, l) \in \{1, 2, \ldots, n\}^4$, appliquer la propriété **(P)** à $A = E_{i,j}$ et $B = E_{k,l}$.

En déduire qu'il existe $X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ tel que : $\forall M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K}), \ f(M) = \mathrm{Tr}(M)X$.

13. En déduire tous les endomorphismes de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ vérifiant la propriété **(P)**.

IV. Trace et projecteur.

Soit E un $\mathbb{K}$ espace vectoriel de dimension n. On dit que p est un projecteur de E si :

$$p \in \mathcal{L}(E) \quad \text{et} \quad p \circ p = p.$$

14. Soit p un projecteur de E. Démontrer que : $E = \mathrm{Ker}(p) \oplus \mathrm{Im}(p)$.

15. On suppose par la suite que $n \geq 2$ et que p est un projecteur de E.

En considérant une base de E, bien choisie, prouver que la trace de p est égale au rang de p.

16. Soient p, q et r trois projecteurs de E. On suppose que :

$$p + 2q + 3r = 0.$$

Prouver que $p = q = r = 0$.

INSTITUT NATIONAL
DES SCIENCES
APPLIQUÉES
STRASBOURG

SESSION 2019

Concours d'admission en première année

du cycle de formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Epreuve écrite

PHYSIQUE

Calculatrice autorisée

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

Instructions à lire avant de remplir le document réponse :

L'épreuve est un questionnaire à choix multiples (QCM). Une bonne réponse rapporte un point et une mauvaise réponse est sanctionnée par le retrait d'un demi-point. En cas de doute, il vaut donc mieux ne rien répondre.

<u>L'unique document à rendre est le document réponse</u> qu'on aura rempli avec soin.

Exercice 1

Un cube en bois de côté 10cm flotte dans l'eau. La masse volumique du bois est de 750kg/m^3. Celle de l'eau est de 1000kg/ m^3.

a) La face hors de l'eau est à la hauteur h de la surface de l'eau. Que vaut h ?

A) $h < 2cm$
B) $2cm \leq h < 3cm$
C) $3cm \leq h < 4cm$
D) $4cm \leq h$

Un cylindre en bois (bois identique au précédent) de diamètre 10cm et de longueur 10cm flotte dans l'eau, l'axe du cylindre étant horizontal.

b) Le sommet du cylindre hors de l'eau est à la hauteur h' de la surface de l'eau. Que vaut h' ?

A) $h' < 2cm$
B) $2cm \leq h' < 3cm$
C) $3cm \leq h' < 4cm$
D) $4cm \leq h'$

Une boule en bois (bois identique au précédent) de diamètre 10cm flotte dans l'eau.

c) Le sommet de la boule hors de l'eau est à la hauteur h'' de la surface de l'eau. Que vaut h'' ?

A) $h'' < 2cm$
B) $2cm \leq h'' < 3cm$
C) $3cm \leq h'' < 4cm$
D) $4cm \leq h''$

Exercice 2

Un instrument de musique à vent se modélise par un tube de longueur L, fermé à une extrémité et ouvert à l'autre. La vitesse du son dans l'air est $c = 340\ m.s^{-1}$.

a) Quelle doit être la longueur L du tuyau pour que la plus faible fréquence d'une onde stationnaire soit $f_1 = 440$ Hz (La4) ?

A) $L < 10cm$
B) $10cm \leq L < 15cm$
C) $15cm \leq L < 20cm$
D) $20cm \leq L$

b) Quelle fréquence f_2 immédiatement supérieure donnera également une onde stationnaire ?

A) $f_2 = 1,5.f_1$
B) $f_2 = 2.f_1$
C) $f_2 = 2,5.f_1$
D) $f_2 = 3.f_1$

Exercice 3

Un ressort est suspendu au plafond d'une chambre. Sa raideur est de 20N/m et sa longueur à vide est de 20cm. On accroche un seau contenant une masse de 0,1kg à ce ressort. On donne $g = 9{,}81 m.s^{-2}$.

a) A l'équilibre, que vaut La longueur L finale du ressort?

A) L < 22cm
B) 22cm ≤ L < 24cm
C) 24cm ≤ L < 26cm
D) 26cm ≤ L

b) Que vaut la période T des oscillations verticales (par ailleurs peu amorties) ?

A) T < 0,15s
B) 0,15s ≤ T < 0,25s
C) 0,25s ≤ T < 0,35s
D) 0,35s ≤ T

On ajoute une masse m dans le seau. La période des oscillations verticales (toujours peu amorties) est de 1s.

c) Que vaut la masse m ?

