

NOM : .....

PRÉNOM : .....

NUMÉRO PARCOURSUP : .....



# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES SUJET A

Qui peut utiliser ce sujet de MATHÉMATIQUES A?

- Profil Violet **OUI**
- Profil Jaune **NON**
- Profil Vert **OUI**

DURÉE : 1h30  
Coefficient 6

## CONSIGNES SPÉCIFIQUES

*Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.*

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon.

**L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.**

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e).

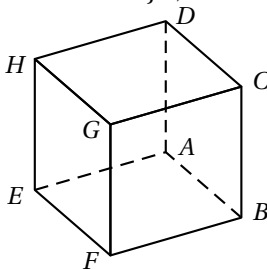
Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous!

### **Barème :**

**Pour chaque question, une seule réponse est correcte.** Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de trois points**, tandis que **chaque réponse fautive est pénalisée par le retrait d'un point. Une question non traitée n'apporte ni ne retire aucun point.**

**GÉOMÉTRIE DU PLAN ET DE L'ESPACE**

**Règle de nommage et représentation d'un cube :** Dans ce sujet, un cube  $ABCDEFGH$ , dénote le cube suivant (aux rotations près du cube) :



**Attention!** Pour les questions 1 à 5, on se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

**Question 1.**

On considère le plan  $(P)$  d'équation :  $x + 2y + 3z - 1 = 0$ . Quel vecteur est normal à  $(P)$  ?

- a.  $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$       b.  $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$       c.  $\vec{n}_3 = (1; 3; -1)$       d.  $\vec{n}_4 = (2; 3; -1)$

**Question 2.**

On considère la droite  $(d)$  d'équation :  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Déterminer un vecteur directeur de la droite  $(d)$ .

- a.  $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$       b.  $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$       c.  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$       d.  $\vec{u}_4 = (2; 1; -3)$

**Question 3.**

On considère les points  $A(1; 3; 0)$  et  $B(5; 1; -2)$ . Déterminer l'équation du plan médiateur du segment  $[AB]$ .

- a.  $2x - y - z - 5 = 0$       b.  $2x - y - z + 5 = 0$       c.  $x + y + 2z - 3 = 0$       d.  $3x + 2y - z - 14 = 0$

**Question 4.**

On considère les trois points suivants :

$$A(-1; -2; 3) ; B(-6; 1; 1) ; C(-5; -3; 2)$$

Le triangle  $ABC$  est :

- a. Équilatéral      b. Rectangle en  $A$       c. Rectangle en  $C$       d. Isocèle en  $C$

**Question 5.**

On considère les trois points suivants :

$$A(1; 2; 3) ; B(3; 3; 5) ; C(-1; 2; -4)$$

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de  $C$  sur  $(AB)$  :

- a.  $(-1; 1; 1)$       b.  $\left(2; \frac{5}{2}; 4\right)$       c.  $\left(0; \frac{3}{2}; 2\right)$       d.  $(-3; 0; -1)$

**Attention!** Dans les trois prochaines questions, on considère un cube  $ABCDEFGH$ , et les points :  $M$  le milieu de  $[CD]$ ,  $P$  le milieu de  $[GH]$  et  $N$  le centre de la face  $ABCD$ .

**Question 6.**

Quels sont les points coplanaires ?

- a.  $M, C, P$  et  $F$       b.  $A, B, C$  et  $P$       c.  $M, N, E$  et  $H$       d.  $M, P, E$  et  $F$

**Question 7.**

Le plan et la droite sécants sont :

- a.  $(ABE)$  et  $(CP)$                       b.  $(ABC)$  et  $(DH)$                       c.  $(MNH)$  et  $(BC)$                       d.  $(DAP)$  et  $(MG)$

**Question 8.**

Les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{FG}$  dirigent le plan :

- a.  $(BCD)$                       b.  $(ABF)$                       c.  $(ABG)$                       d.  $(FGB)$

**Question 9.**

Soit  $ABCDEFGH$  et  $BIJCFLKG$  deux cubes de même taille disposés côte à côte.

Soit le point  $X$  défini par  $\vec{AX} = 2\vec{CJ} + \vec{DH} + \vec{FG}$ . Le point  $X$  se situe en :

- a.  $H$                       b.  $G$                       c.  $K$                       d.  $J$

**Question 10.**

Soit  $ABCDEFGH$  un cube de côté non nul. Soit les points  $I$  et  $J$  tels que  $\vec{EI} = \frac{1}{3}\vec{EF}$  et  $\vec{GJ} = \frac{2}{3}\vec{GC}$ . Quel vecteur est dans le plan dirigé par  $\vec{EC}$  et  $\vec{IJ}$ ?

