CONCOURS AVENIR-Samedi 3 mai 2025 - Épreuve de Mathématiques B

NOM :…………………………………………...

PRENOM :………………………………………

NUMERO PARCOURSUP :…………………….

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES B

Qui peut utiliser ce sujet de **Mathématiques B ?**

- Profil Violet **NON** ✗
- Profil Jaune **OUI** ✓
- Profil Vert **NON** ✗

DURÉE : 1h30
COEFFICIENT 6

Consignes spécifiques

Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.
Cette épreuve comporte volontairement plus d’exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti. La raison en est que votre enseignant n’a pas forcément traité l’ensemble du programme de Terminale.

Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale. Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières seront prises en compte.

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l’usage de brouillon.
L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.
Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.
Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e). Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

Barème :
Pour chaque question, <u>une seule réponse est correcte</u>. Afin d’éliminer les stratégies de réponse au hasard, **chaque réponse fausse est pénalisée par le retrait d’un point. Une question non traitée n’apporte ni ne retire aucun point.**

VOCABULAIRE ENSEMBLISTE ET LOGIQUE

Question 1 : On considère les trois ensembles $A = [1;10[$, $B = \{-1;8;9;10;15\}$ et $C = [10;+\infty[$. Parmi les expressions suivantes, laquelle est égale à $(A \cap B) \cup C$?

A. $[8;+\infty[$

B. $\{8;9\} \cup [10;+\infty[$

C. $[1;+\infty[$

D. $\{8;9\} \cup]10;+\infty[$

Question 2 : Soient x et y deux variables réelles. On suppose qu'elles vérifient l'assertion suivante :

$$(x-2)(y-3) = 0 \text{ et } (x-1)(y-2) = 0.$$

Alors on peut affirmer que :

A. $(x = 2$ et $y = 3)$ et $(x = 1$ et $y = 2)$

B. $(x = 2$ ou $y = 2)$ et $(x = 1$ ou $y = 3)$

C. $(x = 2$ et $y = 3)$ ou $(x = 1$ et $y = 2)$

D. $(x = 2$ et $y = 2)$ ou $(x = 1$ et $y = 3)$

Question 3 : Soient A et B deux ensembles de réels. On considère l'assertion suivante :

Il existe un réel a appartenant à A tel que pour tout réel b appartenant à B, on a $a^2 + 1 > b$.

Si on considère cette assertion comme étant fausse, alors on peut affirmer que :

A. Pour tout réel a appartenant à A, il existe un réel b appartenant à B tel que $a^2 + 1 \leq b$.

B. Il n'existe aucun réel a appartenant à A et aucun réel b appartenant à B qui vérifie $a^2 + 1 > b$.

C. Pour tout réel a appartenant à A, il existe un réel b appartenant à B tel que $a^2 + 1 < b$.

D. Pour tout réel a appartenant à A, il existe un réel b appartenant à B tel que $a^2 + 1 > b$.

Question 4 : Soit a un réel. On considère l'assertion suivante :

Si pour tout $x \in]0,+\infty[$, $a + x > 0$, alors $a > 0$.

On peut dire que :

A. Elle est vraie car cela fonctionne pour $a = 1$.

B. Elle est fausse car cela ne fonctionne pas pour $a = -1$

C. Elle est fausse car cela ne fonctionne pas pour $a = 0$.

D. Elle est vraie car cela fonctionne pour tout a dans $\mathbb{R}$.

ALGÈBRE

Question 5 : **On considère la fonction $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 14x - 24}$. Quel est le domaine de définition de f ?**

A. $\emptyset$

B. $]-\infty; 3] \cup [4; +\infty[$

C. $]-\infty; 6[\cup]8; +\infty[$

D. $[3; 4]$

Question 6 : **On considère l'équation suivante d'inconnue réelle x :**

$$e^{4x} - e^{2x} - 2 = 0.$$

Combien de solutions admet cette équation ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

Question 7 : **On considère l'équation suivante d'inconnue réelle x :**

$$x^3 - 3x^2 + 7x - 5 = 0.$$

Combien de solutions admet cette équation ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Question 8 : **On admet qu'il existe trois réels a, b et c tels que pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{1; 2\}$, on a l'égalité :**

$$\frac{x}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x-2}.$$

Que vaut a ?

