Rapport de concours du 8 mai 2017
Epreuve de MATHEMATIQUES – *Bac S*

version longue

L'intégralité du sujet est téléchargeable gratuitement sur www.concoursavenir.fr

Présentation générale concernant l'ensemble des épreuves du Concours Avenir 2017 :

Avec plus de 7 700 candidats lors de l'édition 2017, l**e Concours Avenir** se positionne comme **le premier concours commun permettant l'accès aux écoles d'ingénieurs postbac privées en France** (en termes d'attractivité / nombre de candidats) !
Il regroupe aujourd'hui 7 Grandes Ecoles d'Ingénieurs (réparties sur 13 campus), toutes habilitées par le CTI et régulièrement citées parmi les meilleures écoles d'ingénieurs postbac françaises (l'ECE, l'EIGSI, l'EISTI, l'EPF, l'ESIGELEC, l'ESILV et l'ESTACA).

L'ensemble des épreuves de ce concours se déroule sous la forme de Q.C.M.
L'efficacité et la notoriété croissante de ces questionnaires numérisés sont principalement dues à leur validation par rapport à des épreuves classiques sur des populations identiques, notamment grâce à deux qualités spécifiques :

- Le "correcteur" est identique pour tous les candidats, le barème est donc appliqué sans interprétation et ne fluctue pas au cours du temps. Les résultats obtenus ne nécessitent donc aucune péréquation. De plus, il est tout à fait possible de tester plusieurs barèmes sur une même épreuve (ou partie d'épreuve).
- Pour les enseignants, l'examen statistique de grandes populations permet de tirer des renseignements importants sur l'assimilation des programmes, et alimente la réflexion sur la pratique pédagogique au quotidien. C'est dans cette optique que nous vous proposons ce rapport de **concours 2017.**

On remarque que le nombre moyen de réponses fausses est élevé et probablement associé au fait que les candidats ne sont pas habitués au système de QCM dans lequel ***les réponses fausses pénalisent par le retrait d'1 point. Les candidats manquent parfois de prudence dans leur stratégie hasardeuse de réponse.***

Statistiques générales 2017 (toutes épreuves confondues) :

	Maths	Français	Physique	Anglais
Note moyenne (sur 20)	9.22	12.88	10.60	6,50
Ecart-type (sur 20)	3.06	2.29	3.53	3,90
Note min (sur 20)	-1.04	2.22	-1.48	-1.78
Note max (sur 20)	19.41	20	20	20,00
Nb moyen de questions traitées	34	43	40	36
Nb max de questions traitées	60	45	60	45
Nb min de questions traitées	5	20	7	0
Nb moyen de bonnes réponses	24	32	28	23
Nb moyen de mauvaises réponses	10	11	12	13

Commentaires généraux concernant l'épreuve de Mathématiques du Concours Avenir 2017

Lors de cette session 2017 la moyenne obtenue lors de l'épreuve de mathématiques est en nette augmentation, de la même façon l'écart type est également supérieur. En revanche l'examen des pourcentages de bonnes réponses ne montre pas de changements flagrants avec les années précédentes. On peut donc penser qu'un groupe important de candidats a mieux maitrisé la technique du concours en neutralisant de façon pertinente certaines questions. Il est également possible que les candidats se soient mieux préparés par l'intermédiaire des annales, des rapports et des séances de préparation. En général les questions de fin de concours sont très souvent neutralisées, or on trouve cette année des questions faiblement neutralisées même après les 45 ou 50 premières questions.

L'épreuve se déroulant sans calculatrice les candidats doivent être capables d'effectuer rapidement des calculs avec des nombres entiers ou des fractions simples. C'était le cas cette année pour les questions 1, 10 ou 15 par exemple. Une majorité de candidats a bien réussi ce type de questions.

Les questions de type bac sont toujours bien traitées. Dès que la question ou la forme de la réponse s'éloigne de la forme usuelle le taux de non réponses est élevé comme pour les questions 20 et 43. D'autre part certaines questions d'apparence complexe comme celles portant sur le raisonnement ont pu effrayer certains candidats alors qu'elles sont résolues avec des techniques de classe de première. Dans les conditions du concours, les candidats peu intuitifs n'ont peut-être pas eu le temps de faire le lien.

L'entrainement et l'intuition sont importants pour pouvoir répondre rapidement. Dans des questions sur les limites ou de géométrie dans l'espace il ne s'agit pas refaire un exercice de type bac en détaillant les calculs. Le candidat doit être capable par son intuition d'éliminer au moins une ou deux réponses. Un calcul peut ensuite aider à déterminer la bonne réponse.

De façon classique les questions d'algorithmique ne sont pas bien traitées sûrement par manque de temps. De même les lois de probabilité continues sont très peu abordées. Comme tous les ans elles n'ont peut-être pas encore été abordées en cours. Leur position en fin de concours peut aussi faire qu'elles sont neutralisées par défaut, c'est un risque car des questions simples comme la question 56 peuvent s'y trouver.

Il est réconfortant de voir que les questions portant sur des définitions de cours ou des propriétés de base sont très majoritairement bien traitées.

Raisonnement

Pour les questions 1 à 5 on considère une opération notée $\oplus$ et définie par :

Pour tous réels a et b on A : $a \oplus b = a + 2\times a\times b + b$, où + et × désignent respectivement l'addition et la multiplication dans $\mathbb{R}$.

Question 1 : $(-2) \oplus \left(5 \oplus \frac{1}{2}\right) =$

A : $\frac{-59}{2}$

B : $\frac{109}{2}$

C : $\frac{-67}{2}$

D : $\frac{101}{2}$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 5.1% B :1.7% C :70.3% D : 3.3%
Pas de réponse ou réponse non valide : 19.5%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 87.4%

Il s'agit d'une simple question de calcul mental avec des nombres relativement simples. Cependant le taux de 20% de non réponse semble élevé, sûrement une conséquence de la formulation de la question.

Question 2 : Parmi les 4 propositions suivantes, laquelle est vraie ?

A : Si $a > -1$ alors $a \oplus a \geq 0$.

B : Si $a < -1$ alors $a \oplus a \geq 0$.

C : Si $a < 0$ alors $a \oplus a \leq 0$.

D : Si $a < 0$ alors $a \oplus a \geq 0$.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 13.5% B : 29.9% C : 8.3% D : 12.3%
Pas de réponse ou réponse non valide : 36%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 46.7%

$a \oplus a = a + 2\times a\times a + a = 2a(1 + a)$. On doit alors répondre à une question relative au signe d'un trinôme. Le problème posé est de niveau 1re S. Le faible taux de bonnes réponses montre que les candidats n'ont pas fait le lien.

