

Bac Mathématiques Cameroun 2022

Série D

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

Partie A : Évaluation des ressources (13 points)

Exercice 1 (4,5 points)

- On munit le plan complexe d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ et on considère les points A, B et I d'affixes respectives $4 + i$, $3i$ et 1 .
 - Démontrer que IAB est un triangle rectangle isocèle de sens direct.
 - On donne le point J d'affixe i . Calculer $\frac{z_B - z_J}{z_A - z_J}$ et donner la nature du triangle ABJ .
 - Démontrer que les points I, A, B et J appartiennent à un même cercle dont on donnera l'affixe du centre et le rayon.
- Soit s la similitude directe du plan de centre A qui transforme I en B .
 - Démontrer que l'écriture complexe de s est $z' = (1 - i)z - 1 + 4i$.
 - Donner l'angle et le rapport de s .
 - En déduire l'image par s du cercle de centre A et de rayon $\sqrt{2}$.

Exercice 2 (4,5 points)

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \ln(e^x + x) - x$. Soit (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$; unités : 5 cm sur les axes.

- Etudier le sens des variations de f sur $[0; +\infty[$.
- Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$, $f(x) = \ln\left(1 + \frac{x}{e^x}\right)$.
 - En déduire la limite de f en $+\infty$; puis l'existence d'une asymptote dont une équation est à préciser.
- Dresser le tableau de variations de f sur $[0; +\infty[$.
- Déterminer une équation de la tangente (\mathcal{D}) à (\mathcal{C}) en O .
 - Tracer (\mathcal{D}) et (\mathcal{C}) .

Exercice 3 (4 points)

- Le réseau ferroviaire d'un pays compte cinq gares A, B, C, D et E , reliées de la façon suivante :

Allant de	A	A	A	B	C	C	D
à	B	C	D	C	D	E	E
Distance en centaines de km	2	6	5	3	1	3	4

- Construire un graphe pondéré associé à ce réseau, sur lequel $ABCD$ est un quadrilatère extérieur au

triangle CDE .

b. Déterminer par l'algorithme de DIJKSTRA, le plus court chemin de A à E.

2. Les droites de régression de x en y et de y en x d'une série statistique double sont respectivement données par :

$$x = 0,135y + 6,65 \text{ et } y = 6x - 38.$$

a. Déterminer les coordonnées du point moyen du nuage de cette série.

b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y , puis l'interpréter.

3. Une boîte contient 3 boules vertes, 2 boules rouges et 5 boules jaunes. On tire simultanément 2 boules de la boîte et on suppose que tous les tirages sont équiprobables.

Calculer la probabilité d'obtenir :

a. deux boules de la même couleur ;

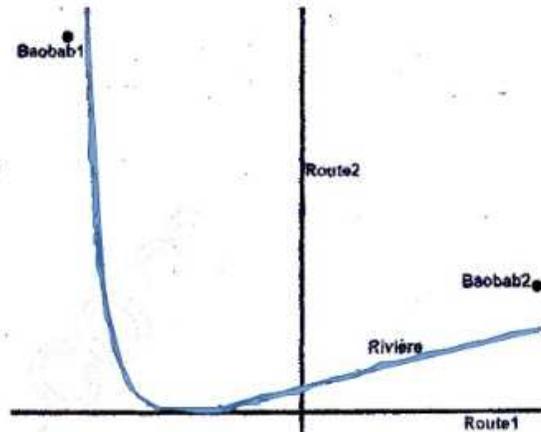
b. deux boules de couleurs différentes.

Partie B : Évaluation des compétences (7 points)

Situation

Monsieur Tanga est promoteur d'une entreprise agricole. Il a acquis nouvellement une vaste terre plane traversée par deux routes perpendiculaires et une rivière. Cette terre est surplombée par deux grands baobabs et sa vue aérienne est matérialisée par la figure ci-contre.

Sur cette terre, il projette y produire de la papaye ou de la pastèque, ou de la banane. Il soumet son projet à un conseil d'ingénieurs pour une étude de marché afin de lui présenter les atouts bénéficiaires sur chacun de ces produits.



Le conseil à la fin de cette étude basée sur un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm pour 100 m, adresse ses solutions à Tapi, un élève compétent, en stage auprès du conseil, en ces termes :

- Le bénéfice à réaliser en milliers de francs en fonction de la quantité x de papayes en tonnes par an est donné par la fonction h telle que $h''(x) - 3h'(x) + 2h(x) = 0$ et dont la courbe intégrale (C_h) passe par le point $A(0 ; 15\,000)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 10 000.

- La rivière suit la courbe de la fonction numérique g définie par $g(x) = \ln(x + 1) - \frac{x}{x + 1}$; les routes 1 et 2 suivent respectivement les droites d'équations $y = 0$ et $x = 1$. Dans le repère $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, la rivière est tangente à la route 1 à l'origine O. La production de la pastèque n'est bénéfique que si elle se fait sur le domaine compris entre les deux routes et la rivière.

- Sur le plan complexe associé au repère $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, les pieds des deux baobabs sont assimilés aux points B_1 et B_2 dont les affixes respectives sont les solutions de l'équation $z^2 - (2 + 4i)z - 6 + 8i = 0$. Le domaine bénéfique à la production de bananes est délimité par l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MB_1} \cdot \overrightarrow{MB_2} = 0$.

Tâches :

1. Déterminer le bénéfice maximal annuel à réaliser par l'entreprise de Monsieur Manga s'il se lance dans la production de papayes.

2. Déterminer l'aire du domaine bénéfique à la production de pastèques.

3. Déterminer l'aire du domaine bénéfique à la production de bananes.