A. -1

B. 1

C. 2

D. -2

Question 9 : On considère l'équation d'inconnue réelle x suivante :

$$|x-1|+|x+1|=|x|.$$

Combien de solutions admet cette équation ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Question 10 : Soient r_1 et r_2 deux réels vérifiant :

$$\begin{cases} r_1+r_2=1 \\ r_1r_2=-6 \end{cases}$$

Que vaut $r_1^2+r_2^2$?

A. 5

B. 13

C. 10

D. 3

TRIGONOMÉTRIE

Question 11 : On admet que la fonction cosinus vérifie l'égalité suivante pour tout $\theta \in \mathbb{R}$:

$$\cos^2(\theta)=\frac{1+\cos(2\theta)}{2}.$$

Que vaut $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$?

A. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 0

Question 12 : Soit x une variable réelle. Combien l'équation $\cos(3x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ a-t-elle de solutions si on impose que x appartienne à $[0;\pi]$?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Question 13 : **Étant donné $\theta \in \mathbb{R}$, on considère l'expression suivante :**

$$\sum_{k=0}^{8} \cos\left(\theta + k\frac{\pi}{4}\right) = \cos(\theta) + \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \cdots + \cos\left(\theta + 8\frac{\pi}{4}\right).$$

À quoi est égale cette expression ?

A. 0

B. $4(\cos(\theta) + \sin(\theta))$

C. $4(\cos(\theta) - \sin(\theta))$

D. $\cos(\theta)$

Question 14 : **Étant donné $\theta \in \mathbb{R}$, on considère l'expression suivante :**

$$(\cos(\theta) + \sin(\theta))^2.$$

À quoi est égale cette expression ?

A. 1

B. $2\cos(\theta)\sin(\theta) - 1$

C. $2\cos(\theta)\sin(\theta) + 1$

D. $4\cos(\theta)\sin(\theta)$

SUITES

Question 15 : **Étant donnée $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique strictement positive de raison q, alors on peut dire que la suite $(\ln(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ est :**

A. géométrique de raison e^q

B. géométrique de raison $\ln(q)$

C. ni géométrique, ni arithmétique

D. arithmétique de raison $\ln(q)$

Question 16 : **Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ d'expression pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:**

$$u_n = \frac{5^{n+2} - 3^n}{5^n - 4^n}.$$

Quelle est la limite de cette suite ? (Indication : on pensera à factoriser par 5^n) :

A. 5

B. 25

C. 0

D. $+\infty$

Question 17 : **Que vaut $2^{10} + 2^{20} + 2^{30} + \ldots + 2^{100}$?**

A. $2^{10}(2^{99} - 1)$

B. $2^{10}\dfrac{1 - 2^{100}}{1 - 2^{10}}$

C. $2^{10}(2^{100} - 1)$

D. $\dfrac{1 - 2^{100}}{1 - 2^{10}}$

Question 18 : **Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :**

$$u_n = n^2 - n + 3.$$

Alors, cette suite est :

A. ni croissante, ni décroissante

B. décroissante mais non strictement

C. strictement croissante

D. croissante mais non strictement

Question 19 : **Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?**

A. Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = 0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ ou $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$.

B. Si $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{|v_n|} = 0$ et que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ admet une limite finie non nulle, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} |v_n| = +\infty$.

C. Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n^2 = 1$, alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ a une limite et elle vaut soit 1, soit -1.

D. Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n = 1$, alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ont chacune une limite finie qui vérifient $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{1}{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n}$.

Question 20 : **Déterminer la limite suivante :**

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n + 2\sqrt{n}} - \sqrt{n}.$$

A. 1

B. 0

C. $+\infty$

D. 2

Dans les deux questions suivantes, on s'intéresse à la modélisation d'une population. On suppose qu'en 2025 un petit pays comporte un million d'habitants. On a observé que chaque année 1$\%$ de la population migre, tandis que 1 000 nouveaux habitants viennent s'installer. Dans les deux questions suivantes, p_n désignera le nombre d'habitants pour l'année n.

