Rapport de concours du 8 mai 2019
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
Version longue

L'intégralité du sujet est téléchargeable gratuitement sur www.concoursavenir.fr

Présentation générale concernant l'ensemble des épreuves du Concours Avenir 2019 :

Avec plus de 11 000 candidats de Terminale et Bac+1 lors de l'édition 2019, le Concours Avenir se positionne comme le concours réunissant le plus grand nombre de candidats souhaitant rejoindre une école d'ingénieur postbac privée en France.

Il regroupe 8 Grandes Ecoles d'Ingénieurs (réparties sur 14 campus) régulièrement citées parmi les meilleures écoles d'ingénieurs postbac françaises (l'ECE, l'EIGSI, l'EISTI, l'EPF, l'ESIGELEC, l'ESILV, l'ESITC Caen et l'ESTACA).

L'ensemble des épreuves de ce concours se déroule sous la forme de Q.C.M.
L'efficacité et la notoriété croissante de ces questionnaires numérisés sont principalement dues à leur validation par rapport à des épreuves classiques sur des populations identiques, notamment grâce à deux qualités spécifiques :
- Le "correcteur" est identique pour tous les candidats, le barème est donc appliqué sans interprétation et ne fluctue pas au cours du temps. Les résultats obtenus ne nécessitent donc aucune péréquation. De plus, il est tout à fait possible de tester plusieurs barèmes sur une même épreuve (ou partie d'épreuve).
- Pour les enseignants, l'examen statistique de grandes populations permet de tirer des renseignements importants sur l'assimilation des programmes, et alimente la réflexion sur la pratique pédagogique au quotidien.
C'est dans cette optique que nous vous proposons ce rapport de concours 2019.

Statistiques générales 2019 (toutes épreuves confondues) :

	Maths	**Français**	**Physique**	**Anglais**
Note moyenne (sur 20)	6,49	6,88	10,56	6,85
Ecart-type (sur 20)	3,03	3,03	3,68	3,69
Note min (sur 20)	-3,70	-3,85	-2,37	-3,70
Note max (sur 20)	18,22	17,63	20,00	20,00
Nb moyen de questions traitées	31	38,6	39	35
Nb max de questions traitées	60	45	60	45
Nb min de questions traitées	5	10	7	4
Nb moyen de bonnes réponses	19	21,3	27	20
Nb moyen de mauvaises réponses	12	17,3	12	15

Parmi les questions traitées, le pourcentage de bonnes réponses est plus élevé dans les matières scientifiques comparativement aux matières littéraires ; notamment avec la Physique où se pourcentage avoisine les 70 %.
Pour cette session 2019 du concours Avenir, le nombre moyen questions traitées en mathématiques s'élève à 31. Soit donc près de la moitié de l'ensemble des questions proposées. C'est moins que dans les trois autres matières, et c'est moins que les années précédentes. On peut penser que les candidats étaient un peu moins inspirés ou un peu plus prudents.

Relevons cependant qu'avec près de 60 %, le pourcentage de bonnes réponses parmi celles qui ont été traitées est plutôt élevé.

Les suites numériques ont occupé une part importante de l'épreuve, comme d'ailleurs c'est souvent le cas dans les sujets du Baccalauréat.
En ce sens il peut paraître surprenant que près de 40% des questions relatives aux suites numériques aient été neutralisées. Nous rappelons à cette occasion qu'il s'agit de notions abordées dès la classe de Première, et offrent un outil de modélisation incontournable pour les ingénieurs.

Avec un cinquième des questions proposées, la géométrie plane occupait une place plus importante encore. En particulier les nombres complexes, chapitre de Terminale S s'il en est, était à l'honneur dans cette partie.
Environ un quart des candidats ont neutralisé les trois premières questions de cette partie ; elles s'appuyaient sur un algorithme. L'outil informatique et, plus généralement, les sciences du numériques prennent une place croissance dans les programmes scolaires.
Sur les questions suivantes, nous avons une moyenne proche de 60% des questions sur les nombres complexes qui ont été neutralisées. Peut-être ce pourcentage est-il accentué par le fait que tous les candidats n'avaient pas encore travaillé ce chapitre en classe ou, tout du moins, n'avaient pas encore assez de recul sur les notions qu'il aborde.

La partie intitulée « Fonctions » représentait la moitié de l'épreuve. Elle faisait appel à des connaissances, tant sur la dérivation que sur l'intégration, les fonctions exponentielles et logarithme. Les trinômes étaient quant eux « disséminés » pratiquement sur l'ensemble de l'épreuve.
Étant donné sa taille, cette partie comportait des questions de niveaux disparates.
Aussi le taux de questions neutralisées est-il plus modeste (43% environ). Globalement l'intégration semble moins maîtrisée ; ce qui là encore s'explique aisément en tenant compte de la chronologie naturelle qui nous conduit à enseigner ce chapitre plus tardivement que d'autres.

Enfin, la trigonométrie, les probabilités et la géométrie dans l'espace représentaient chacune une part plus modeste, mais ne pouvaient être négligées dans leur intégralité car elles occupaient un sixième de l'épreuve et comportaient des questions tout à fait abordables.
La trigonométrie a fort peu de succès avec environ 75% en moyenne de questions neutralisées.

SUITES NUMERIQUES

Question 1 : Soit (u_n) une suite arithmétique telle que :

$$u_{10} = 12 \qquad \text{et} \qquad u_{15} = 8$$

Que vaut la raison r de (u_n) ?

a) $r = 0,6$
b) $r = -0,6$
c) $r = -0,8$
d) $r = -1,2$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 4,5% B : 6,3% C : 74,3% D : 2,6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 12,3 %

L'écart entre u_{10} et u_{15}, qui correspond à 5 fois la raison est de $u_{15} - u_{10} = -4$. Par conséquent celle-ci est égal à $\frac{-4}{5} = -0,8$.

Pratiquement tous les candidats ont traité cette question, de difficulté très raisonnable… et en première position.

