Bac 2022 Bac Côte d'Ivoire

Série D

Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

Exercice 1 (2 points)

On donne les groupes de mots (**la droite de régression** , **des primitives** , **une bijection** , **fonction dérivable** , **extremum relatif**) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous :

N°	Phrases incomplètes
1.	Toute fonction f continue et strictement croissante sur un intervalle K définit .... de K sur $f(K)$.
2.	Soit (X, Y) une série statistique double ayant une forte corrélation entre X et Y et telle que $V(X) \neq 0$. Une équation de .... de Y en X est $y = ax + b$ où $a = \dfrac{\operatorname{cov}(X,Y)}{V(X)}$et $b = \bar{Y} - a\bar{X}$, $\bar{X}$ et $\bar{Y}$étant les moyennes respectives de X et Y.
3.	Toute fonction continue sur un intervalle I admet .... sur I.
4.	Toute .... en un point a est continue en a.

Ecris , sur ta feuille de copie , le numéro de chauqe phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie .

Exercice 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous , les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie .

Ecris , sur ta feuille de copie , le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie .

N°	Enoncés	A	B	C
1.	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto e^{-2x+5}$ est ...	$x \mapsto -2e^{-2x+5}$	$x \mapsto \frac{1}{2}e^{-2x+5}$	$x \mapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$
2.	Les solutions de l'équation différentielle $y'' - 4y = 0$ sont de la forme ...	$x \mapsto ke^{2x} + k'e^{-2x}$, $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	$x \mapsto k\cos(2x) + k'\sin(2x)$, $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	$x \mapsto ke^{4x} + k'e^{-4x}$, $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
3.	$\lim\limits_{x \to +\infty} (x - e^x)$ est égale à ...	$-\infty$	$+\infty$	0
4.	La forme exponentielle du nombre complexe $-1 + i$ est...	$2e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$	$\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

Exercice 3 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

A, B, C, D et I sont les points du plan complexe d'affixes respectives : $-\sqrt{2}$; $1 + i$; $1 - i$; $3 + i$ et 1 .

1. Justifie que le triangle ABC est isocèle en A .

2. Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe : $z' = (1+i)z + 1 - 3i$.

a) Justifie que : $S(D) = D$ et $S(B) = C$.

b) Détermine les éléments caractéristiques de S .

c) Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre $[BD]$ par S .

Exercice 4 (4 points)

On donne la fonction numérique f définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{5x+2}{4x+7}$.

(C) est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N} \ , \ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

1. Sur la feuille annexe à rendre avec la copie , construis à l'aide de (C) et de la droite (D) d'équation y=x[/*tex*], *lesquatrepremierstermes*[*tex*]u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses .

2. On admet que la fonction f est dérivable et strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n > \dfrac{1}{2}$.

b) Démontre que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2(u_n+1)(-2u_n+1)}{4u_n+7}$.

c) Déduis de 2.a) et 2.b) que la suite (u_n) est décroissante .

3.a) Déduis de 2.a) et 2.c) que la suite (u_n) est convergente .

b) Justifie que la limite de la suite (u_n) est égale à $\dfrac{1}{2}$.

Exercice 5 (4 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $[0, +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x\ln x - 2x \ , \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

L'unité graphique est 2 cm .

1.a) Justifie que f est continue en 0 .

b) Justifie que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$.

c) Interprète graphiquement le résultat de 1.b) .

2. On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interprète graphiquement ces résultats .

3.a) On suppose que f est dérivable sur $]0, +\infty[$.

Justifie que : $\forall x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = -1 + \ln x$.

b) Etudie les variations de f

c) Dresse le tableau de variation de f .

4. Trace la courbe (C_f).

(Tu pourras tracer l'axe des abscisses dans le sens de la longueur du papier millimétré) .

5.a) A l'aide d'une intégration par parties , justifie que l'intégrale K telle que $K = \int_1^2 x \ln x \, dx$ est égale à $2 \ln 2 - \frac{3}{4}$.

b) On admet que , sur $[1, 2]$, (C_f) est au-dessous de l'axe des abscisses (OI) .

Calcule l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

Exercice 6 (5 points)
Lors de la kermesse en fin d'année dans ton lycée, le comité d'organisation a initié un jeu d'adresse .

Le jeu comprend quatre épreuves .

Le joueur reçoit 4 boules après une mise de 100 F CFA .

Une épreuve consiste à lancer une boule dans un trou situé à 10 m .

Le jeu est terminé lorsque le joueur à lancé les quatre boules .

On suppose que les 4 lancers sont indépendantes.

