∽ Corrigé du brevet des collèges ∾
Métropole Antilles-Guyane 30 juin 2022

Durée : 2 heures

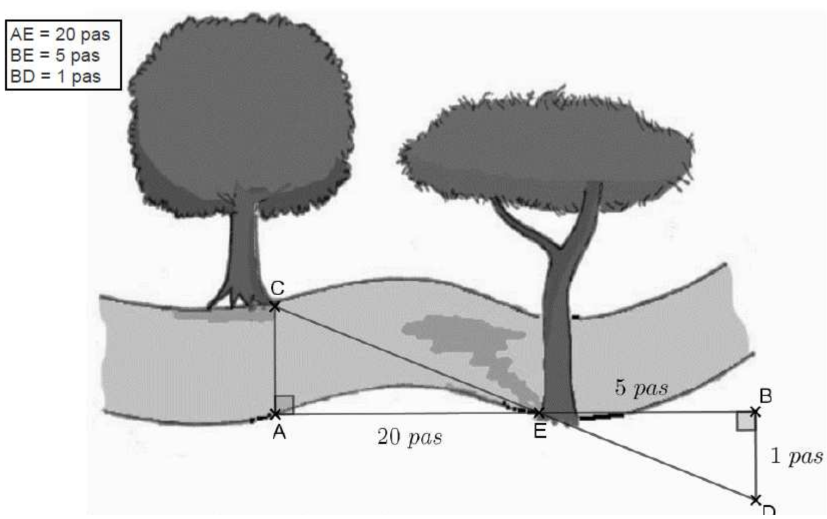
L'usage de calculatrice avec mode examen activé est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé
L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : 20 points

Corrigé



1. Les droites (AC) et (BD) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (AB). Elles sont donc parallèles.
2. Les points A, E et B d'une part et C, E et D d'autre part sont alignés dans le même ordre.
   Les droites (AC) et (BD) sont parallèles, on applique donc le théorème de Thalès.
   $\dfrac{EC}{ED} = \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{AC}{BD}$
   On remplace par les longueurs connues :
   $\dfrac{EC}{ED} = \dfrac{20}{5} = \dfrac{AC}{1}$ d'où $\dfrac{20}{5} = \dfrac{AC}{1}$ et $AC = 4$ (pas).
3. Calcul de CE arrondie au décimètre près.
   Puisqu'on assimile la longueur d'un pas à une moyenne de 65 cm,
   $AC = 4$ pas soit $4 \times 0,65 \text{ m} = 2,6 \text{ m}$

AE = 20 pas soit $20 \times 0,65$ m = 13 m.
Le triangle ACE est rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore.
$CE^2 = AC^2 + AE^2$
$CE^2 = 2,6^2 + 13^2 = 175,76$
d'où $CE = \sqrt{175,76} \approx 13,257$ m $\approx 13,3$ m.

4. a. Le bâton parcourt environ 13,3 m en 5 secondes, sa vitesse est donc à peu près de :
$V = \dfrac{CE}{5} = \dfrac{13,3}{5} = 2,66$ m/s.
La vitesse du bâton est égale à 2,66 m/s.

   b. Il y a 3 600 s dans une heure donc
$2,66$ m/s $= 2,66 \times 3600$ m/h $= 9576$ m/h
9576 m/h $= 9576 \div 1000$ km/h $= 9,576$km/h.
Donc il est vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h ».

Exercice 2 : 20 points

1. Réponse A : (BB′A′A et AA′E′E sont des parallélogrammes).
2. Réponse B : L'antécédent de 2 par g est 1, $g(1) = 2$.
3. Réponse B : $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$.
4. Réponse B : On range les 13 valeurs dans l'ordre et on prend la 7e.
3,41 m ; 3,7 m ; 4,01 m ; 4,28 m ; 4,3 m ; 4,62 m ; 4,91 m ; 5,15 m ; 5,25 m ; 5,42 m ; 5,82 m ; 6,07 m ; 6,11 m
La 7e valeur est 4,91 m.
5. Réponse C. Dans cette situation, [AL] est homologue à [UB], [AC] à [UT] et [LC] à [BT].
Le coefficient d'agrandissement entre ACL et UTB est $\dfrac{UB}{AL} = \dfrac{6,3}{2,1} = 3$.
Si le coefficient d'grandissement pour les longueurs est égal à 3, le coefficient d'grandissement pour les aires est égal à $3^2 = 9$.