Question 3 : On dit que l'opération $\oplus$ admet pour élément neutre le nombre réel noté n_e si pour tout réel a on a : $a \oplus n_e = n_e \oplus a = a$. Alors

A : $n_e = 0$

B : $n_e = 1$

C : $n_e = -1$

D : n_e est égal à une autre valeur que les trois proposées aux réponses précédentes

Bonne réponse : A

Réponses : A : 66.1% B : 1.9% C :1% D : 3.4%

Pas de réponse ou réponse non valide : 27.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 91.4%

Il suffisait de tester les réponses, ce qui était facilité par le fait que la première proposition est la bonne réponse ! Ici encore la forme de la question semble avoir découragé près de 30% des candidats.

Question 4 : On dit qu'un nombre réel a admet pour symétrique pour l'opération $\oplus$ le nombre noté $\tilde{a}$ si $a \oplus \tilde{a} = \tilde{a} \oplus a = n_e$, où n_e est le nombre défini à la question 3. S'il existe, alors $\tilde{a}$ =

A : $(-1)\times a$

B : $\frac{2a-1}{a}$

C : $\frac{-1}{a}$

D : $\frac{-a}{1+2a}$

Bonne réponse : D

Réponses : A : 2.5% B : 1.8% C : 1.7% D : 28%

Pas de réponse ou réponse non valide : 66%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 82.3%

Bien traiter cette question suppose d'avoir bien répondu à la précédente, de plus l'équation à résoudre semble plus complexe. Près de deux tiers des candidats n'ont pas répondu. Il suffisait de résoudre : $\tilde{a} + 2\times \tilde{a} \times a + a = 0$

Question 5 : Dans $\mathbb{R}$, l'équation $a\oplus 1 = a\times a$ admet

A : aucune solution

B : exactement une solution

C : exactement deux solutions

D : un nombre de solutions qui dépend de la valeur de a

Bonne réponse : C

Réponses : A : 8.1% B : 9.6% C : 44% D : 5.5%

Pas de réponse ou réponse non valide : 32.8%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 65.4%

L'équation est équivalente à : $a + 2\times a\times 1 + 1 = a + 2\times a\times a + a$ *soit* $2a^2 - a - 1 = 0$. On retrouve encore une fois une question du niveau de la 1re S.

Algorithmique

Pour les questions 6 à 9 on considère l'algorithme suivant :

Variables :

I , , U : nombres

Traitement :

Saisir un entier N

Saisir un nombre U

Affecter à I la valeur 0

Tant que $I < N$ faire

Affecter à I la valeur $I + 1$

Affecter à U la valeur $U + \frac{I \times U}{2}$

fin du tant que

Afficher U

Question 6 : Si on fait fonctionner l'algorithme avec $N = 3$ et $U = 2$, on obtient comme affichage

A : 15

B : 4

C : 6

D : Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 29.5% B : 5.6% C : 18.8% D : 29.1%
Pas de réponse ou réponse non valide : 17%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 35.5%

La difficulté de la question est dans le respect de la condition d'arrêt et dans le temps nécessaire aux calculs. Ceci peut expliquer le taux relativement faible de bonnes réponses, les candidats n'ont pas dû vérifier leurs calculs.

Question 7 : Si on désire remplacer la boucle « tant que » par une boucle « répéter » on doit écrire

A : Répéter

Affecter à I la valeur $I + 1$

Affecter à U la valeur $U + \frac{I \times U}{2}$

Jusqu'à $I < N$

B : Répéter

Affecter à I la valeur $I+1$

Affecter à U la valeur $U+\frac{I\times U}{2}$

Jusqu'à $I = N-1$

C : Répéter

Affecter à I la valeur $I+1$

Affecter à U la valeur $U+\frac{I\times U}{2}$

Jusqu'à $I > N$

D : Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 7.3% B : 21.6% C : 16.6% D : 15.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 39.1%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 25.4%

Si la réponse A semble avoir été souvent éliminée en raison de sa condition d'arrêt identique, le choix entre les autres réponses semble plus aléatoire. La réponse B était plus crédible en raison de la présence d'une égalité.

Question 8 : Si on désire remplacer la boucle « tant que » par une boucle « pour » on doit écrire

A : Pour I allant de 0 à N par pas de 1

Affecter à I la valeur $I+1$

Affecter à U la valeur $U+\frac{I\times U}{2}$

Fin du pour

B : Pour I allant de 0 à $N-1$ par pas de 1

Affecter à I la valeur $I+1$

Affecter à U la valeur $U+\frac{I\times U}{2}$

Fin du pour

C : Pour I allant de 1 à N par pas de 1

Affecter à I la valeur $I+1$

Affecter à U la valeur $U+\frac{I\times U}{2}$

Fin du pour

D : Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 22.4% B : 32.5% C : 4% D : 4.1%
Pas de réponse ou réponse non valide : 36.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 6.5%

La présence d'une incrémentation supplémentaire dans les 3 premières réponses les disqualifie.

Question 9 : La variable U contient les termes successifs de la suite (u_n) définie par

A : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{n \times u_n}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

B : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{n \times u_{n-1}}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

C : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{(n-1) \times u_{n-1}}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

D : Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.2% B : 8% C : 3.8% D : 32%
Pas de réponse ou réponse non valide : 52%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 66.6%

D'après la question 6) on doit avoir $u_1 = 3$. Le calcul de u_1 permet d'éliminer rapidement les 3 premières réponses.

SUITES

Question 10 : On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$ alors $u_{23} =$

A : 119

B : 85

C : 97

D : 111

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2% B : 1.4% C : 84.2% D : 0.9%
Pas de réponse ou réponse non valide : 11.5%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 95.1%

Presque tous les candidats ont bien identifié une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 4. On a alors $u_{23} = 5 + 4 \times 23 = 97$.

Question 11 : On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{(-1)^n \times E(\frac{n}{3})}{n^2+n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, où $E(x)$ désigne la partie entière de x, alors

A : (u_n) n'est ni minorée, ni majorée.

B : (u_n) est minorée mais pas majorée.

C : (u_n) est majorée mais pas minorée.

D : (u_n) est bornée.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 12.5% B : 4.5% C : 1.5% D : 13.6%
Pas de réponse ou réponse non valide : 67.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 42.1%

Les suites avec un terme comportant l'expression $(-1)^n$ sont souvent étudiées, on peut donc éliminer les réponses B et C. La limite de la suite n'a pas été bien estimée, ceci explique la répartition symétrique des réponses entre A et D.

Question 12 : On considère une suite (u_n) arithmétique de raison 3 et une suite (v_n) arithmétique de raison 2, alors la suite (w_n) définie par $w_n = u_n + v_n$ pout tout n $\in \mathbb{N}$ est

A : arithmétique de raison 6.

B : géométrique de raison 5.

C : arithmétique de raison $\frac{5}{2}$.

D : arithmétique de raison 5.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.1% B : 8.1% C : 1.2% D : 61.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 25.1%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 82.1%

Question bien réussie, l'écriture de w_{n+1}en fonction de u_n et v_n donne tout de suite la réponse.