- a.  $\vec{EA}$                       b.  $\vec{FE}$                       c.  $\vec{FG}$                       d.  $\vec{FJ}$

**Question 11.**

Soit  $x \in \mathbb{R}_+^*$  et un parallélépipède rectangle  $ABCDEFGH$  tel que  $AD = AE = xAB$ . Pour quelle valeur de  $x$ , les droites  $(BH)$  et  $(AG)$  sont-elles orthogonales?

- a. 1                      b.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       c.  $\sqrt{2}$                       d.  $\frac{1}{2}$

**CALCUL NUMÉRIQUE, SUITES NUMÉRIQUES**

**Question 12.**

Soit  $(U_n)$  une suite géométrique telle que  $U_1 = 3$  et  $U_2 = 9$ . Déterminer la raison de  $(U_n)$ .

- a. -6                      b. 3                      c. 12                      d. 6

**Question 13.**

Déterminer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x^2 - 2x + 3}{x^2 - 3x + 2}$$

- a. 1                      b. 0                      c.  $-\infty$                       d. 4

**Question 14.**

Soit  $a$  un réel strictement positif. Que vaut  $\ln(\sqrt{a})$ ?

- a.  $\frac{1}{2}\ln(a)$                       b.  $2 + \ln(a)$                       c.  $\frac{1}{2} + \ln(a)$                       d.  $2\ln(a)$

**Question 15.**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$ . La fonction  $f$  est :

- a. Croissante sur  $\mathbb{R}$                       b. Décroissante sur  $\mathbb{R}$                       c. Positive sur  $\mathbb{R}$                       d. Négative sur  $\mathbb{R}$

**Question 16.**

Calculer la somme à progression géométrique suivante :

$$128 + 32 + 8 + \dots + \frac{1}{8}$$

- a.  $+\infty$                       b.  $\frac{512}{3}$                       c.  $\frac{1365}{8}$                       d.  $\frac{3075}{8}$

**Question 17.**

Soit  $(u_n)$  une suite géométrique définie sur  $\mathbb{N}$  telle que  $u_2 = 12$  et  $u_5 = 96$ . Déterminer la formule explicite de  $(u_n)$ .

- a.  $u_{n+1} = 2u_n$                       b.  $u_n = 2 \times 3^n$                       c.  $u_n = 2^n$                       d.  $u_n = 3 \times 2^n$

**Question 18.**

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 5$  et  $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3$ . Cette suite est :

- a. Ni minorée, ni majorée                      c. Non minorée et majorée par 5  
 b. Minorée par  $\frac{1}{2}$  et majorée par 5                      d. Minorée par  $\frac{1}{2}$  et non majorée

**Question 19.**

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $3^x < 2$  ?

- a.  $]-\infty; \frac{\ln(2)}{\ln(3)}[$                       b.  $]\frac{\ln(2)}{\ln(3)}; +\infty[$                       c.  $]-\infty; \frac{\ln(3)}{\ln(2)}[$                       d.  $]\frac{\ln(3)}{\ln(2)}; +\infty[$

**Question 20.**

Résoudre  $\frac{\ln(5x)}{\ln(3)} = 2$

- a.  $x = \frac{8}{5}$                       b.  $x = 9$                       c.  $x = \frac{9}{5}$                       d.  $x = 8$

**FONCTIONS**

**Question 21.**

Soit  $m \in \mathbb{R}$  et  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-m\}$  par  $f(x) = \frac{x+3}{x+m}$ . Pour quelles valeurs de  $m$  cette fonction est-elle strictement croissante sur  $]-\infty; -6[$  ?

- a.  $]3; +\infty[$                       b.  $]3; 6[$                       c.  $]3; 6[$                       d.  $]3; 6[$

**Question 22.**

Soit  $f$  une fonction de variable réelle dont le tableau de variations est donné ci-dessous. Déterminer le nombre de solution(s) de l'équation :  $2f(x) - 3 = 0$ .

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$3$	$-1$	$3$	$-\infty$

- a. 2                      b. 1                      c. 4                      d. 3





**Question 37.**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$  et  $g$  la fonction définie par  $g(x) = (x+1)f'(x)$ . Déterminer les primitives de  $g$ .

a.  $G(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x^2+2x-4}} + C$

b.  $G(x) = \frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$

c.  $G(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C$

d.  $G(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$

**PROBABILITÉS**

**Question 38.**

Une ville est constituée à 65% d'hommes dont 30% pratiquent un sport. Parmi les femmes (de cette même ville), 60% pratiquent un sport.