Question 2 : Soit (u_n) une suite arithmétique telle que :

$$u_{2018} = 12 \qquad \text{et} \qquad \frac{u_{2018} + u_{2020}}{2} = 12,5$$

La raison de la suite (u_n) est égale à :

a) $0,5$
b) 1
c) -1
d) $-0,5$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 71,3% B : 5,7% C : 0,4 % D : 1,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 21,1%

A nouveau, pratiquement tous les candidats ont traité cette question, probablement pour les mêmes raisons.

La moyenne entre u_{2018} et u_{2020} donne en fait la valeur de u_{2019} ; la valeur de la raison en découle.

Question 3 : Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -10$ et de raison 2 ; soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison 2 ; soit enfin (w_n) la suite définie sur ¥ par :

$$w_n = \frac{u_n + v_n}{2}$$

La somme $u_9 + v_9 + w_9$ est égal à :

a) 260
b) 520
c) 780
d) 1560

Bonne réponse : C
Réponses : A : 10,1% B : 3,6% C : 51,7% D : 4,8%

Pas de réponse ou réponse non valide : 29,8%

Prêt d'un candidat sur deux parvient à calculer correctement la somme demandée. Il est nécessaire de savoir expliciter les suites arithmétiques et géométriques (exprimer leur terme général en fonction de n).

Question 4 : Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 et (v_n) la suite définie par $v_n = 2u_n$.
On peut alors affirmer que :

a) (v_n) est une suite géométrique de raison 2 .
b) (v_n) est une suite géométrique de raison 4 .
c) (v_n) est une suite arithmétique de raison 2 .
d) (v_n) est une suite arithmétique de raison 4 .

Bonne réponse : A
Réponses : A : 41,5% B : 35,1% C : 24,% D : 4,9%
Pas de réponse ou réponse non valide : 16,1%

Très peu de candidats n'ont pas abordé cette question. Il suffisait d'appliquer la définition d'une suite géométrique.

Question 5 : Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q \neq 0$ et (v_n) la suite définie par

$$v_n = u_{n+1} - u_n$$

On peut alors affirmer que :

a) (v_n) est une suite géométrique de raison q .
b) (v_n) est une suite géométrique de raison $q-1$.
c) (v_n) est une suite géométrique de raison $q(q-1)$.
d) (v_n) est une suite arithmétique de raison q .

Bonne réponse : A
Réponses : A : 23,1% B : 11,2% C : 13,8% D : 5,8%
Pas de réponse ou réponse non valide : 46%

Bien que la démarche soit identique à celle de la question précédente, près d'un candidat sur deux a neutralisé cette question. Et seule la moitié environ de ceux qui ont répondu trouve la bonne réponse.

Question 6 : Soit (u_n) la suite à valeurs strictement positives définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 2 \\ u_{n+1} & = & \dfrac{2u_n}{u_n + 1} \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

On définit également la suite (v_n) par :

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n} \qquad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

La suite (v_n) est :

a) géométrique de raison 2
b) géométrique de raison $\frac{1}{2}$

c) arithmétique de raison $\dfrac{1}{2}$

d) arithmétique de raison 2

Bonne réponse : B
Réponses : A : 3,8 % B : 34,2 % C : 5,5 % D : 1,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 54,8 %

Près des deux tiers des candidats ayant abordé cette question déterminent la bonne réponse. On établit que $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n$ en remplaçant l'expression de u_{n+1} (qui apparaît en écrivant v_{n+1}) par celle donnée dans l'énoncé

Question 7 : Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $u_0 = -1$ et pour $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = 2u_n + n + 4$$

On définit également sur $\mathbb{N}$ la suite (v_n) par $v_n = u_n + n + a$. Pour quelle valeur de a la suite (v_n) est-elle géométrique ?

a) 2

b) -2

c) $\dfrac{5}{2}$

d) 5

Bonne réponse : D
Réponses : A : 5,6 % B : 3,8 % C : 5,2 % D : 15,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 70 %

Question laborieuse. Beaucoup ont neutralisé cette question et parmi ceux qui l'ont abordée, peu la réussissent. On écrit v_{n+1}, ce qui fait apparaître u_{n+1} que l'on remplace par l'expression donnée dans l'énoncé, puis on factorise par 2.

Question 8 : Soit (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ telle que, pour tout n entier naturel non nul :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2n}u_n + 2n + 2$$

On a alors :

a) $u_{n+2} = \dfrac{1}{4n(n+1)}u_n + 2n + 5$

b) $u_{n+2} = \dfrac{1}{4n(n+1)}u_n + 2n + 6$

c) $u_{n+2} = \dfrac{1}{4n^2}u_n + 2n + 7$

d) $u_{n+2} = \dfrac{1}{4n^2}u_n + 2n + 6$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 21,9 % B : 13,0 % C : 1,3 % D : 4,3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 59,5 %

Un taux de réussite faible pour cette question. C'est un travail de substitution…

GEOMETRIE PLANE ET NOMBRES COMPLEXES

Pour les questions 9, 10 et 11 on considère l'algorithme suivant :

```
Variables
    x, y, z : nombres réels
Début algorithme
    Saisir x, y et z
    Si (x-2)^2 + (y+5)^2 = z^2 alors :
        Afficher « Vrai »
    Sinon :
        Afficher « Faux »
Fin algorithme
```

Question 9 : Que permet de faire cet algorithme ?

a) Tester si un point appartient à une droite
b) Tester si un point est sur un côté d'un triangle
c) Tester si un triangle est rectangle
d) Tester si un point appartient à un cercle

Bonne réponse : D
Réponses : A : 3,9 % B : 1,8 % C : 18,6 % D : 46,2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 29,5 %

Près de la moitié des candidats ayant traité cette question marque un point. Il fallait en particulier reconnaître « dans l'algorithme » la formule donnant le carré d'une longueur.

Question 10 : Si l'utilisateur de cet algorithme entre une valeur négative pour z , alors :

a) On obtient toujours « Vrai », quelles que soient les valeurs de x et de y .
b) On obtient un message d'erreur car l'algorithme ne fonctionne pas.
c) On obtient toujours « Faux », quelles que soient les valeurs de x et de y .
d) L'affichage dépend des valeurs de x et de y .