Question 13 : On considère une suite (u_n) géométrique de raison 3 et une suite (v_n) géométrique de raison 2, alors la suite (w_n) définie par $w_n = u_n \times v_n$ pout tout n $\in \mathbb{N}$ est

A : géométrique de raison 6.

B : géométrique de raison 5.

C : géométrique de raison 9.

D : géométrique de raison 8.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 58.6% B : 5% C : 1.3% D : 0.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 34.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 89.7%

La question est du même style que la précédente, on retrouve logiquement des pourcentages proches.

Question 14 : On considère une suite (u_n) géométrique de raison 3 et une suite (v_n) géométrique de raison 2, alors la suite (w_n) définie par $w_n = \frac{u_n+v_n}{2}$ pout tout n $\in \mathbb{N}$ est

A : géométrique de raison $\frac{5}{2}$.

B : arithmétique de raison $\frac{5}{2}$.

C : arithmétique de raison $\frac{9}{2}$.

D : ni arithmétique, ni géométrique.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 8.2% B : 6.6% C : 0.4% D : 32.3%
Pas de réponse ou réponse non valide : 52.5%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 67.9%

Une raison de $\frac{5}{2}$ obtenue en reproduisant l'opération sur les raisons a attiré un nombre non négligeable de candidats. Leur réponse s'est sans doute faite un peu trop vite et de façon automatique après les deux précédentes questions.

Nombres complexes

Question 15 : On considère le nombre complexe $z = 3i$, alors $z^4 =$

A : $81i$

B : -81

C :$-81i$

D : 81

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.7% B : 8.6% C : 1% D : 82.5%
Pas de réponse ou réponse non valide : 3.2%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 85.2%

La question est très simple, $3^4 = 81$ et $i^4 = 1$. Le pourcentage de bonnes réponses est très bon mais pas exceptionnel puisque près de 20 % des candidats ont mal ou pas répondu.

Question 16 : Les nombres réels a et b tels que pour tout $z \in \mathbb{C}, z^3 + (2-i)z^2 + (1-2i)z - i = (z-i)(z^2 + az + b)$ sont

A : $a = -2$ et $b = 1$

B : $a = -2$ et $b = -1$

C : $a = 2$ et $b = 1$

D : $a = 2$ et $b = -1$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1.6% B : 1.5% C : 53.2% D : 4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 39.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 88.1%

Près de 40% des candidats ont neutralisé la question sûrement par peur du manque de temps. On ne veut pas ici un calcul mais identifier la réponse. Si z = 0 on obtient b =1 donc la bonne réponse est A ou C. On peut tester les 2 valeurs proposées pour a ou alors poser z = 1 et réduire les expressions.

Question 17 : $\frac{e^{\frac{i\pi}{2}}(6e^{i\pi}+2)}{2i} =$

A : -2

B : $2 + i$

C : 0

D : 2

Bonne réponse : A
Réponses : A : 19.8% B : 2.5% C : 2% D : 3.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 72.3%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 71.5%

La question est relativement simple à condition de savoir que $e^{\frac{i\pi}{2}} = i$ et $e^{i\pi} = -1$, ce qui semble n'être le cas que de 20% des candidats !

Question 18 : On considère le nombre complexe $z = \frac{2+2i}{\sqrt{3}+i}$, alors un argument, à 2π près, de z est

A : $\frac{-\pi}{12}$

B : $\frac{\pi}{12}$

C : $\frac{5\pi}{12}$

D : $\frac{-5\pi}{12}$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 4.4% B : 15.5% C : 5.3% D : 1.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 73.2%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 57.6%

Un élève de terminale bien entrainé devrait avoir souvent rencontré des nombres complexes du type $2 + 2i$ et $\sqrt{3} + i$. On doit rapidement identifier les arguments $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{6}$ puis obtenir $\frac{\pi}{12}$ en faisant la soustraction.

Question 19 : On considère le nombre complexe $z = \sqrt{5}e^{i\frac{3\pi}{4}}$, alors un argument, à 2π près, de la moyenne arithmétique de z et de son conjugué est :

A : 0

B : $\frac{\pi}{2}$

C : π

D : $\frac{3\pi}{2}$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 4.7% B : 3.1% C : 4% D : 4.3%
Pas de réponse ou réponse non valide : 84%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 25%

La question a été neutralisée par une grande majorité des candidats et ceux qui ont répondu semblent l'avoir fait de façon aléatoire. On sait que $z + \bar{z} = 2Re(z)$ donc $\frac{z+\bar{z}}{2} = Re(z) < 0 \; car \; Arg(z) = \frac{3\pi}{4}$, d'où la réponse C.

Question 20 : : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, l'affixe du vecteur $\vec{w} = 5\vec{u} - 5\sqrt{3}\vec{v}$ est

A : $10e^{\frac{i\pi}{3}}$.

B : $5e^{\frac{-i\pi}{3}}$.

C : $\sqrt{5}e^{\frac{-i\pi}{3}}$.

D : $10e^{\frac{-i\pi}{3}}$.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 2.8% B : 3.2% C : 1.1% D : 17.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 75.2%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 71.5%

L'affixe du vecteur $\vec{u}$ est *1*, l'affixe du vecteur $\vec{v}$ est *i*, donc l'affixe de $\vec{w}$ est $5 - 5\sqrt{3}\mathrm{i} = 10(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i)$

Question 21 : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, les images des solutions de l'équation $z^4 = 6$ sont

A : les sommets d'un triangle équilatéral.

B : les sommets d'un carré.

C : les sommets d'un pentagone régulier.

D : les sommets d'un hexagone régulier.

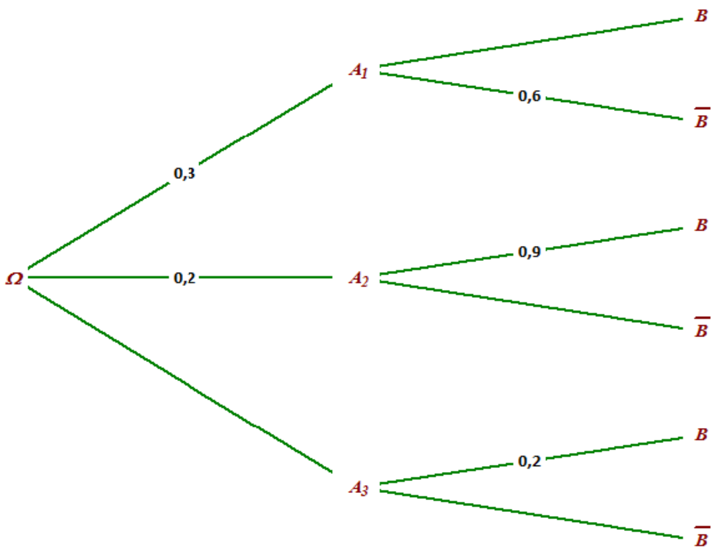
Bonne réponse : B
Réponses : A : 2.8% B : 13.9% C : 0.9% D : 2.6%
Pas de réponse ou réponse non valide : 75.2%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 68.6%

Sans chercher à résoudre l'équation, un candidat peut essayer de faire le lien entre la puissance de l'inconnu et le nombre de sommets de la figure considérée. Peu semblent avoir osé prendre ce risque.