A chaque épreuve :

- si le joueur à loger la boule dans le trou , le comité d'organisation lui remet 2 tickets .

- s'il ne réussit pas à loger la boule dans le trou , il ne gagne **aucun** ticket .

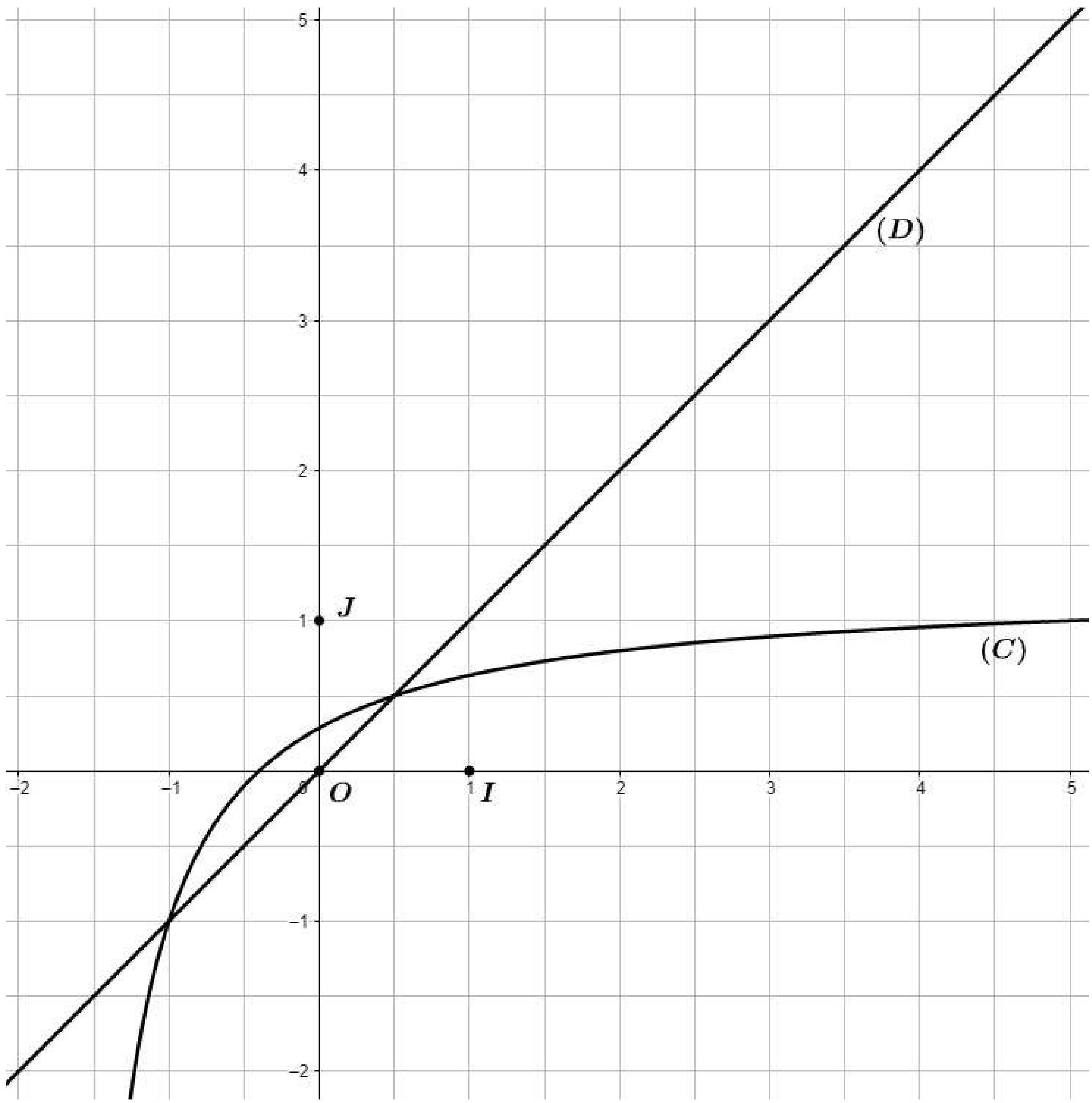
On admet que le joueur a 25% de chance de loger une boule dans le trou .

Le comité d'organisation récompense à hauteur de 2500 F CFA le joueur qui possède à la fin du jeu au moins 4 tickets .

Un élève affirme qu'un joueur a moins de 20% de chance de gagner les 2500 F CFA .

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques , dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non .

Annexe à rendre avec la copie



5
4
3
2
1
0
−1
−2
−2
−1
0
1
2
3
4
5
(D)
(C)
J
O
I