Bonne réponse : D
Réponses : A : 2,9 % B : 5,1 % C : 4,2 % D : 62,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 25,3 %

Un taux de réussite supérieur encore à celui de la question précédente. La proposition d) répond au bon sens… auquel il faut pourtant parfois savoir se méfier.

Question 11 : Dans quel cas obtient-on vrai ?

a) $x=3, y=4$ et $z=5$
b) $x=1, y=1$ et $z=2$
c) $x=2, y=-5$ et $z=-3$
d) $x=5, y=-1$ et $z=5$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 0,6 % B : 0,3 % C : 0,8 % D : 81,9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 16,2 %

A nouveau un bon taux de réussite pour cette question, largement traitée par les candidats. Le plus simple est sans doute de tester une à une chacune des quatre propositions.

Question 12 : Un carré a une aire égale à 48 cm². La longueur de l'une de ses diagonales est égale à :

a) $4\sqrt{6}$ cm
b) $8\sqrt{3}$ cm
c) $8\sqrt{6}$ cm
d) $4\sqrt{3}$ cm

Bonne réponse : A
Réponses : A : 33,7 % B : 5,0 % C : 6,1 % D : 16,2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 39,0 %

Une application du théorème de Pythagore. Celui-ci fait appel au carré des longueurs des côtés d'un triangle rectangle. C'est pourquoi on pouvait se passer d'extraire la racine de 48.
Relevons également qu'il faut savoir réduire une racine carrée : $\sqrt{96} = 4\sqrt{6}$.

Question 13 : On note j un nombre complexe, solution de l'équation

$$1 + z + z^2 = 0$$

On peut alors affirmer que $\left(j + j^2 + j^3\right)^3$ est égal à :

a) 0
b) 1
c) j
d) j^2

Bonne réponse : A
Réponses : A : 16,3 % B : 4,9 % C : 4,1 % D : 2,3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 72,3 %

Sachant que $1 + j + j^2 = 0$, la factorisation par j dans l'expression $j + j^2 + j^3$ donne directement le résultat.
Une question largement neutralisée par les candidats.

Question 14 : La partie réelle du nombre complexe $2i\left(1 + i + \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ est égale à :

a) 3
b) $-2 - \sqrt{3}$
c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 2,1 % B : 56,6 % C : 5,1 % D : 4,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 31,7 %

Il faut développer l'expression et connaître la valeur de $\sin\frac{\pi}{3}$.

Question 15 : Dans cette question, on note $\Re e(z)$ et $\Im m(z)$ la partie réelle et la partie imaginaire respectivement d'un nombre complexe z.
Avec ces notations, si z_1 et z_2 désignent deux nombres complexes non nuls, alors on a $\Re e\left(\left(z_1 + iz_2\right)\left(1 + i\right)\right)$ qui est égal à :

a) $\Re e(z_1 - z_2) - \Im m(z_1 + z_2)$

b) $\Re e(z_1) - \Im m(z_2)$

c) $\Re e(z_1 - z_2)$

d) $\Im m(z_1) - \Re e(z_2)$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 21,0 % B : 2,0 % C : 10,7 % D : 0,9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 65,4 %

Près des deux tiers des candidats neutralisent cette question.
Attention z_1 et z_2 ne sont à priori pas des nombres réels ; en particulier on ne peut affirmer que $\Re e(z_1 + iz_2) = z_1$. Il fallait en fait remarquer et exploiter le fait que $\Re e(z_1 + iz_2) = \Re e(z_1) - \Im m(z_2)$.

Question 16 : Si $z = \cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}$, alors z^8 est égal à :

a) 1
b) i
c) -1
d) $-i$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 13,5 % B : 4,6 % C : 24,6 % D : 1,9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 55,4 %

La moitié seulement des candidats environ ont traité cette question.
On rappelle que $\cos(\theta) + i\sin(\theta) = e^{i\theta}$ et que $e^{i\pi} = -1$. On pouvait aussi exploiter la formule de Moivre.

Question 17 : Soit p un nombre réel et (E) l'équation suivante :

$$(E): \qquad 2pz^2 + (1-p)z + 2p = 0$$

A quel ensemble doit appartenir p pour que (E) ait deux racines complexes conjuguées ?

a) $\left[-\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{5}\right]$

b) $\left]-\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{5}\right[$

c) $\left]-\infty\,;\,-\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{5}\,;+\infty\right[$

d) $\left]-\infty\,;\,-\frac{1}{3}\right[\cup \left]\frac{1}{5}\,;+\infty\right[$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 2,2 % B : 6,5 % C : 4,6 % D : 14,8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 72,0 %

Près deux trois quarts des candidats ont neutralisé cette question. Pour $p \neq 0$, il s'agit d'une équation du 2e degré, qui possède deux racines complexes conjuguées pourvu que son discriminant soit négatif. Lequel discriminant s'avère être également une expression du second degré…

Question 18 : Soient z_1 et z_2 deux nombres complexes d'arguments respectifs $\arg(z_1) = \dfrac{5\pi}{8}$ et $\arg(z_2) = \dfrac{5\pi}{6}$ dans $]-\pi\,;\,\pi]$.

On peut alors affirmer qu'une valeur dans $]-\pi\,;\,\pi]$ de $\arg\left(z_1 \times z_2^3\right)$ est :

a) $\dfrac{\pi}{2}$

b) $-\dfrac{7\pi}{8}$

c) $\dfrac{7\pi}{8}$

d) $-\dfrac{\pi}{2}$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 3,5 % B : 11,0 % C : 8,9 % D : 1,0 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 75,7 %

Ici encore près des trois quarts des candidats ont neutralisé cette question. Il s'agit d'appliquer les formules sur l'argument.