Probabilités conditionnelles

Pour les questions 22 à 24 on considère l'arbre pondéré suivant :



Question 22 : $P(A_3) =$

A : 0,1

B : 0,2

C : 0,5

D : 0,498

Bonne réponse : C
Réponses : A : 0.3% B : 0.4% C : 98% D : 0.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 0.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 98.9%

Il suffisait de calculer 1 – 0,3 – 0,2.

Question 23 : $P(A_1 \cap B) =$

A : 0,1

B : 0,12

C : 0,18

D : 0,4

Bonne réponse : B
Réponses : A : 0.7% B : 89% C : 1.8% D : 4.7%

Pas de réponse ou réponse non valide : 3.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 92.5%

$P(A_1 \cap B) = 0{,}3 \times (1 - 0{,}6)$. Il s'agit d'un calcul classique, pas de difficulté comme pour la question précédente. Ces 2 questions simples ont bien été identifiées par les candidats.

Question 24 : Les évènements A_1 et B sont

A : incompatibles.

B : certains.

C : dépendants.

D : indépendants.

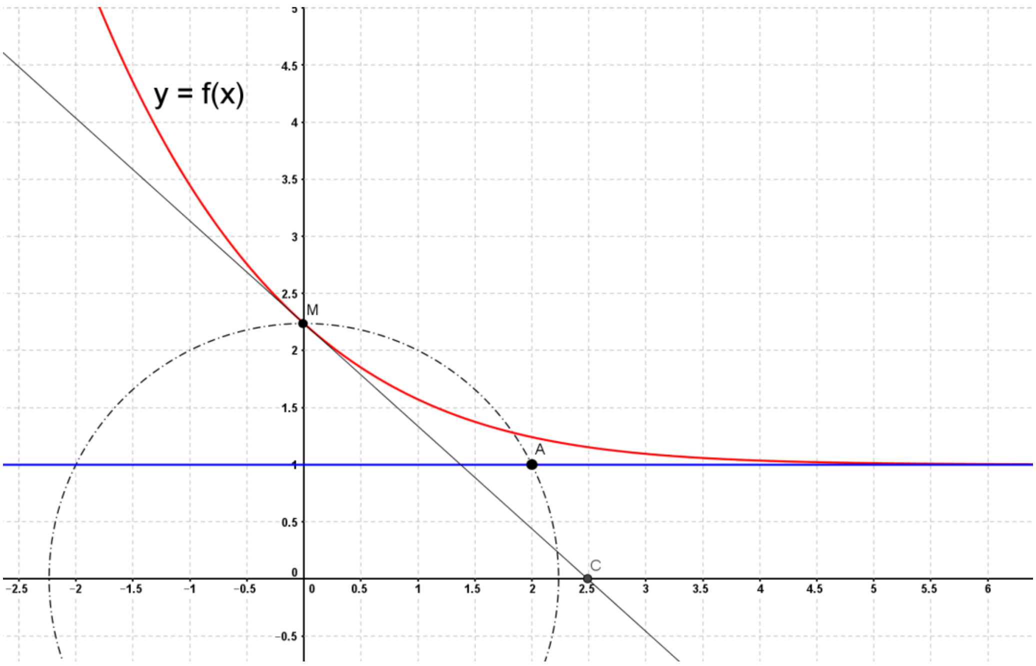
Bonne réponse : D
Réponses : A : 1% B : 2.6% C : 35.7% D : 40.5%
Pas de réponse ou réponse non valide : 3.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 50.7%

Si les réponses A et B ont été le plus souvent écartées, les taux voisins entre les réponses C et D sont surprenants. Alors que l'arbre a été complété par presque tous les candidats dans les 2 questions précédentes, le calcul permettant de vérifier l'indépendance aurait dû être mieux maitrisé.

Lecture graphique

Pour les questions 25 à 28 on se place dans le plan muni d'un repère orthonormé. On a tracé la courbe représentative d'une fonction f dérivable et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. Le point M est le point de la courbe d'abscisse 0. La droite (MC) avec $C\,(\frac{5}{2}; 0)$ est la tangente à la courbe au point d'abscisse 0. Le point M et le point A (2 ;1) sont situés sur le même cercle dont le centre est l'origine du repère.



Question 25 : La courbe représentative de f admet

A : la droite d'équation x = 1 comme asymptote horizontale en + ∞.

B : la droite d'équation y = 1 comme asymptote horizontale en + ∞.

C : la droite d'équation x = 1 comme asymptote verticale en + ∞.

D : la droite d'équation y = 1 comme asymptote verticale en + ∞.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 8.6% B : 86.9% C : 1% D : 1.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 1.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 88.5%

Le taux de bonnes réponses est très satisfaisant, en revanche le pourcentage de réponses A est surprenant. Avec un taux de près de 10% on est loin d'une étourderie, il y a confusion entre les équations d'une horizontale et d'une verticale !

Question 26 : La valeur exacte de $f(0)$ est

A : $\frac{21}{10}$

B : e

C : $\sqrt{5}$

D : $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1.3% B : 4.3% C : 71.4% D : 5.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 17.5%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 86.5%

f(0) est l'ordonnée de M, c'est le rayon du cercle, c'est la distance OA. Il s'agit d'effectuer un calcul de niveau seconde.

Question 27 : Un vecteur directeur de la droite (MC) est

A : $\vec{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{5}\\2\end{pmatrix}$.

B : $\vec{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{5}\\2\sqrt{5}\end{pmatrix}$.

C : $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\-2\sqrt{5}\end{pmatrix}$.

D : $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\2\sqrt{5}\end{pmatrix}$.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.5% B : 10.2% C : 6.2% D : 32.9%
Pas de réponse ou réponse non valide : 46.3%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 61.2%

Il faut identifier un vecteur colinéaire au vecteur $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\-\sqrt{5}\end{pmatrix}$. Pour la réponse D on a $\vec{u} = -2\overrightarrow{MC}$.

Question 28 : La fonction représentée est $f(x) = \sqrt{1+\alpha e^{-x}}$ avec $\alpha =$

A : $\sqrt{3}$

B : $\sqrt{5}$

C : 4

D : $\frac{3}{2}$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1.6% B : 4.7% C : 39.2% D : 1.1%
Pas de réponse ou réponse non valide : 53.4%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 84.2%

Puisque $f(0) = \sqrt{5}$, on a $\alpha = 4$. Alors que presque tous les candidats ont identifié $f(0)$le taux de neutralisation est très important, il est proche de celui de la question précédente. Les 2 questions semblent avoir été neutralisées en bloc.