Question 21 : Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

A. $(p_n - 1000)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique

B. $(p_n - 1000)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique

C. $(p_n - 100\,000)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique

D. $(p_n - 100\,000)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique

Question 22 : En 2035, la population de ce pays comptera comme habitants :

A. $900\,000\left(\frac{99}{100}\right)^{10} + 100\,000$

B. $1\,010\,000$

C. $1\,000\,000\left(\frac{1}{100}\right)^{2035} + 100\,000$

D. $1\,000\,000\left(\frac{1}{100}\right)^{10} + 100\,000$

ALGORITHMIQUE

Question 23 : On considère le code Python suivant :

```
def N(e1,e2,e3,c1,c2,c3,b):
        s=e1*c1+e2*c2+e3*c3+b
        return s
def H(x):
        if x>0:
                return x
        else:
                return 0

print(H(N(1,-1,-2,1,2,1,2)))
```

Quelle valeur affiche ce programme Python ?

A. 2

B. -1

C. 1

D. 0

Question 24 : On considère le code Python suivant :

```
s=0
i=5
while i<16:
        s=s+i
        i=i+1
print(s)
```

Quelle valeur affiche ce programme Python ?

A. 121

B. 126

C. 120

D. 110

Question 25 : On rappelle qu'en Python une liste L est indexée à partir de 0, que pour avoir accès au contenu de l'index i de la liste L on utilise la variable $L[i]$, et enfin que la commande $len(L)$ renvoie la longueur de la liste sous forme d'un entier. On considère alors le code d'une fonction suivant :

```
def f(L):
    t=len(L)
    for i in range(t):
        for j in range(t-i):
            if L[i] < L[i+j]:
                m = L[i+j]
                L[i+j] = L[i]
                L[i] = m
    return L
```

Si L est la liste $[24, 10, 2, 5, -1, 0, 17]$, $f(L)$ renvoie :

A. $[24, 24, 24, 24, 24, 24, 24]$

B. $[-1, 0, 2, 5, 10, 17, 24]$

C. $[24, 17, 10, 5, 2, 0, -1]$

D. $[24, 17, 17, 17, 17, 17, 17]$

DÉRIVATION ET ÉTUDES DE FONCTIONS

Question 26 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x \cos(x)$. Que vaut $f'(0)$?

A. 4

B. 3

C. 1

D. 0

Question 27 : **Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\sin(\pi x)}{\ln(x)}$. Que vaut $f'(2)$?**

A. 0

B. $\dfrac{\pi}{\ln(2)}$

C. $\dfrac{1}{2(\ln(2))^2}$

D. $-\dfrac{\pi}{\ln(2)} + \dfrac{1}{\ln(8)}$

Question 28 : **Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x + 5$. Alors on peut affirmer que :**

A. f est décroissante sur uniquement sur l'intervalle $[-1; 1]$.

B. f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

C. f est décroissante uniquement sur les intervalles $\left[-\sqrt{2}; -1\right]$ et $\left[1; \sqrt{2}\right]$.

D. f est croissante sur l'intervalle $[-2, 2]$.

Question 29 : **Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$. En étudiant le taux de variation de f en 0, on peut affirmer que :**

A. f n'est pas dérivable en 0.

B. f est dérivable en 0 avec $f'(0) = -1$.

C. f est dérivable en 0 avec $f'(0) = 0$.

D. f est dérivable en 0 avec $f'(0) = 1$.

Question 30 : **Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$. On peut affirmer que :**

A. $f(-2) < 0$ et $f(2) > 0$ donc par le théorème des valeurs intermédiaires il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $f(c) = 0$.