Question 19 : Dans le plan complexe, on appelle A le point d'affixe $-2+3i$ et I le point d'affixe $5+6i$.
Le symétrique de A par rapport à I a pour affixe :

a) $-9-2i$

b) $\dfrac{3}{2}+\dfrac{11}{2}i$

c) $-9+13i$

d) $12+9i$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 1,2 % B : 1,8 % C : 1,0 % D : 57,2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 38,8 %

Une question de géométrie plane assez largement réussie. En notant B le symétrique de A par rapport à I, le problème revient à résoudre l'équation $\dfrac{z_A+z_B}{2} = z_I$, d'inconnue z_B.

Question 20 : Dans le plan complexe, on considère trois points distincts A, B et C (d'affixes respectives z_A, z_B, z_C) tels que :

$$AB = 8\,\text{cm} \qquad \text{et} \qquad \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{3}{4}i$$

La longueur du segment $[BC]$ est égale à :

a) 6 cm

b) 8 cm

c) 9 cm

d) 10 cm

Bonne réponse : D
Réponses : A : 12,5 % B : 2,0 % C : 1,6 % D : 4,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 79,2 %

Question très peu réussie !

En considérant l'argument de $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ on conclue que le triangle ABC est rectangle en A.

En considérant le module de $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ cette fois, on obtient la longueur AC.

Reste à appliquer le théorème de Pythagore…

FONCTIONS

Question 21 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note Δ la droite d'équation $y = x$.

Par ailleurs, pour $n \in \mathbb{N}$, on note (C_n) la courbe représentative de $x \mapsto x^2 + nx + 1$.

Combien existe-t-il d'entier(s) naturel(s) pour le(s)quel(s) (C_n) et Δ n'ont aucun point en commun ?

a) 1
b) 2
c) 3
d) Une infinité

Bonne réponse : C
Réponses : A : 5,1 % B : 6,3 % C : 2,6 % D : 47,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 38,3 %

Le problème revient à étudier l'équation du 2e degré $x^2 + (n-1)x + 1 = 0$. Plus précisément il s'agit de déterminer pour combien de valeurs de n cette équation n'a pas de solution, soit encore possède un discriminant strictement négatif.
Bien que la majorité des candidats traitent cette question, un faible nombre parvient à la bonne conclusion.

Question 22 : La limite, lorsque x tend vers 2 de $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2}$ est égale à :

a) 0
b) $+\infty$
c) 2
d) 3

Bonne réponse : D
Réponses : A : 49,0 % B : 12,3 % C : 2,8 % D : 10,9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 24,9 %

La valeur 2 est une racine commune aux trinômes $x^2 - x - 2$ et $x^2 - 3x + 2$. Ainsi, chacun d'eux se factorise par $(x-2)$, donnant lieu à simplification de l'expression à étudier.
Ici encore peu de candidats trouvent la bonne réponse, alors même que beaucoup ont traité cette question.

Question 23 : Le domaine de définition de la fonction f, définie par

$$f(x) = \frac{\ln x}{\ln\left(x - \sqrt{3}\right) + \ln\left(x + \sqrt{3}\right)}$$

est égal à :

a) $\left]\sqrt{3}\,;\,2\right[\cup \left]2\,;+\infty\right[$

b) $\left]0\,;+\infty\right[$

c) $\left]-\infty\,;\,\sqrt{3}\right[$

d) $\left]-\sqrt{3}\,;\,2\right[\cup\left]2\,;+\infty\right[$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 52,8 % B : 11,4 % C : 2,3 % D : 5,9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 27,7 %

Près de la moitié des personnes ayant traité cette question réponde correctement. Il faut considérer trois choses : le domaine de définition de $x \mapsto \ln\left(x-\sqrt{3}\right)$, celui de $x \mapsto \ln\left(x+\sqrt{3}\right)$, et enfin les éventuelles valeurs qui annulent l'expression $\ln\left(x-\sqrt{3}\right)+\ln\left(x+\sqrt{3}\right)$.

Question 24 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note Γ la courbe représentative de la fonction $\ln$. L'ordonnée du point de Γ en lequel la tangente à Γ passe par l'origine du repère est égale à :

a) 0

b) 1

c) e

d) -1

Bonne réponse : C
Réponses : A : 9,0 % B : 24,9 % C : 31,9 % D : 2,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 31,6 %

Il faut retenir que l'équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a est donnée par $y = f'(a)(x-a)+f(a)$, et que donc son ordonnée à l'origine est égale à $f(a)-af'(a)$.

Question 25 : Le domaine de définition de la fonction f définie par :

$$f(x)=\ln\left(3x+2xe^{x}-xe^{2x}\right)$$

est égal à :

a) $\left]\ln 3;+\infty\right[$

b) $\left]-\infty;\,0\right[\cup\left]\ln 3;+\infty\right[$

c) $\left]0;+\infty\right[$

d) $\left]0;\ln 3\right[$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 9,1 % B : 6,2 % C : 12,7 % D : 16,4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 55,6 %

Il s'agit de résoudre l'inéquation $3x+2xe^{x}-xe^{2x}>0$, ce qui suppose de factoriser par x et l'étude d'un trinôme obtenu en posant $X=e^{x}$.

Question 26 : Soit f une fonction d'expression $f(x)=\ln\left(\ln\left(\sqrt{x}\right)\right)$. En notant f' la fonction dérivée de f, on peut affirmer que $f'(x)$ est égal à :

a) $\dfrac{1}{x\ln x}$

b) $\dfrac{1}{\ln\sqrt{x}}$

c) $\dfrac{1}{x\ln\sqrt{x}}$

d) $\dfrac{1}{x\ln(\ln x)}$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 8,6 % B : 11,9 % C : 21,4 % D : 2,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 55,6 %

Près d'une personne sur deux a neutralisé cette question.
Le plus simple était sans doute de modifier dans un 1e temps l'expression à dériver en utilisant les formules sur le logarithme $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$ puis $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$.

Question 27 : Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(x^2 - 9x - 22\right)$.

La limite de $f(x)$, lorsque x tend vers 11 par valeurs supérieures, est égale à :

a) 0^+

b) 0^-

c) $-\infty$

d) $+\infty$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 25,0 % B : 4,6 % C : 44,6 % D : 7,8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 18,0 %

Une question assez largement réussie.
Il s'agit d'une composée de limites. Celle-ci dans un 1e temps de déterminer les racines du trinôme $x^2 - 9x - 22$.