A) m < 250g
B) 250g ≤ m < 350g
C) 350g ≤ m < 450g
D) 450g ≤ m

d) A l'équilibre, que vaut La longueur L' finale du ressort?

A) L' < 25cm
B) 25cm ≤ L' < 40cm
C) 40cm ≤ L' < 55cm
D) 55cm ≤ L'

Exercice 4

Un circuit électrique contient en série une batterie de 12V, un interrupteur K, une résistance R et un condensateur de capacité C. On donne R = 1kΩ et C = 1500 μF.

On relève la tension aux bornes du condensateur avec un oscilloscope après la fermeture de K. On estime qu'après le temps T le condensateur est complètement chargé.

a) Que vaut T ?

A) T < 100ms
B) 100ms ≤ T < 1s
C) 1s ≤ T < 2s
D) 2s ≤ T

b) Que vaut le courant maximal I_{max} dans l'interrupteur ?

A) Imax < 1mA
B) 1mA ≤ Imax < 10mA
C) 10mA ≤ Imax < 100mA
D) 100mA ≤ Imax

c) Que vaut l'énergie E dissipée dans la résistance pendant 10s ?

A) E < 1mJ
B) 1mJ ≤ E < 10mJ
C) 10mJ ≤ E < 100mJ
D) 100mJ ≤ E

On remplace la batterie par un générateur de tension alternative sinusoïdale de valeur efficace 40V et de fréquence 50Hz.

d) Que vaut le courant efficace I ?

A) I < 1mA
B) 1mA ≤ I < 10mA
C) 10mA ≤ I < 100mA
D) 100mA ≤ I

e) Que vaut l'énergie E' dissipée dans la résistance pendant 10s ?

A) E' < 1mJ
B) 1mJ ≤ E' < 10mJ
C) 10mJ ≤ E' < 100mJ
D) 100mJ ≤ E'

f) Que vaut la tension efficace V aux bornes du condensateur?

A) V < 1V
B) 1V ≤ V < 5V
C) 5V ≤ V < 10V
D) 10V ≤ V

Exercice 5.

Un microscope est construit avec l'association de deux lentilles convergentes. La première (objectif = lentille 1 et de diamètre 4mm) de focale f_1 = 0,5cm est positionnée à x = 0, et la deuxième (oculaire = lentille 2) de focale f_2 = 2,50cm est placée à $x_2 > 0$. Un petit objet AB est placé à x = - 0.51 cm . Pour observer une image A_2B_2 virtuelle agrandie et rejetée à l'infini à travers le microscope, il faut que l'image A_1B_1 de l'objet AB se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire.

a) Que vaut l'intervalle optique $\Delta = F_1'F_2$?

A) Δ < 20cm
B) 20cm ≤ Δ < 22cm
C) 22cm ≤ Δ < 24cm
D) 24cm ≤ Δ

Le grossissement G = α'/α est le rapport de l'angle α' sous lequel on voit l'image à travers le microscope et de l'angle α sous lequel on voit l'objet sans le microscope (mais placé à la distance minimale de vision nette de l'œil notée d_m = 25 cm).

b) Que vaut G ?

A) $G < 200$
B) $200 \leq G < 400$
C) $400 \leq G < 600$
D) $600 \leq G$

Le cercle oculaire est l'image de la monture de l'objectif donnée par l'oculaire. Le plan contenant le cercle oculaire est à la distance d de l'oculaire.

c) Que vaut d ?

A) d ≤ 2.5cm
B) 2.5cm ≤ d < 3cm
C) 3cm ≤ d < 4cm
D) 4cm ≤ d

Exercice 6.

Une bouteille de gaz pour usage domestique contient 13,0kg de butane C4H10 partiellement liquéfié. La bouteille a un volume interne V = 30,6L et la température est de 25°C. La masse volumique du butane liquide à 25°C est ρ = 590kg.m^{-3} . La masse volumique du butane gazeux à 25°C est ρ = 2.48kg.m^{-3}. La pression de vapeur saturante du butane à 25°C est P_{sat} = 2,5bar. La températures d'ébullition du butane à P = 1bar est $T_{eb,butane}$ = - 0,5°C.

a) Que vaut le volume V' de butane liquide à l'intérieur de la bouteille?

A) V' < 3dm^3
B) 3dm^3 ≤ V' < 6dm^3
C) 6dm^3 ≤ V' < 9dm^3
D) 9dm^3 ≤ V'

Un bruleur raccordé à la bouteille de gaz consomme 200dm^3 /h de butane.

b) Que vaut l'autonomie D de la bouteille de gaz ?