B. f a ni minimum, ni maximum sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

C. f a un minimum qui vaut 1 sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

D. f a un maximum qui vaut 1 sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Question 31 : **Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(2x) - 1}{x}$:**

A. $\dfrac{1}{2}$

B. 0

C. 1

D. Cette limite n'existe pas.

Question 32 : **Soit f la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :**

$$f(x) = (x-1)^2 e^x.$$

En admettant que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$, l'ensemble des valeurs $c \in \mathbb{R}$ telles que l'équation $f(x) = c$ admette exactement trois solutions est :

A. $]0; +\infty[$

B. $]-1; 1[$

C. $]4e; 1[$

D. $]0; 4e^{-1}[$

Question 33 : **On considère les deux fonctions définies pour $x \in \mathbb{R}$ par :**

$$f(x) = \sqrt{x^2+3} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{x^2+1}.$$

Déterminer l'abscisse de l'intersection de la droite tangente à f en $x = 1$ et de la droite tangente à g en $x = -1$.

A. ces droites ne se coupent pas

B. $-5 + 4\sqrt{2}$

C. $4 - 2\sqrt{2}$

D. $4\sqrt{2} - 1$

Dans les deux questions suivantes on considère la fonction réelle f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 7.$$

Question 34 : **On peut affirmer que :**

A. f atteint un minimum qui vaut 3

B. f atteint un maximum qui vaut 3

C. f atteint un minimum qui vaut -2

D. f atteint un maximum qui vaut -2

Question 35 : **L'extremum de f de la question précédente est atteint :**

A. en trois points points d'abscisses $x = -3$, $x = 0$ et $x = 3$

B. au seul point d'abscisse $x = \sqrt{3}$

C. en deux points d'abscisses $x = -\sqrt{3}$ et $x = \sqrt{3}$

D. en trois points d'abscisses $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$ et $x = \sqrt{3}$

PRIMITIVES ET INTÉGRALES

Question 36 : Soit f une fonction dérivable à dérivée continue sur $\mathbb{R}$. Alors pour $x \in \mathbb{R}$ on peut affirmer que $\int_0^x f'(t)dt$ vaut :

A. $f(x) - f(0)$

B. $f(x)$

C. $f(t) - f(0)$

D. $f'(x) - f'(0)$

Question 37 : La primitive de xe^x sur $\mathbb{R}$ qui vaut 0 en $x = 0$ est :

A. $xe^x + e^x - 1$

B. $xe^x - e^x$

C. $xe^x - e^x + 1$

D. $xe^x + 2e^x - 1$

Question 38 : On considère la limite suivante :

$$\lim_{x \to 0^+} \int_x^1 \frac{1}{\sqrt{t}e^{\sqrt{t}}}dt.$$

Que vaut cette limite ?

A. Cette limite n'existe pas.

B. $-\frac{2}{e} + 2$

C. $\frac{2}{e}$

D. $e^2 + 2$

Question 39 : On considère l'intégrale suivante :

$$\int_0^{\ln(2)} \frac{e^{2t} - e^{-2t}}{e^{2t} + e^{-2t}}dt.$$

Que vaut cette intégrale ?

A. $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{17}{8}\right)$

B. $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{9}{4}\right)$

C. $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{15}{4}\right)$

D. $\ln\left(\frac{15}{8}\right)$

Question 40 : **Soit f une fonction réelle définie sur $\mathbb{R}$, que l'on supposera continue et impaire. Parmi les expressions suivantes, à quoi est aussi égale l'intégrale suivante :**

$$\int_{-5}^{5} f(t)dt \text{ ?}$$

A. $2\int_0^5 f(t)dt$

B. $\int_{-5}^{5} |f(t)|dt$

C. $-\frac{1}{2}\int_{-5}^{0} f(t)dt$

D. $\int_{-10}^{10} f(t)dt$

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Question 41 : **On considère l'équation différentielle suivante :**

$$(E) : \ 3y' + 2y = 1.$$

La solution f de (E) sur $\mathbb{R}$ vérifiant $f(0) = \frac{3}{2}$ a pour expression :

A. $f(x) = -\frac{3}{2}e^{2t} + 1$

B. $f(x) = -\frac{3}{2}e^{-2t} + 1$

C. $f(x) = e^{2t/3} + \frac{1}{2}$

D. $f(x) = e^{-2t/3} + \frac{1}{2}$

Question 42 : **Soit g une fonction réelle définie et continue sur $\mathbb{R}$. On pose la fonction f définie pour $x \in \mathbb{R}$ par :**

$$f(x) = e^x \int_0^x e^{-t} g(t)dt.$$

En dérivant, on observe que f est solution de :