Question 28 : Dans l'ensemble des nombres réels, l'équation $e^{2x} - 1 = 6e^{-2x}$ admet :

a) aucune solution

b) une solution strictement supérieure à $\ln\left(\sqrt{2}\right)$

c) une solution strictement inférieure à $\ln\left(\sqrt{2}\right)$

d) deux solutions de signes contraires

Bonne réponse : B
Réponses : A : 13,1 % B : 9,1 % C : 8,5 % D : 4,0 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 65,3 %

On peut se ramener à une équation du second degré en multipliant les deux membres de l'équation par e^{2x} puis en posant $X = e^{2x}$.

Question 29 : Soit f la fonction définie sur ¡ par :

$$f(x) = e^{2x} + e^x$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note (C) la courbe représentative de f et Δ la droite d'équation $y = x$. Combien (C) possède-t-elle de tangente(s) parallèle(s) à Δ ?

a) 0

b) 1

c) 2
d) 4

Bonne réponse : B
Réponses : A : 9,6 % B : 32,5 % C : 5,1 % D : 0,3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 52,5 %

Une question assez classique. Deux droites sont parallèles si, et seulement si, elles ont des coefficients directeurs égaux. Il s'agit donc de déterminer $f'(x)$ puis de résoudre l'équation $f'(x)=1$.

Question 30 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\frac{e^{2x}-3}{e^{x}+1}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, combien la courbe représentative de f possède-t-elle de tangente(s) parallèle(s) à l'axe des abscisses ?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

Bonne réponse : A
Réponses : A : 13,2 % B : 12,1 % C : 5,2 % D : 0,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 68,7 %

A nouveau une question assez classique. Il s'agit de déterminer $f'(x)$ puis de résoudre l'équation $f'(x)=0$.
Comme pour la précédente question, il est surprenant qu'un fort taux de candidats aient neutralisé la question.

Question 31 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note (C) la courbe représentative de la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, par :

$$f(x)=e^{x^2+x+1}$$

Combien (C) possède-t-elle de tangente(s) passant par l'origine ?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 4

Bonne réponse : C
Réponses : A : 10,6 % B : 13,6 % C : 6,0 % D : 0,6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 69,2 %

Comme pour le question 24, on est amené à résoudre l'équation $f'(a)-af(a)=0$.
Plus des deux tiers des candidats ont neutralisé cette question !

Question 32 : Soit u une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et à valeurs non nulles. On note f la fonction inverse de u :

$$f=\frac{1}{u}$$

Sachant que l'équation de la tangente à la courbe représentative de u au point d'abscisse $x=-2$ est $y=2x+3$, on peut affirmer que $f\,'(-2)$ (c'est-à-dire le nombre dérivé de f en -2) est égal à :

a) -2
b) -1
c) 1
d) 2

Bonne réponse : A
Réponses : A : 4,2 % B : 12,8 % C : 4,4 % D : 15,6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 63 %

Sachant que $f\,'(x)=-\dfrac{u'(x)}{u(x)^2}$. Reste à déterminer $u'(-2)$ et $u(2)$; ce qui est fourni via l'équation de la tangente à la courbe représentative de u au point d'abscisse $x=-2$.
Une question pas immédiate donc, neutralisée par presque les deux tiers des candidats.

Question 33 : Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$; on note $f\,'$ sa fonction dérivée. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'origine.
Sachant que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2019$, on peut affirmer que :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f\,'(x)=2019$
b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f\,'(x)=-2019$
c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f\,'(x)=0$
d) $\lim\limits_{x\to-\infty} f\,'(x)=1$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 6,7 % B : 17,7 % C : 23,9 % D : 3,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 48,2 %

La symétrie de C_f assure que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2019$. Pratiquement C_f « tend donc à être horizontale au voisinage de $-\infty$ » ; il en est donc de même de ses tangentes. En particulier $\lim\limits_{x\to-\infty} f\,'(x)=0$.

Question 34 : Quelle est la valeur du nombre réel a tel que :

$$\int_0^a e^{2x}+e^x\,\mathrm{d}x=6$$

a) $-\dfrac{1}{2}+\sqrt{6}$
b) $\ln\left(-\dfrac{1}{2}+\sqrt{6}\right)$
c) 3
d) $\ln 3$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 3 % B : 12,3 % C : 2,2 % D : 11,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 70,7 %

En notant F une primitive de $x\mapsto e^{2x}+e^x$, on est ramené à résoudre l'équation $F(a)-F(0)=6$.
Une question qu'un tiers environ de ceux qui ne l'ont pas neutralisée parviennent à répondre correctement.

Question 35 : Dans cette question, a désigne un nombre réel et u et v désignent deux fonctions à valeurs strictement positives. Sachant que $\int_a^{2019} \frac{u(x)}{2u(x)+3v(x)}\,dx = 1$ et que $\int_a^{2019} \frac{v(x)}{2u(x)+3v(x)}\,dx = 2$, on peut affirmer que :

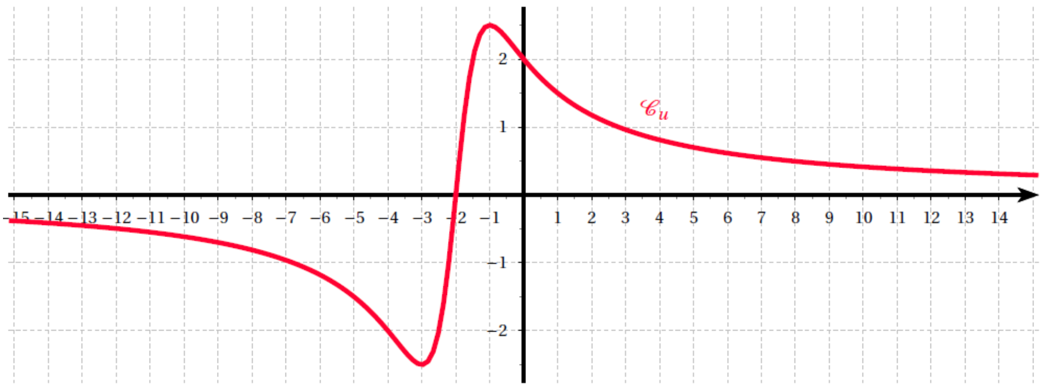
a) $a = 2026$
b) $a = 2016$
c) $a = 2011$
d) $a = 2022$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 0,6 % B : 8,5 % C : 4,6 % D : 0,8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 85,4 %

En notant I et J les deux intégrales fournies par l'énoncé, la linéarité de l'intégralité assure que $2I+3J=8$. Le reste en découle facilement. C'est sans doute l'idée initiale qui a amené une majorité de candidats à neutraliser cette question.