A) D < 5h
B) 5h ≤ D < 12h
C) 12h ≤ D < 19h
D) 19h ≤ D

L'énergie initiale dans la bouteille est de 178,00 kWh.

c) Quelle puissance P a le bruleur ?

A) P < 1kW
B) 1kW ≤ P < 3kW
C) 3kW ≤ P < 5kW
D) 5kW ≤ P

SESSION 2019
Concours d'admission en première année du cycle de formation d'architectes
de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

NOM :

Prénom :

Centre d'écrit : Epreuve écrite de PHYSIQUE

Epreuve écrite de PHYSIQUE

Document réponse à rendre.

Pour chaque question, cochez la case correspondant à la bonne réponse.

	A	B	C	D	Colonne réservée à la correction
Exercice 1.a					
Exercice 1.b					
Exercice 1.c					
Exercice 2.a					
Exercice 2.b					
Exercice 3.a					
Exercice 3.b					
Exercice 3.c					
Exercice 3.d					
Exercice 4.a					
Exercice 4.b					
Exercice 4.c					
Exercice 4.d					
Exercice 4.e					
Exercice 4.f					
Exercice 5.a					
Exercice 5.b					
Exercice 5.c					
Exercice 6.a					
Exercice 6.b					
Exercice 6.c					
Ligne réservée à la correction					

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES STRASBOURG

SESSION 2019

Concours d'admission en première année

du cycle de formation d'Architectes

de l'Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg

Epreuve écrite

Expression littéraire et plastique

Durée : 4 heures – Coefficient : 4

L'épreuve d'expression littéraire et plastique est une épreuve globale de 4 heures sous-divisée en deux parties relatives à l'expression littéraire d'une part et à l'expression plastique d'autre part. Les deux parties sont d'égale valeur (coefficient 2 chacune) et notées séparément par des correcteurs différents. Le candidat a la possibilité de répartir comme il le souhaite le temps consacré aux deux parties de l'épreuve, dans la limite du temps global de 4 heures.

L'expression littéraire consiste en la production de deux textes.
L'expression plastique consiste en la production d'une réalisation plastique.

Joints :

Document 1 :

Vilhelm Hammershoï, *Intérieur avec une femme debout*, huile sur toile, vers 1905, 55 x 46 cm, collection particulière.

Document 2 :
Extrait du volume de Philippe Delerm, _Intérieur_

« *Toutes les portes sont ouvertes, et la maison fermée. Ouvertes seulement les portes intérieures. De longues taches sombres sur le parquet, comme des silhouettes oubliées : dans ces zones plus mates, plus de vernis, plus de brillant, plus de reflet. Toutes les ombres du passé. Il faut ce poids, ces traces, cette idée de salissure ancienne pour que le vide du présent soit supportable. (...) Mais c'est à l'intérieur parfaitement enclos que sont posées les vraies questions – les portes ouvertes infiniment inventent une distance, un appel, inutiles ».*

In : Philippe Delerm, _*Intérieur*,_ Les Flohic Editeurs, Paris 2001, p. 59.

Production demandée :

Production écrite 1 :
Vous décrirez et analyserez la reproduction de l'œuvre d'art qui vous est proposée. Vous veillerez à employer un vocabulaire précis et nuancé, à organiser votre propos, et à rendre compte de l'atmosphère, du point de vue adopté et des effets sensibles produits. Votre texte fera environ 200 mots.

Réalisation plastique :
Vous imaginerez l'espace auquel la femme, dans le tableau de Hammershoï, tourne le dos en vous inspirant également de la description poétique de Philippe Delerm. Un soin particulier sera apporté au rendu de la qualité de la lumière.
Attention au cadrage ! Toute la feuille ne doit pas forcément être investie.

Production écrite 2 :
Vous exposerez le projet de réalisation que vous avez imaginé en justifiant vos choix plastiques. Votre texte rendra compte de votre interprétation personnelle des documents qui vous ont été soumis et de la manière dont ils vous ont inspiré(e), de votre créativité, et de votre aptitude à argumenter pour soutenir votre production. Votre texte fera entre 200 et 300 mots.
Une attention particulière sera portée à la qualité de la langue dans les deux productions écrites.

Nota Bene : Le correcteur de l'épreuve littéraire n'aura pas la réalisation plastique sous les yeux : ce qui importe, c'est la pertinence et la cohérence de votre projet, indépendamment de la qualité de l'œuvre plastique.
De même, le correcteur de la réalisation plastique n'aura pas connaissance de la production écrite : il ne faut donc pas concevoir le texte comme une « notice explicative du dessin ». La production plastique doit pouvoir s'évaluer pour ses propres qualités.