A. $y' - y = g(x)$

B. $y' + e^x y = 0$

C. $y' + y = 0$

D. $y' + g(x)y = 0$

Question 43 : **Soient a, b et c trois réels. Si f est une solution sur $\mathbb{R}$ de $y' + ay = b$ et g une solution sur $\mathbb{R}$ de $y' + ay = c$. Alors on peut affirmer que $f + g$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de :**

A. $y' + ay = \frac{b+c}{2}$

B. $y' + 2ay = b + c$

C. $y' + ay = b + c$

D. $y' + ay = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$

Question 44 : On considère l'équation différentielle suivante :

$$y' = 1 + y^2.$$

Si f désigne une solution sur $\mathbb{R}$ de cette équation différentielle, on peut affirmer que :

A. f peut être une fonction constante.

B. f peut s'écrire sous la forme $f(x) = e^{\alpha x}$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$.

C. f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

D. f peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax^2 + bx$ avec $a, b \in \mathbb{R}$.

Pour les deux questions suivantes, on considère l'équation différentielle :

$$(E) : y' + 2y = (4x^2 + 6x + 5)e^{2x}$$

Question 45 : Soit g une fonction définie pour x dans $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (ax^2 + bx + c)e^{2x},$$

avec $a, b, c \in \mathbb{R}$. Pour que g soit solution de (E), il faut que :

A. $a + b + c = 3$

B. $a + b + c = 2$

C. $a + b + c = 1$

D. $a + b + c = 0$

Question 46 : Si maintenant f désigne une solution quelconque de (E) sur $\mathbb{R}$, en cherchant une équation différentielle vérifiée par $f - g$, on peut alors affirmer que f a pour forme générale :

A. $f(x) = g(x)$

B. $f(x) = g(x) + Ke^{2x}$ avec $K \in \mathbb{R}$

C. $f(x) = g(x) + Ke^{-2x}$ avec $K \in \mathbb{R}$

D. $f(x) = g(x) + Ke^{4x}$ avec $K \in \mathbb{R}$

Question 47 : On désigne par $N(t)$ le nombre de bactéries se trouvant dans une boîte de Pétri, où $t \in \mathbb{R}$ désigne le temps mesuré en secondes. Au temps initial $t = 0$, on compte 100 bactéries dans la boîte. L'évolution de la population est censée suivre une loi Malthusienne pondérée par l'acidité du milieu. Une modélisation très simplifiée conduit à l'équation différentielle pour N :

$$N'(t) = \frac{1}{2}N(t) - \alpha,$$

où $\alpha \in \mathbb{R}$ est un coefficient lié à l'acidité du milieu. Pour quelle valeur de α la population bactérienne va doubler après une minute ?

A. pour aucune valeur car la population décroît.

B. pour $\alpha = 100(e - 2)$.

C. pour $\alpha = 50\dfrac{e^{30} - 2}{e^{30} - 1}$.

D. pour $\alpha = 50\dfrac{e^{60} - 1}{e^{60} + 2}$

PROBABILITÉS

Question 48 : On lance un dé à quatre faces numérotées de 1 à 4, un dé à six faces numérotées de 1 à 6, et un dé à douze faces numérotées de 1 à 12. On suppose les dés équilibrés, et les résultats des lancers indépendants. Quelle est la probabilité qu'au moins une des faces donne le chiffre 1 ?

A. $\frac{252}{288}$

B. $\frac{1}{288}$

C. $\frac{287}{288}$

D. $\frac{123}{288}$

Question 49 : Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ. On sait que :

$$\boldsymbol{P(1 \leq X \leq 2) = \frac{1}{4}}.$$

Que vaut λ ?

A. $\ln(2)$

B. $\ln(5)$

C. $\ln(4)$

D. $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$

Question 50 : Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes. On suppose que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 2$ et $p = \frac{1}{2}$, et que Y suit une loi géométrique de paramètre $p = \frac{1}{3}$. Que vaut $P(X + Y = 2)$?