On prend une personne au hasard dans la ville. Quelle est la probabilité qu'elle fasse du sport ?

a. 0.305

b. 0.405

c. 0.205

d. 0.505

**Question 39.**

Un jeu consiste à lancer trois dés A, B, C à 6 faces. L'objectif est d'obtenir au moins deux faces « 6 ». Cependant les dés sont truqués. Il a été établi que :

— La probabilité d'obtenir un « 6 » avec le dé A est de 0.7

— La probabilité d'obtenir un « 6 » avec le dé B est de 0.6

— La probabilité de gagner à ce jeu est de 0.558

Quelle est la probabilité d'obtenir un « 6 » avec le dé C ?

a. 0.3

b. 0.4

c. 0.5

d. 0.6

**Question 40.**

Une urne contient trois boules blanches et six boules noires. On tire successivement trois boules avec remise. Quelle est la probabilité d'obtenir plus de boules blanches que de noires ?

a. 0.2

b.  $\frac{7}{27}$

c. 0.5

d.  $\frac{17}{27}$

**Question 41.**

Soit  $X$  une variable aléatoire réelle suivant une loi binomiale  $\mathcal{B}(15;0.4)$ . Déterminer  $P(X = 8)$ .

a.  $\binom{15}{8}0.4^80.6^7$

b.  $0.4^80.6^7$

c.  $\binom{15}{8}0.4^70.6^8$

d.  $0.4^70.6^8$

**Attention!** Pour les deux questions suivantes, on se place dans un plan rapporté à un repère orthonormé d'origine  $O$ . Un robot part de  $O$  et se déplace aléatoirement verticalement ou horizontalement, de telle manière qu'à chaque pas, soit son abscisse soit son ordonnée augmente. À chaque déplacement, la probabilité qu'il se déplace selon l'axe des abscisses est de 0.4.

**Question 42.**

Quelle est la probabilité que le robot arrive au point  $M(7;9)$  au bout de 16 étapes ?

a.  $\binom{9}{7}0.4^90.6^7$

b.  $\binom{9}{7}0.4^70.6^{16}$

c.  $\binom{16}{9}0.4^90.6^7$

d.  $\binom{16}{7}0.4^70.6^9$

Question 43.

Soit  $X$  la variable aléatoire comptant le nombre de déplacements du robot selon l'axe des abscisses, après 16 étapes. Déterminer l'espérance  $E(X)$  :

- a. 8                                      b. 6.4                                      c. 6                                      d. 8.4

**ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION**

Question 44.

Déterminer l'affichage de l'algorithme suivant, sachant que l'on saisi la valeur  $n = 10$  :

```

Algorithme 1 : Avenir 2023
1  Entrée
2   $n$  : entier naturel
3  Variables
4   $u$  : réel
5   $i$  : entier naturel
6  Traitement
7  Saisir  $n$ 
8  Pour  $i$  allant de 1 à  $n$  faire
9       $u$  prend la valeur 1
10      $u$  prend la valeur  $\frac{3}{6-2u}$ 
11  Afficher  $u$ 
    
```

- a. 1                                      b.  $\frac{33}{52}$                                       c.  $\frac{52}{33}$                                       d.  $\frac{3}{4}$

Question 45.

On considère l'algorithme suivant :

```

Algorithme 2 : Avenir 2023 bis
1  Variables
2   $u$  : réel
3   $i$  : entier naturel
4  Initialisation
5   $i$  prend la valeur 0
6   $u$  prend la valeur 0
7  Traitement
8  Tant que  $i \leq 10$  faire
9       $i$  prend la valeur  $i + 1$ 
10      $u$  prend la valeur  $2u + 3$ 
11  Afficher  $u$ 
    
```

Que retourne cet algorithme?

- a. Le 10<sup>e</sup> terme de la suite récurrente définie par  $u_0 = 0$ ,  $u_{n+1} = 2u_n + 3$       c. Le 10<sup>e</sup> terme de la suite récurrente définie par  $u_0 = 0$ ,  $u_{n+1} = 3u_n + 2$   
 b. Le 11<sup>e</sup> terme de la suite récurrente définie par  $u_0 = 0$ ,  $u_{n+1} = 2u_n + 3$       d. Le 11<sup>e</sup> terme de la suite récurrente définie par  $u_0 = 0$ ,  $u_{n+1} = 3u_n + 2$

... FIN ...

Ce sujet est la propriété intellectuelle exclusive du Concours Avenir. Il ne doit en aucun cas être emporté par les candidats à la fin de l'épreuve. Il doit être rendu à l'équipe surveillante en même temps que sa grille réponse associée.



# STAGES PRÉPA CONCOURS AVENIR

## LA MEILLEURE PRÉPA AVENIR

- Intégration des meilleures écoles
- Une préparation progressive
- Petits groupes de préparation
- Support avec différents niveaux de difficulté

 [Préparation concours Avenir](#)



## STAGES PRÉPA CONCOURS AVENIR EN LIGNE

- Entraînement et préparation dans les conditions réelles
- Application mobile PrepApp gratuite
- Format où l'élève est au centre de l'attention en pédagogie différenciée

 [Stage en ligne prépa concours Avenir](#)