Exercice 3 : 20 points

1. a. Réponse 3 : $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ et dans les propositions 1 et 2 il y a un 9 et un 21 qui ne sont pas premiers puisque $9 = 3 \times 3$ et $21 = 3 \times 7$

   b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.
$156 = 2^2 \times 3 \times 13$.

2. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes, le nombre de paquets doit donc diviser à la fois 252 et 156.

   a. 36 ne divise pas 156 puisque $156 = 36 \times 4 + 12$ elle ne peut donc pas faire 36 paquets.

   b. Le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser est le plus grand diviseur commun à 252 et 156. On sait que $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ et que $156 = 2^2 \times 3 \times 13$.
Le PGCD de 252 et 156 est $2^2 \times 3 = 12$
Le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser est 12.

https://groupe-reussite.fr/cours-particuliers/maths/tous-niveaux/france/

c. $252 \div 12 = 21$ et $156 \div 12 = 13$, il y aura donc 21 cartes « feu »et 13 cartes « terre »dans chaque paquet.

3. Le nombre total de cartes est $156 + 252 = 408$.
Les cartes sont indiscernables au toucher on a donc une situation d'équiprobabilité.
La probabilité que ce soit une carte de type « terre »est donc $\dfrac{156}{408} = \dfrac{12 \times 13}{12 \times 34} = \dfrac{13}{34}$.

Exercice 4 : 20 points

1. L'aire du carré est x^2.

2. L'aire du rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur soit
$(x-3)(x+7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21$.

3. Le script en Scratch complété est.

```
1 Quand la touche espace est pressée
2 demander combien vaut x ? et attendre
3 mettre x à réponse
4 mettre R à x * x
5 ajouter 4 * x à R
6 ajouter -21 à R
7 dire regrouper L'aire du rectangle est et R pendant 2 secondes
```

4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8.
- Ligne 3 : la variable x prend la valeur 8
- Ligne 4 : la variable R prend la valeur $x^2 = 8^2 = 64$
- Ligne 5 : On ajoute $4 \times x = 4 \times 8 = 32$ à la variable R qui vaut 64.
  R prend donc la valeur $= 64 + 32 = 96$
- Ligne 6 : On ajoute -21 à la variable R qui vaut 96.
  R prend donc la valeur $= 96 - 21 = 75$

5. Pour trouver le nombre x pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré on résout l'équation $x^2 + 4x - 21 = x^2$.
On soustrait x^2 des deux côtés de l'égalité ce qui donne $4x - 21 = 0$.
On ajoute 21 aux deux membres $4x - 21 + 21 = 0 + 21$ soit $4x = 21$.
On multiplie par $\dfrac{1}{4}$ chaque membre, d'où $x = \dfrac{21}{4} = 5,25$.

Exercice 5 : 20 points

1. Étant donné qu'il tombe une goutte par seconde, il suffit de calculer le nombre de secondes qu'il y a dans une journée.
Sachant qu'il y a 3 600 secondes dans une heure et 24 heures dans une journée, 1 j $= 3600 \times 24 = 86400$ s.
Il tombe donc 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.

https://groupe-reussite.fr/cours-particuliers/maths/tous-niveaux/france/

2. Sachant qu'il y a 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète et que chaque millilitre correspond à 20 gouttes, le nombre de millilitres qui tombent en une journée est de $86\,400 \div 20 = 4\,320$ ml.

Or $4\,320$ ml $= 4,32$ l.

Le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite est donc de $7 \times 4,32 = 30,24$ l.

3. Exprimons les dimensions de la vasque en dm.

Rayon = Diamètre $\div 2 = 4 \div 2 = 2\ dm$

Hauteur intérieure $= 1,5\ dm$

Le volume de la vasque cylindrique est donc

$\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} = \pi \times 2^2 \times 1,5 = 6\pi \approx 18,85\ dm^3$ soit 18,85 litres, arrondi au centilitre près.

4. Il s'écoule pendant 7 jours 4,32 l par jour ce qui donne $7 \times 4,32 = 30,24$ l par semaine ce qui dépasse le volume de la vasque. L'évacuation étant fermée, l'eau va déborder.

5. La réduction de volume entre 2004 et 2018 est $165 - 148 = 17$ (l).

Le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018 est donc de $\dfrac{17}{165} \times 100 \approx 10,30\,\%$ soit $10\,\%$ une fois arrondi à l'unité.

https://groupe-reussite.fr/cours-particuliers/maths/tous-niveaux/france/