A. $\frac{2}{9}$

B. $\frac{7}{36}$

C. $\frac{1}{18}$

D. $\frac{1}{6}$

Pour les deux questions suivantes, on fait l'expérience suivante : On dispose d'une première urne contenant une boule verte et deux boules rouges, et d'une deuxième urne contenant une boule verte et trois boules rouges. On tire une boule dans la première urne, si elle est rouge on s'arrête, si elle est verte, on la met dans la deuxième urne puis on tire une boule dans cette deuxième urne. À l'issue de l'expérience on a donc deux évènements possibles : avoir fait un seul tirage ou bien avoir fait deux tirages.

Question 51 : Si à l'issue de l'expérience on a une boule verte, quelle est la probabilité qu'il n'y ait eu qu'un seul tirage ?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{5}$

C. 0

D. 1

Question 52 : **Si à l'issue de l'expérience, on a une boule rouge, quelle est la probabilité qu'il y ait eu deux tirages ?**

A. $\frac{9}{29}$

B. $\frac{3}{13}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{4}$

Question 53 : **On dispose de deux pièces. L'une d'entre elles est équilibrée, tandis que l'autre est truquée et comporte deux côtés pile. On prend au hasard une de ces deux pièces sans l'examiner et on la lance n fois ($n \in \mathbb{N}^*$). Comment choisir n pour faire en sorte que si les lancers conduisent à n fois pile, la probabilité que la pièce a d'être truquée soit d'au moins 90% ?**

A. toutes valeurs de n plus grandes que $\frac{\ln\left(\frac{10}{9}\right)}{\ln(2)}$

B. toutes valeurs de n plus grandes que $\frac{\ln(9)}{\ln(2)}$

C. toutes valeurs de n plus grandes que $\frac{\ln(6)}{\ln(2)}$

D. toutes valeurs de n plus grandes que $\frac{\ln(5)}{\ln(2)}$

Dans les deux questions suivantes on se donne X une variable aléatoire prenant ses valeurs dans l'ensemble $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ telle que $P(X = 0) = 0.1$, $P(X = 1) = 0.2$, $P(X = 2) = 0.1$ et vérifiant $E(X) = 2.5$.

Question 54 : **La probabilité de $P(X = 3)$ vaut :**

A. 0

B. 0.1

C. 0.2

D. 0.3

Question 55 : **La variance de X vaut :**

A. 1.85

B. 8.1

C. 5.6

D. 1.95

GÉOMÉTRIE

Question 56 : **Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère l'équation cartésienne suivante :**

$$x^2 - 6x + y^2 - 8y + 29 = 0.$$

On peut dire qu'il s'agit :

A. d'une équation d'un cercle de rayon 4.

B. d'une équation de l'ensemble vide.

C. d'une équation d'un cercle de rayon 2.

D. d'une équation d'un cercle de rayon 20.

Question 57 : On considère une triangle (ABC) rectangle en B tel que $AC = 5$ et $BC = 4$. Alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ vaut :

A. 9

B. 0

C. 3

D. $\sqrt{3}$

Question 58 : Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan. Alors $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\|^2 - \|\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\|^2$ est aussi égal à :

A. 0

B. $4\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}$

C. $2(\|\overrightarrow{u}\|^2 + \|\overrightarrow{v}\|^2)$

D. $2(\|\overrightarrow{u}\|^2 - \|\overrightarrow{v}\|^2)$

Question 59 : Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite $(\mathcal{D})$ d'équation cartésienne

$$x + 2y + 1 = 0,$$

ainsi que le point A de coordonnées $(-4; 4)$. On note $(\mathcal{D}')$ la droite orthogonale à $(\mathcal{D})$ passant par A. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre les droite $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{D}')$.

A. $(-6; 3)$

B. $\left(\frac{27}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

C. $(-5; 2)$

D. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

Question 60 : Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite $(\mathcal{D})$ d'équation cartésienne :

$$y - x + 2 = 0,$$

ainsi que $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de la fonction réelle f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1.$$

Soit a l'abscisse du point où la tangente à $\mathcal{C}_f$ est parallèle à $(\mathcal{D})$, alors a vaut :

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

...FIN...