Trigonométrie

Pour les questions 29 à 31 on considère la fonction cotangente notée $\text{cotan}(x)$ et définie par $\text{cotan}(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$.

Question 29 : $\text{cotan}(\frac{\pi}{4}) =$

A : 1

B : 0

C : $\sqrt{2}$

D : $\sqrt{3}$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 72.3% B : 3.2% C : 2.6% D : 2.6%
Pas de réponse ou réponse non valide : 19.4%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 89.7%

Il s'agit d'un simple calcul qui nécessite de connaitre le sinus et le cosinus de $\frac{\pi}{4}$. La question a très bien été traitée.

Question 30 : La fonction cotangente n'est pas définie si

A : $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ où k est un nombre entier relatif

B : $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ où k est un nombre entier relatif

C : $x = 2k\pi$ où k est un nombre entier relatif

D : $x = k\pi$ où k est un nombre entier relative

Bonne réponse : D

Réponses : A : 3.8% B : 10.7% C : 6.7% D : 36%

Pas de réponse ou réponse non valide : 42.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 62.9%

La recherche d'un domaine de définition n'est plus un exercice classique, encore moins avec une fonction trigonométrique, d'où un assez faible taux de bonnes réponses.

Question 31 : Pour tout x appartenant à son domaine de définition, la fonction cotangente est dérivable et admet pour fonction dérivée

A : $1 + (\text{cotan}(x))^2$

B : $\frac{1}{(\sin(x))^2}$

C : $\frac{-1}{(\sin(x))^2}$

D : $\left(\text{cotan}(x)\right)^2 - 1$

Bonne réponse : C

Réponses : A : 7.3% B : 8.9% C : 32% D : 9.4%

Pas de réponse ou réponse non valide : 42.4%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 55.6%

On retrouve ici des pourcentages proches de ceux de la question précédente. Un tiers des candidats maitrisent ces fonctions, c'est peu mais reflète la part des fonctions trigonométriques dans les programmes.

Fonction exponentielle

Question 32 : $\frac{e^5 \times e^{-3}}{(e^3)^2} =$

A : e^{-3}

B : $e^{-\frac{15}{6}}$

C : e^{-4}

D : e^9

Bonne réponse : C

Réponses : A : 5.8% B : 2.8% C : 84.6% D : 0.7%

Pas de réponse ou réponse non valide : 6.1%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 90.1%

On utilise ici les propriétés de base de l'exponentielle, le très bon taux de bonnes réponses n'est pas une surprise.

Question 33 : Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{2x} + e^x - 2 = 0$ sont

A : -2 et 1

B : 0

C : e^{-2} et e^{1}

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 10.6% B : 48.2% C : 6.4% D : 19.9%
Pas de réponse ou réponse non valide : 14.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 56.7%

L'équation est classique avec le changement de variable $X = e^{x} > 0$. Les candidats ayant répondu A ou C ont dû résoudre l'équation $x^2 + x - 2 = 0$. Le fort taux de réponse D doit être induit par l'oubli de la condition $e^{x} > 0$.

Question 34 : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(e^{\sqrt{x^3 - 3x + 9}} \right) =$

A : $+\infty$

B : 0

C : $e^{\sqrt{x^3}}$

D : e^{3}

Bonne réponse : A
Réponses : A : 83.2% B : 1.7% C : 1.9% D : 0.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 12.5%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 95.1%

Il s'agit d'une limite classique d'une fonction composée. La question a très bien été traitée par les candidats.

Question 35 : Pour tout nombre réel non nul x, $\frac{e^{x}}{x^{4}} =$

A : $\frac{e^{4y}}{16y^{4}}$ avec $y = 4x$

B : $\frac{1}{256} \times \left(\frac{e^{y}}{y}\right)^{4}$ avec $x = 4y$

C : $\frac{e^{4y}}{16y^{4}}$ avec $x = 4y$

D : $\frac{1}{64} \times \left(\frac{e^{y}}{y}\right)^{4}$ avec $x = 4y$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 1.8% B : 22.7% C :8.7% D : 3.6%
Pas de réponse ou réponse non valide : 63.3%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 61.8%

Il s'agit d'un exercice de changement de variable peu pratiqué en terminale, le fort taux de non réponse permet de le vérifier !

Question 36 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \cos(3x)e^{-2x}$. La fonction dérivée de f en $x \in \mathbb{R}$ est

A : $f'(x) = -e^{-2x}(3\sin(3x) + 2\cos(3x))$

B : $f'(x) = -3e^{-2x}(\sin(3x) + \cos(3x))$

C : $f'(x) = -2e^{-2x}(\sin(3x) + \cos(3x))$

D : $f'(x) = -e^{-2x}(3\sin(3x) - 2\cos(3x))$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 50.3% B : 1.4% C : 6.6% D : 11.3%
Pas de réponse ou réponse non valide : 30.4%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 72.2%

La gestion des signes est la principale difficulté de cet exercice de dérivation.

Question 37 : $\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{3x+2}-e^2}{x}\right) =$

A : $+\infty$

B : 0

C : $\frac{e^2}{3}$

D : $3e^2$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 17.2% B : 30.9% C : 1.6% D : 4.3%
Pas de réponse ou réponse non valide : 46%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 8%

On a ici une forme indéterminée qui peut être levée en utilisant la définition du nombre dérivé. Le très faible taux de bonne réponse montre la méconnaissance de la technique.

Fonction logarithme népérien

Question 38 : Dans $\mathbb{R}$ l'équation $\ln(x+3) + \ln(x+2) = 0$ admet

A : aucune solution.

B : une solution.

C : deux solutions.

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 25.4% B : 27.4% C : 23.8% D : 1.6%

Pas de réponse ou réponse non valide : 21.8%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 35%

On retrouve des pourcentages voisins pour les réponses A, B et C. les candidats ont sûrement répondu au hasard. L'équation $(x+3) \times (x+2) = 1$ avec les conditions $(x+3) > 0$ et $(x+2) > 0$ n'a pas dû être identifiée.

Question 39 : $\ln(8e^5) =$

A : $3\ln(2) + e^5$

B : $3\ln(2) + 5e$

C : $15\ln(2e)$

D : $5 + 3\ln(2)$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.4% B : 2.1% C : 3.7% D : 59.9%
Pas de réponse ou réponse non valide : 29.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 85.6%

On trouve ici une utilisation des propriétés de base de la fonction ln. Même si le taux de bonnes réponses est bon il n'est pas aussi élevé qu'on aurait pu le prévoir.

Question 40 : La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln\left(\sqrt{1+3e^x} + e\right)$ est

A : strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

B : strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

C : croissante sur $]-\infty\,;\,0]$ puis décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

D : décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$ puis croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 51.8% B : 2.1% C : 1.2% D : 4.6%
Pas de réponse ou réponse non valide : 40.3%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 86.8%

On pouvait ici soit dériver, soit remarquer que la fonction est composée de fonctions croissantes.