****

Pour les questions 36 à 50, on considère une fonction u définie sur dérivable sur ¡ , dont la représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé est donnée ci-dessous :



On donne de plus le tableau de variation de u :

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$u(x)$	0	$\searrow$	$u(-3)$	$\nearrow$	$u(-1)$	$\searrow$	0

Question 36 : On peut affirmer que l'image de 8 par la fonction u est :

a) strictement supérieure à 5
b) strictement inférieure à 5

c) égale à 5
d) aucune des trois affirmations précédentes n'est correcte

Bonne réponse : B
Réponses : A : 1,6 % B : 76,1 % C : 1,2 % D : 11,1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 9,9 %

Une question largement réussie. La réponse était fournie par simple lecture graphique.

Question 37 : La limite, lorsque x tends vers $+\infty$, de $u(x)$ est égale à :
a) $+\infty$
b) $-\infty$
c) 0
d) 1

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1,7 % B : 0,3 % C : 93,3 % D : 0,4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 4,3 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu :

Exactement le même commentaire que pour la question précédente.

Question 38 : Le nombre d'antécédent de 0 par la fonction u est égal à :
a) 0
b) 1
c) 2
d) une infinité

Bonne réponse : B
Réponses : A : 5,9 % B : 76,4 % C : 3,4 % D : 5,6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 8,7 %

Une question réussie par plus des trois quarts des candidats. Il s'agit de dénombrer combien de fois la courbe coupe l'axe des abscisses.

Question 39 : Parmi les tableaux de signes suivants, lequel correspond à la fonction u ?
a)

x	$-\infty$ $+\infty$		-2	
$u(x)$		$-$	0	$+$

b)

x	$-\infty$ $+\infty$		-3		-1	
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

c)

x	$-\infty$ $+\infty$		1		3	
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

d)

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Bonne réponse : A
Réponses : A : 85,6 % B : 7,9 % C : 0,3 % D : 0,4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 5,9 %

Une question mieux réussie encore que la précédente. Etonnamment dans la mesure ou la réponse en est corrélée…

Question 40 : Parmi les tableaux de signes suivants, lequel correspond à la fonction u', c'est-à-dire à la fonction dérivée de u ?

a)

x	$-\infty$ $+\infty$		-2		
$u(x)$		$-$	0	$+$	

b)

x	$-\infty$ $+\infty$		-3		-1		
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c)

x	$-\infty$ $+\infty$		1		3		
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d)

x	$-\infty$ $+\infty$		-3		-2		-1		
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Bonne réponse : B
Réponses : A : 3,9 % B : 81,5 % C : 1,7 % D : 1,2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 11,7 %

Le signe de la dérivée est donné par le sens de variation de la fonction u .
Une démarche réussie par près de 4 candidats sur 5.

****

Pour les questions 41 à 45, on suppose que u est la fonction dérivée d'une fonction f définie et dérivable sur ¡ :

$$u = f'$$

Par ailleurs, on suppose le plan muni d'un repère orthonormé et on note (C) la courbe représentative de f .

Question 41 : Sachant que $f(10)=12$, on peut affirmer que :

a) $f(11)=12$

b) $f(11)>12$

c) $f(11)<12$

d) on ne peut rien affirmer concernant $f(11)$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 0,5 % B : 41,8 % C : 12,9 % D : 29,6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 15,2 %

La dérivée u de la fonction f est à valeurs positives sur l'intervalle $]-2;+\infty[$. En particulier f est croissante sur l'intervalle cet intervalle et donc $f(10)< f(11)$.
Une question assez largement réussie.

Question 42 : Combien (C) possède-t-elle de tangente(s) horizontale(s) ?

a) 0

b) 1

c) 2

d) une infinité

Bonne réponse : B
Réponses : A : 4 % B : 34,7 % C : 17,6 % D : 4,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 39,1 %

La courbe (C) possède une tangente horizontale lorsque la dérivée de f s'annule. On est alors ramené à la question 38.

Question 43 : Sachant que $\int_{-1}^{2} u(x)\,\mathrm{d}x=\frac{15}{2}\ln 2$ et que $f(-1)=\frac{5}{2}\ln 2$, que vaut $f(2)$?

a) $-5\ln 2$

b) $10\ln 2$

c) $\frac{25}{2}\ln 2$

d) $-\frac{5}{2}\ln 2$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 3,9 % B : 29,5 % C : 2,6 % D : 1,4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 62,6 %

La fonction u étant la dérivée de f, la fonction f est une primitive de u. L'intégrale donnée par l'énoncé se réécrit alors en fonction de f et donne le résultat.
Il est étonnant qu'une majorité des candidats est neutralisé cette question sans piège.

Question 44 : Parmi les tableaux suivants quel est le seul qui pourrait être celui de la fonction f ?

a)

x	$-\infty$	-3	-1
	$+\infty$		

$f(x)$		↘		↗	$f(-1)$	↘	
			$f(-3)$				

b)

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f(x)$		↗	$f(-3)$	↘		↗	
					$f(-1)$		

c)

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		↗	$f(-2)$	↘	

d)

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		↘		↗	
			$f(-2)$		

Bonne réponse : D
Réponses : A : 9% B : 4,4 % C : 2,2 % D : 53,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 30,7 %

Comme u est la dérivée de f , ses variations sont données par le signe de u . On est alors ramené à la question 39.
Une question qu'un peu plus de la moitié des candidats réussie.

