https://groupe-reussite.fr/cours-particuliers/maths/tous-niveaux/france/

*R. C. I. – MENET-FP * Direction des Examens et Concours * Direction des Examens et Concours * R. C. I. - MENET-FP*

BACCALAURÉAT **Coefficient : 4**
SESSION 2019 **Durée : 4h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

En vue de sélectionner des joueurs pour un tournoi international de football, une fédération nationale met à la disposition de l'entraîneur un certain nombre de joueurs évoluant au pays et hors du pays. Parmi eux, il y a des joueurs professionnels et des joueurs non professionnels.
Ces joueurs se répartissent comme suit :

- 75% des joueurs évoluent au pays ;
- 60% des joueurs évoluant au pays sont professionnels ;
- 80% des joueurs évoluant hors du pays sont professionnels.

On choisit au hasard un joueur pour subir un test antidopage.
On désigne par A l'évènement « Le joueur choisi évolue au pays ».
On désigne par B l'évènement « Le joueur choisi est professionnel ».
On désigne par C l'évènement « Le joueur choisi évolue au pays et est professionnel ».

1. *a*) Traduis l'énoncé par un arbre de probabilité.
   b) Donne $P_A(B)$, la probabilité de B sachant A.
   c) Démontre que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,45.
2. Calcule la probabilité de B.

Partie B

Un entraîneur doit sélectionner des joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire, il soumet d'abord chaque joueur à un test qui consiste à faire trois tirs au but successifs à partir du point de penalty. Est retenu à l'issue de ce premier test, tout joueur qui réussit au moins deux de ses trois tirs. On suppose que les tirs sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donné réussisse un tir est égale à $\frac{3}{4}$.

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donné à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.
   a) Détermine les valeurs prises par X.
   b) Détermine la loi de probabilité de X.
2. Calcule l'espérance mathématique de X.
3. Démontre que la probabilité qu'un joueur donné soit retenu est égale à $\frac{27}{32}$.

EXERCICE 2

Une société ivoirienne de transformation de produits agricoles a acheté 5 000 tonnes de noix de cajou aux paysans en 2011. La société décide d'augmenter de 5% ses achats chaque année par rapport à l'année précédente.
On note, pour tout entier naturel n, Q_n la quantité en tonnes de noix de cajou achetée en l'an $(2011 + n)$.
On a : $Q_0 = 5\,000$.

1. Justifie que la quantité de noix de cajou achetée en 2012 est de 5 250 tonnes.

2. Démontre que (Q_n) est une suite géométrique de raison 1,05.

3. *a*) Justifie que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ Q_n = 5\,000 \times (1{,}05)^n$.
   b) Détermine la quantité de noix de cajou qu'achètera cette société en 2020.
   Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.

4. *a*) Détermine l'année où la quantité de noix de cajou achetée sera supérieure à 10 000 tonnes.
   b) Détermine la quantité totale de noix de cajou achetée par cette société de 2011 à fin 2020.
   Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.

PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est : 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]1\,;+\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{1}{x-1} - \ln(x-1)$.
On note $(\mathscr{C}_g)$ la courbe représentative de g dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. *a*) Calcule la limite de g à droite en 1.
   b) Interprète le résultat obtenu.

2. *a*) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.
   b) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x}$.
   c) Donne une interprétation graphique des résultats obtenus précédemment.

3. On suppose que g est dérivable sur $]1\,;+\infty[$ et on note g' sa fonction dérivée.
   a) Justifie que : $\forall\, x \in]1\,;+\infty[,\ g'(x) = \dfrac{-x}{(x-1)^2}$
   b) Déduis de ce qui précède le signe de $g'(x)$.
   c) Dresse le tableau de variation de g.

4. *a*) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]1\,;+\infty[$.
   On note α cette solution.
   b) Vérifie que : $2{,}7 < \alpha < 2{,}8$.

5. Démontre que :
   $\forall\, x \in]1\,;\alpha[,\ g(x) > 0$ et $\forall\, x \in]\alpha\,;+\infty[,\ g(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]1 ; +\infty[$ par : $f(x) = 4e^{-x}\ln(x-1)$.
On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

   b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

2. *a*) Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$.

   b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

3. On suppose que f est dérivable sur $]1 ; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
   a) Justifie que : $\forall x \in]1 ; +\infty[$, $f'(x) = 4e^{-x}g(x)$.
   b) Déduis de la question précédente et de la question 5 de la partie A, les variations de f.
   c) Dresse le tableau de variation de f.

4. Construis les courbes $(\mathscr{C}_g)$ et $(\mathscr{C})$ dans le même repère (O, I, J).
   On prendra : $\alpha = 2{,}75$ et $f(\alpha) = 0{,}14$.

Partie C

1. Justifie que : $\ln(\alpha - 1) = \dfrac{1}{\alpha - 1}$, en utilisant la question 4-*a*) de la partie A.

2. On pose : $U = \displaystyle\int_2^{\alpha} \frac{1}{x-1}\,dx$ et $V = \displaystyle\int_2^{\alpha} \ln(x-1)\,dx$.

   a) Calcule U.
   b) À l'aide d'une intégration par parties, justifie que : $V = 3 - \alpha$.

3. On désigne par A l'aire en cm² de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C}_g)$, l'axe (OI), les droites d'équations $x = 2$ et $x = \alpha$.

   a) Justifie que : $U - V = \dfrac{(\alpha - 2)^2}{\alpha - 1}$.

   b) Déduis-en l'aire A.