Question 41 : $\lim_{x \to 2^+} \left(\frac{\ln(x-2)}{6-x-x^2}\right) =$

A : $-\infty$

B : 0

C : $+\infty$

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 17.7% B : 14.6% C : 19.2% D : 5.8%
Pas de réponse ou réponse non valide : 42.8%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 33.5%

La difficulté dans la détermination de cette limite du style "$\frac{\infty}{0}$"est dans la gestion des signes. Les candidats qui ont traité cette question ont donc répondu majoritairement A ou C.

Question 42 : $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1+\ln(x)}{4x}\right) =$

A : $-\infty$

B : 0

C : $+\infty$

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 1.1% B : 57.6% C : 9.3% D : 2.8%
Pas de réponse ou réponse non valide : 42.8%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 81.4%

On utilise sans problème les limites usuelles et la croissance comparée.

Question 43 : Pour tout $x > 0$, l'équation $\frac{ln(x+2)+3}{x} = 5$ est équivalente à

A : $x = \frac{e^{5x+3}}{2}$

B : $x = e^{5x-5}$

C : $x = e^{5x-3} - 2$

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1.2% B : 1.2% C : 29% D : 12.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 56.2%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 66.2%

Il faut ici procéder par équivalence. Ce type d'équation est inhabituel, c'est peut-être ce qui explique le fort taux de non réponses pour une question à priori peu difficile.

Question 44 : Soit *n* un nombre entier naturel, l'inéquation $5 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \geq 3$ est équivalente à

A : $n \leq \frac{\ln(3)-\ln(5)}{\ln(3)-\ln(4)}$

B : $n \geq \frac{\ln(2)}{\ln(3)-2\ln(2)}$

C : $n \geq \frac{\ln(2)}{\ln(4)-\ln(3)}$

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 3.7% B : 9% C : 2.4% D : 9.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 75.3%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 36.4%

La forme des réponses a pu effrayer les candidats. Il est pourtant commun de résoudre des équations de ce style dans des exercices portant sur les suites.

Intégration

Question 45 : On se place dans le plan muni d'un repère et on considère la fonction f positive de courbe représentative $\mathcal{C}$, alors pour a et b réels tels que $a \leq b$ $\int_a^b f(x)dx$ est

A : l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, $\mathcal{C}$, les droites d'équation y = a et y = b.

B : l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, $\mathcal{C}$, les droites d'équation x = a et y = b.

C : l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, $\mathcal{C}$, les droites d'équation y = a et x = b.

D : l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, $\mathcal{C}$, les droites d'équation x = a et x = b.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 5.8% B : 2.9% C : 1% D : 70.6%
Pas de réponse ou réponse non valide : 19.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 88%

Il s'agit de la définition, le taux de bonnes réponses est excellent.

Question 46 : $\int_0^2 (3e^x)dx =$

A : $3(e^2 - 1)$

B : $\frac{e^2-1}{3}$

C : $3(e^2 + 1)$

D : $\frac{e^2+1}{3}$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 60.4% B : 4.8% C : 3.1% D : 0.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 31%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 87.5%

Il n'y a à priori pas de problème pour identifier la primitive, le taux de bonnes réponses est excellent parmi les candidats ayant répondu à cette question.

Question 47 : Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$, alors $\int_3^7 (2f(x)+5)dx =$

A : $2\int_3^7 f(x)dx + 5$

B : $2\int_3^7 f(x)dx + 10$

C : $2\int_3^7 f(x)dx + 40$

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 14.9% B : 4.9% C : 1.4% D : 31.5%
Pas de réponse ou réponse non valide : 47.3%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 59.8%

Près d'un tiers des candidats ayant répondu on directement « sorti » le nombre 5. Si l'interprétation géométrique d'une intégrale ou son calcul semblent acquis par les candidats, il ne semble pas en être de même pour les propriétés.

Question 48 : $\int_0^2 (e^{3x})dx =$

A : $3(e^6 - 1)$

B : $\frac{e^6-1}{3}$

C : $3(e^6 + 1)$

D : $\frac{e^6+1}{3}$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 14.1% B : 51.4% C : 1.6% D : 1.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 31.2%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 74.7

Cette question est très voisine de la question 46, cette fois le coefficient est dans l'exposant. Il est normal d'obtenir un bon taux de bonnes réponses, légèrement inférieur à celui de la question 46.

Géométrie dans l'espace

Pour les questions 49 à 52 on se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

Question 49 : On considère la droite (d) passant par $A\left(2\,;\,3\,;\,-1\right)$ et de vecteur directeur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ alors une représentation paramétrique de (d) est

A : $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

B : $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 1t \\ z = -1 + t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

C : $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

D : $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 6 - 1t \\ z = -2 + t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

Bonne réponse : B

Réponses : A : 1.3% B : 71.2% C : 4% D : 1.1%

Pas de réponse ou réponse non valide : 22.4%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 91.8%

Aucun piège ici, le point et le vecteur directeur sont bien lisibles dans la représentation paramétrique. Même si la question est en fin de sujet elle a été très bien traitée, les candidats ont bien parcouru tout le sujet.

Question 50 : On considère le plan P d'équation cartésienne $x - 2y + z + 1 = 0$ alors $(A; \vec{u}, \vec{v})$ est un repère du plan P où

A : $A\ (1; 0; -2)$; $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$

B : $A\ (1; 0; -2)$; $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

C : $A\ (1; 1; -2)$; $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

D : Aucune des réponses précédentes n'est juste.

Bonne réponse : B

Réponses : A : 16.4% B : 11.1% C : 1% D : 10.8%

Pas de réponse ou réponse non valide : 60.7%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 28.3%

La notion de repère d'un plan est peu abordée dans les sujets de bac, le faible taux de bonnes réponses en est le reflet. Il faut rapidement vérifier que A est un point du plan et que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires et orthogonaux à un vecteur normal au plan.

Question 51 : On considère le plan P d'équation cartésienne $2x + 3y + z + 2 = 0$ et la droite (d) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$, alors

A : le plan P contient la droite (d).

B : le plan P ne contient pas la droite (d) et la droite (d) est parallèle au plan P.

C : le plan P et la droite (d) sont sécants et non perpendiculaires.

D : le plan P et la droite (d) sont perpendiculaires.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2.5% B : 4% C : 24.3% D : 2.4%
Pas de réponse ou réponse non valide : 66.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 73.3%

L'exercice est classique mais doit être résolu dans un temps très court, ceci a sans doute effrayé la majorité des candidats qui ont neutralisé la question. Un vecteur normal du plan est $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$, un vecteur directeur de la droite est $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$, les deux vecteurs ne sont ni colinéaires ni orthogonaux.