Question 45 : On dit qu'une fonction dérivable h est convexe (respectivement concave) sur un intervalle I si h' est croissante (respectivement décroissante) sur I .
Si h est convexe sur $[a;b]$ et concave sur $[b;c]$ (avec $a<b<c$) ou si h est concave sur $[a;b]$ et convexe sur $[b;c]$, alors le point de la courbe représentative de h d'abscisse b est qualifié de *point d'inflexion.*
Combien la courbe représentative de f possède-t-elle de point(s) d'inflexion ?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2,2 % B : 13 % C : 10,4 % D : 1,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 72,9 %

Comme u est la dérivée de f , la courbe représentative de f possède autant de oints d'inflexion que la fonction u change de sens de variation. Restait à aller lire son tableau de variations, donné dans le sujet.

****

Pour les questions 46 à 50, on note g la fonction dérivée de u :

$$u' = g$$

Question 46 : Sachant que $g(0) = -0,6$, on peut affirmer que :

a) $g(1) = -0,6$

b) $g(1) > -0,6$

c) $g(1) < -0,6$

d) on ne peut rien affirmer concernant $g(1)$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 0,3 % B : 11,6 % C : 16,9 % D : 31,8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 39,4 %

Rappelons que $g(0)$ et $g(1)$ sont respectivement les coefficients directeurs des tangentes à la courbe représentative de u aux points d'abscisses 0 et 1. L'observation de la courbe permet de se convaincre du fait que cette dernière « descend moins vite » que la tangente à l'origine. La réponse en découle…
Une question délicate, sans surprise réussie par une minorité des candidats.

Question 47 : Parmi les tableaux de signes suivants, lequel correspond à la fonction g ?

a)

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

b)

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c)

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d)

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Bonne réponse : B
Réponses : A : 4,5 % B : 53,9 % C : 3,8 % D : 1,2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 36,6 %

La fonction g étant la dérivée de la fonction u , les variations de cette dernière permettent de déterminer le signe de g . Il faut donc à nouveau considérer le tableau de variations de u .
Près de la moitié des candidats seulement parviennent à répondre correctement à cette question.

Question 48 : On peut affirmer que :

a) $g(x)$ n'admet pas de limite lorsque x tend vers $+\infty$

b) $g(x)$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$

c) $g(x)$ tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$

d) $g(x)$ admet une limite finie lorsque x tend vers $+\infty$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 2,6 % B : 4,3 % C : 14,9 % D : 19,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 58,5 %

Environ un candidat sur cinq trouve la bonne réponse.
L'observation de la courbe représentative de u permet de se convaincre qu'au voisinage de $+\infty$ ses tangentes sont pratiquement horizontale et que donc leurs coefficients directeurs tendent à être nuls ; lesquels se trouvent être les images de la fonction g ...
Un raisonnement qui rappelle celui suivit à la question 33.

Question 49 : On a $\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x$ égal à :

a) -1

b) 1

c) 3

d) -2

Bonne réponse : A
Réponses : A : 18,5 % B : 4,8 % C : 4,5 % D : 3,3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 68,8 %

Comme g est la dérivée de u , la fonction u est une primitive de la fonction g . Il s'agit donc de déterminer $u(3)-u(0)$. Or $u(0)$ et $u(3)$ se lisent aisément sur la courbe représentative de u .
Une question neutralisée par près des deux tiers des candidats…

Question 50 : Soit G la fonction définie sur ¡ par :

$$G(x)=\frac{5x+10}{x^2+4x+5}+2019$$

On admet que G est une primitive de g sur ¡ . On a alors :

a) $u(x)=\dfrac{5(x+2)}{x^2+4x+5}+2019$

b) $u(x)=\dfrac{5x+10}{x^2+4x+5}$

c) $u(x)=\dfrac{5\left(x^2+4x+5\right)-(5x+10)(2x+4)}{\left(x^2+4x+5\right)^2}$

d) aucune des affirmations précédentes n'est correcte

Bonne réponse : B
Réponses : A : 22,9 % B : 8,4 % C : 7,7 % D : 7,6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 53,5 %

Dans la mesure où deux primitives diffèrent d'une constante, l'expression de u n'est autre que celle de G, à une constante près. Constante que l'on détermine en évaluant u en 0 par exemple (par lecture graphique).
Il est étonnant qu'une majorité des candidats ayant traité cette question n'ait pas réussi à trouver la bonne réponse.

TRIGONOMETRIE

Question 51 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points du cercle trigonométrique A et B de coordonnées respectives $\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right);\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$ et $\left(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right);\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\right)$.

Les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ sont :

a) nulles
b) opposées
c) égales
d) inverses l'une de l'autre

Bonne réponse : C
Réponses : A : 6,3 % B : 9,5 % C : 14,6 % D : 5,8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 63,7 %

Il s'agit ici de déterminer les valeurs des cosinus et sinus en présence puis d'utiliser la formule donnant les coordonnées du milieu d'un segment en fonction de celles de ses extrémités.

Question 52 : Parmi les formules suivantes une seule est correcte. Laquelle ?

a) $\cos(\cos(2a)) = \cos\left((\cos a)^2\right)\sin\left((\sin a)^2\right) + \sin\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right)$

b) $\cos(\cos(2a)) = \cos\left((\cos a)^2\right)\sin\left((\sin a)^2\right) - \sin\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right)$

c) $\cos(\cos(2a)) = \cos\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right) + \sin\left((\cos a)^2\right)\sin\left((\sin a)^2\right)$

d) $\cos(\cos(2a)) = \cos\left((\cos a)^2\right)\cos\left((\sin a)^2\right) - \sin\left((\cos a)^2\right)\sin\left((\sin a)^2\right)$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2,5 % B : 5,8 % C : 5,1 % D : 8,1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 78,4 %

Une question ayant un taux de réussite bien faible.
Il s'agit d'utiliser successivement ses formules de duplication puis d'addition.