Question 52 : On considère le plan P d'équation cartésienne $x + 2y - z + 4 = 0$ et la droite (d) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$, alors (d) coupe P au point M de coordonnées

A : (4 ; -3 ; 1)

C : (4 ; -2 ; -4)

C : (1 ; -3 ; 2)

D : (4 ; -3 ; 2)

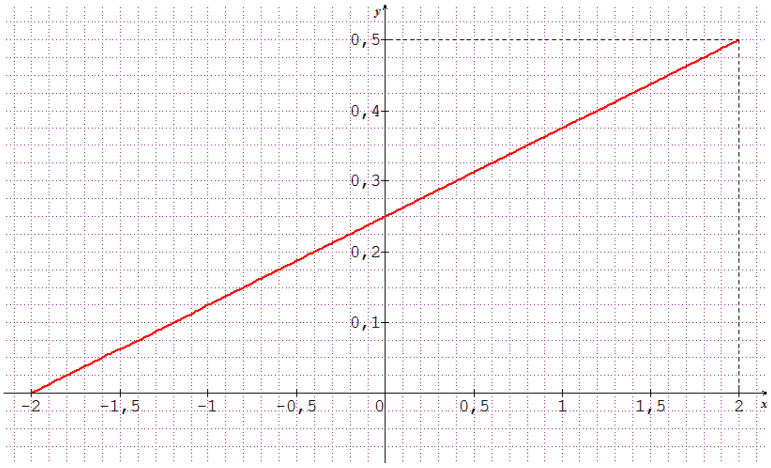
Bonne réponse : D
Réponses : A : 0.7% B : 1.2% C : 1.8 D : 38.1%
Pas de réponse ou réponse non valide : 58.3%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 91.2%

On peut ici résoudre l'équation $(1-t) + 2t - z + 4 = 0$. La structure particulière de la représentation paramétrique de la droite permet d'identifier la réponse C ou D comme juste, donc $t = -3$ et la bonne réponse est D.

Loi de probabilités

Pour les questions 53 à 55 on considère une variable aléatoire continue X, à valeurs dans [-2 ; 2] dont la densité de probabilité est représentée ci-dessous.



Question 53 : P(X ≤ 0) =

A : 0

B : 0,25

C : 0,125

D : 0,5

Bonne réponse : B
Réponses : A : 2% B : 43.1% C : 2.8% D : 14%
Pas de réponse ou réponse non valide : 38.1%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 69.6%

La probabilité demandée est l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 2 et 0,25. La réponse D correspond à une loi uniforme, 0 étant le centre de l'intervalle [-2 ; 2].

Question 54 : $P(-1{,}2 \leq X \leq 1{,}2) \approx$

A : 0,5

B : 0,6

C : 0,3

D : 0,9

Bonne réponse : B
Réponses : A : 5.6% B : 29.2% C : 9.9% D : 1.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 53.6%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 62.9%

La probabilité demandée est l'aire d'un trapèze rectangle : $P(-1{,}2 \leq X \leq 1{,}2) \approx \frac{2{,}4\times(0{,}1+0{,}4)}{2} = 0{,}6$. La réponse A correspond $P(-1 \leq X \leq 1)$. La réponse C correspond à 0,4 – 0,1.

Question 55 : On A :

A : E(X) = 0

B : -2 ≤ E(X) < 0

C : $0 < E(X) \leq 1,4$

D : $1,4 \leq E(X) \leq 2$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 7.9% B : 0.7% C : 13.4% D : 1.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 76.4%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 56.8%

On n'attend pas ici un calcul exact mais une estimation rapide. Une répartition des réponses entre C et D était plutôt attendue. Il n'en est rien les réponses se répartissent entre l'espérance d'une loi centrée et la bonne réponse !

Loi Normale

Pour les questions 56 et 57 on considère une variable aléatoire Y = 2X où X est une variable aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite.

Question 56 : La variable Y

A : est plus dispersée que X.

B : est moins dispersée que X.

C : a la même dispersion que X.

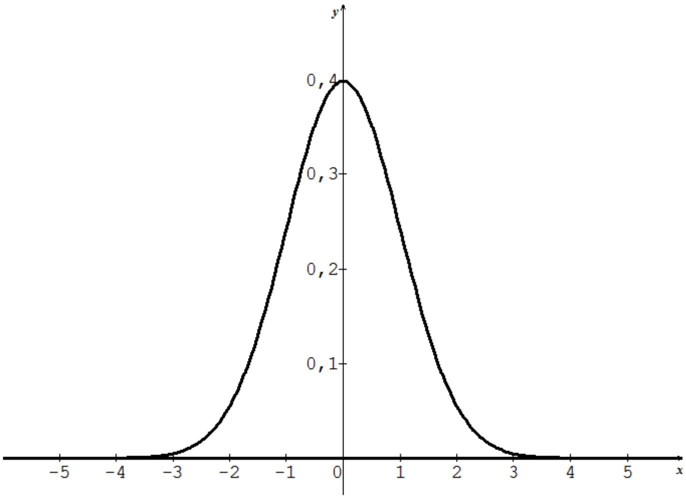
D : on manque d'informations pour comparer les dispersions de X et Y.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 10.9% B : 6.3% C : 3.2% D : 2.7%
Pas de réponse ou réponse non valide : 77%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 47.3%

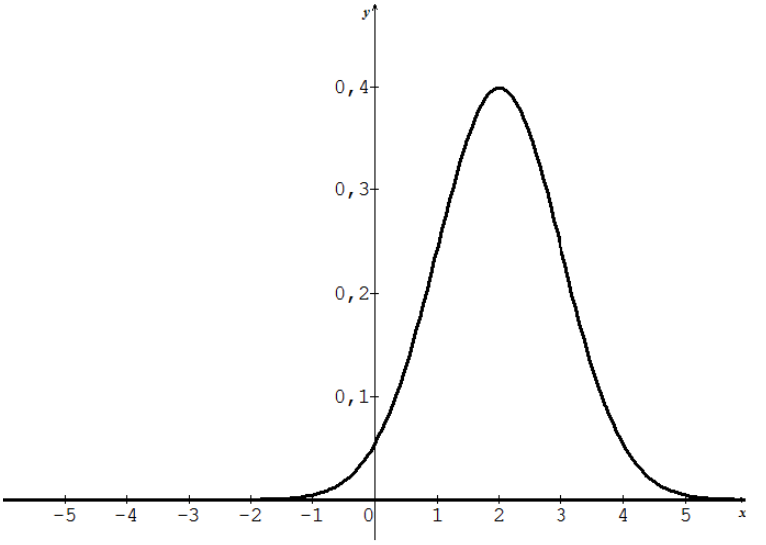
Il s'agit d'une question de cours, indépendante de la loi suivie. Cette question a sûrement été plus neutralisée qu'elle n'aurait dû l'être en raison de son placement dans la catégorie « Loi Normale ».

Question 57 : Le graphique ci-dessous représente la densité d'une loi normale centrée réduite.