Question 53 : Combien de solutions appartenant à l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ l'équation

$$2(\sin x)^2 + 3\cos = 3$$

possède-t-elle ?

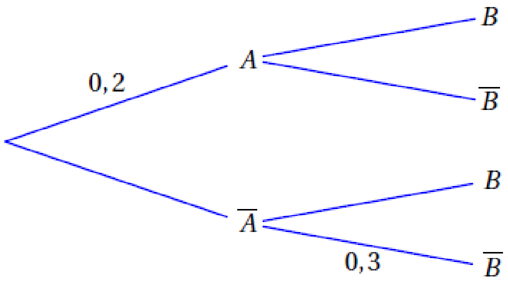
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

Bonne réponse : D
Réponses : A : 3,2 % B : 7,2 % C : 6,9 % D : 1,3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 81,4 %

Cette question a été neutralisée dans une large proportion par les candidats.
Il s'agit de remplacer dans l'équation $(\sin x)^2$ par $1-(\cos x)^2$ pour obtenir une équation du 2e degré via le changement d'inconnue $X=\cos x$.

PROBABILITES

Question 54 :
On considère l'arbre de probabilités suivant :



Sachant que $P(B)=0,64$, que vaut $P\left(A\cap\overline{B}\right)$?

a) $0,12$
b) $0,08$
c) $0,16$
d) $0,42$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 24,1 % B : 14,6 % C : 8,2 % D : 4,6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 48,4 %

Cette question a été traitée par environ la moitié des candidats ; et la moitié d'entre eux a trouvé la bonne réponse. Les données affichées sur l'arbre permettent de calculer $P\left(\overline{A}\cap B\right)$. La formule des probabilités totales donne alors $P\left(A\cap B\right)$. La probabilité $P\left(A\cap\overline{B}\right)$ s'en déduit ensuite.

Question 55 : Une première urne U_1 contient k (avec k entier naturel non nul) boules rouges et $2k+1$ boules bleues. Une deuxième urne U_2 contient 4 boules rouges et 5 boules bleues.
Le jeu consiste à tirer aléatoirement une boule dans U_1, puis de la verser dans U_2 avant d'effectuer un deuxième tirage aléatoire d'une boule dans U_2.
On appelle R l'événement « obtenir une boule rouge à l'issue du deuxième tirage ».
Sachant que $P(R)=0,43$, quelle est l'unique affirmation exacte parmi les quatre suivantes ?

a) k divise k^2-2
b) k divise 12
c) k divise 10
d) k divise k^2-4

Bonne réponse : B
Réponses : A : 1,6 % B : 1,1 % C : 1,5 % D : 2,2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 93,7 %

C'est la question la plus neutralisée par les candidats.

Les arbres de probabilités offrent une excellente représentation. Les formules sur les probabilités conditionnelles permettent alors de mettre en équation l'entier k.

Question 56 : Soient A et B deux événements indépendants tels que :

$$P\left(A\cap B\right)=0,32 \qquad \text{et} \qquad P(B)=2P(A)$$

La probabilité de l'événement B est égale à :

a) $0,04$

b) $0,08$

c) $0,16$

d) $0,8$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 8,3 % B : 9,4 % C : 8,1 % D : 17,7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 56,5 %

L'indépendance des événements assure que $P\left(A\cap B\right)=P(A)P(B)$. Reste à substituer $P(A)$ par $P(B)/2$ pour mettre en équation notre inconnue $P(B)$.

Question 57 : Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres 800 et p. Sachant que $p<0,5$ et que $V(X)=128$ (où $V(X)$ désigne la variance de X), on peut affirmer que :

a) $p=0,05$

b) $p=0,1$

c) $p=0,2$

d) $p=0,25$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2,4 % B : 1,4 % C : 7,7 % D : 3,0 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 85,6 %

Rappelons que si une variable aléatoire suit la loi binomiale de paramètres n et p, alors son espérance est égale à np et sa variance à $np(1-p)$.
On obtient ainsi l'équation du 2e degré $800p(1-p)=128$, que l'on résout après simplification des coefficients…

Question 58 : Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres 2 et p, où $p\in\left[0;1\right]$.

Sachant que $P(X=1)=\frac{1}{2}$, on peut affirmer que le réel p est égal à :

a) 0

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}$

d) 1

Bonne réponse : C
Réponses : A : 0,7 % B : 9,1 % C : 16,1 % D : 2,5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 71,6 %

Il faut utiliser la formule donnant de la probabilité d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale. Le calcul du coefficient binomial qui y apparaît est se calcule ici aisément.

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Question 59 : On suppose l'espace muni d'un repère orthonormé. Soit (P) le plan dont une équation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2 + t + t' \\ y = -2t + 3t' \\ z = -2 + t - 5t' \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R} \text{ et } t' \in \mathbb{R}$$

Parmi les points suivants, lequel n'appartient pas à (P) ?

a) $A(2;-5;0)$

b) $B(4;1;-6)$

c) $C(2;0;-2)$

d) $D(3;-7;5)$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 16,2 % B : 3,6 % C : 6,0 % D : 4,8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 69,4 %

Il s'agit de tester les points proposés en remplaçant leurs coordonnées dans le système.
Une démarche quelque peu laborieuse, mais payante finalement assez rapidement dans la mesure où la bonne réponse est la A.

Question 60 : On suppose l'espace muni d'un repère orthonormé. Soit $A(1;2;3)$ et $B(3;2;1)$.

L'ensemble des points de l'espace équidistants de A et de B est :

a) uniquement constitué du point $I(2;2;2)$

b) une droite passant par le point $I(2;2;2)$

c) le cercle de centre $I(2;2;2)$ et de diamètre $\frac{1}{2}AB$

d) un plan passant par le point $I(2;2;2)$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 3,7 % B : 11,4 % C : 4,9 % D : 22,3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 57,7 %

Il s'agit du plan médiateur ; il passe par le milieu du segment $[AB]$.
Plus de la moitié des candidats ont neutralisé cette question qui vient en fait d'épreuve et, possiblement, non encore traité dans son cursus le jour de l'épreuve.