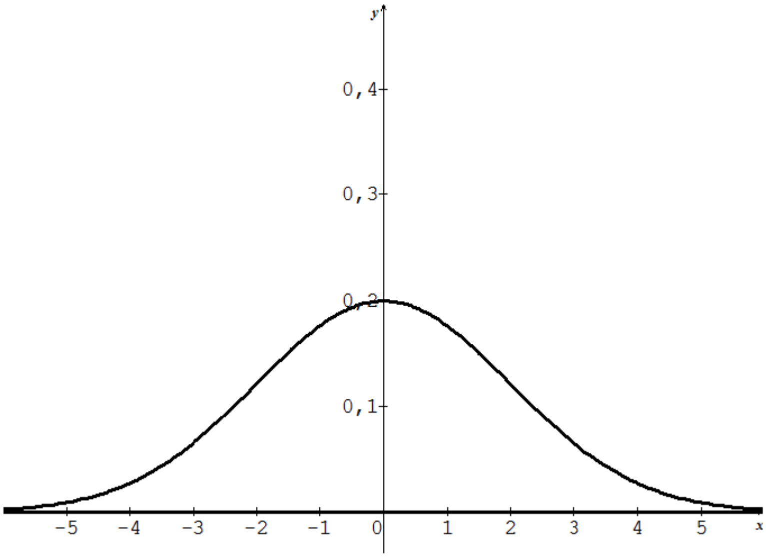
alors la densité de Y est

A :



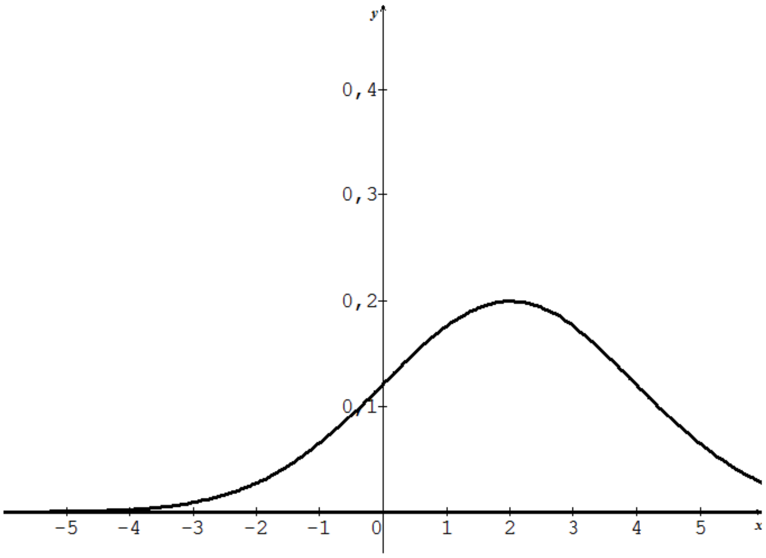
y
0,4
0,3
0,2
0,1
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
x

B :



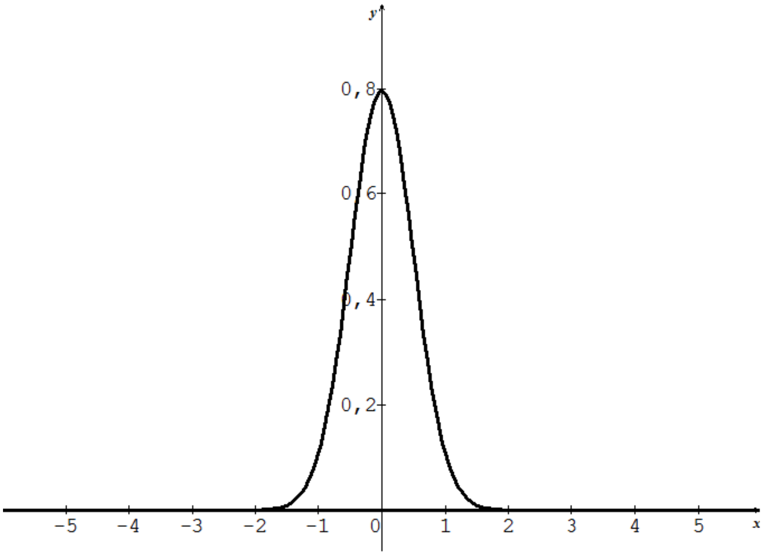
y
0,4
0,3
0,2
0,1
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
x

C :



y
0,4
0,3
0,2
0,1
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
x

D :



Bonne réponse : B

Réponses : A : 3.2% B : 9.3% C : 1.4% D : 16.2%

Pas de réponse ou réponse non valide : 69.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 30.9%

La densité est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées car la loi reste centrée, réponse B ou D. La loi est plus dispersée donc la courbe de densité est plus « étalée ».

Pour les questions 58 et 59 on considère une variable aléatoire Z qui suit une loi normale d'espérance 3 et d'écart type 2, on peut utiliser le tableau suivant :

k	P(X≤ k) où X suit une loi normale centrée réduite.
0,25	0,60
0,5	0,69
0,75	0,77
1	0,84
1,25	0,89

Question 58 : P(Z ≤ 4) =

A : 0,84

B : 0,69

C : 0,77

D : Aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B

Réponses : A : 3.1% B : 5.3% C : 1.2% D : 5.3%

Pas de réponse ou réponse non valide : 85.1%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 35.5%

$P(Z \leq 4) = P\left(\frac{Z-3}{2} \leq \frac{4-3}{2}\right) = P(X \leq 0{,}5) = 0{,}69.$ Le changement de variable est un classique des exercices de type bac, l'utilisation d'une table est moins courante.

Question 59 : P(2 < Z ≤ 5) =

A : 0,14

B : 0,29

C : 0,77

D : 0,53

Bonne réponse : D

Réponses : A : 1.3% B : 0.9% C : 3.1% D : 2.8%

Pas de réponse ou réponse non valide : 91.9%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 34.7%

On procède comme à la question précédente $P(2 < Z \leq 5) = P(-0{,}5 < X \leq 1) = 0{,}84 - (1 - 0{,}69) = 0{,}53.$

Statistiques

Question 60 : On considère une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$ avec $n \in \mathbb{N}, n \neq 0$, et $p \in [0;1]$. On note $f = \frac{X}{n}$ la fréquence associée à X. Alors si *n* est assez grand on a

A : $P\left(f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) < 0{,}68$

B : $P\left(f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) < 0{,}95$

C : $P\left(f - \frac{1}{\sqrt{n}} \leq p \leq f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geq 0{,}95$

D : aucune des réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : C

Réponses : A : 1% B : 3.2% C : 7.2% D : 1.4%

Pas de réponse ou réponse non valide : 87.2%

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 55.9%

Il s'agit d'une définition de cours, par sa forme «$P(...) \geq 0{,}95$ » la réponse C était identifiable.

FIN