Corrigé du brevet Amérique du Nord 29 mai 2024

Exercice 1 : Vrai–Faux — 20 points

1. Voici les prix en euros rangés dans l'ordre croissant

$$7\ ;\ 10\ ;\ 12\ ;\ 13\ ;\ 15$$

Affirmation A : La moyenne des prix est 11,40 €. Vrai :
$\dfrac{7+10+12+13+15}{5} = \dfrac{57}{5} = \dfrac{114}{10} = 11,4$.
Affirmation B : La médiane des prix est 10 €. Faux : la médiane est 12.

2. Lors d'un entraînement, une élève court 20 m en 6 secondes.
Affirmation C :
20 m en 6 secondes soit 200 m en 60 s ou 1 min donc $60 \times 200 = 12\,000$ m en 60 min ou 1h donc finalement 12 km/h. Faux.

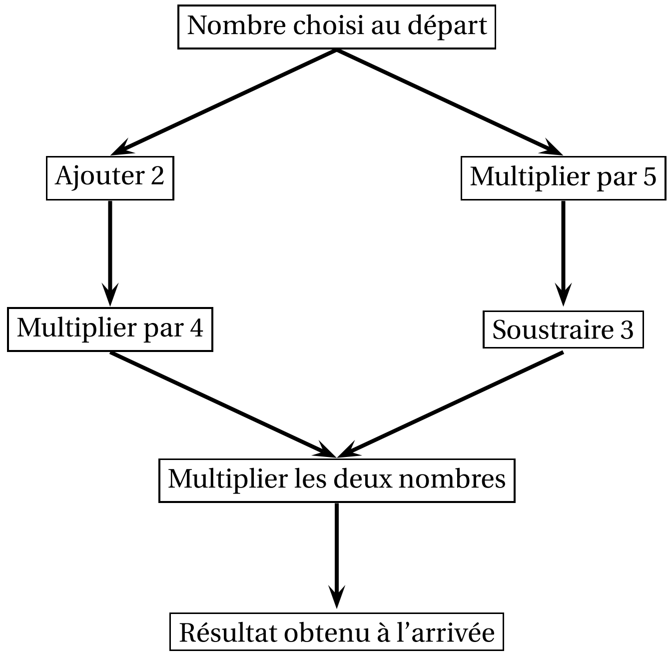
3. Une urne contient 15 boules indiscernables numérotées de 1 à 15.
Affirmation D : La probabilité de tirer au hasard une boule sur laquelle apparaît un nombre premier est $\dfrac{7}{15}$.
Les nombres premiers sont : 2; 3; 5; 7; 11; 13 : il y en a donc 6 parmi les 15, soit une probabilité de $\dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$: Faux.

4. Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport (−3).
Affirmation E : L'aire du triangle A′ B′ C′ est égale à 3 fois l'aire du triangle ABC.
L'aire fait intervenir le produit de deux longueurs : chacune d'elles étant 3 fois plus grande, l'aire est $3 \times 3 = 9$ fois plus grande : Faux.

Exercice 2 : — 20 points

Voici un programme de calcul :

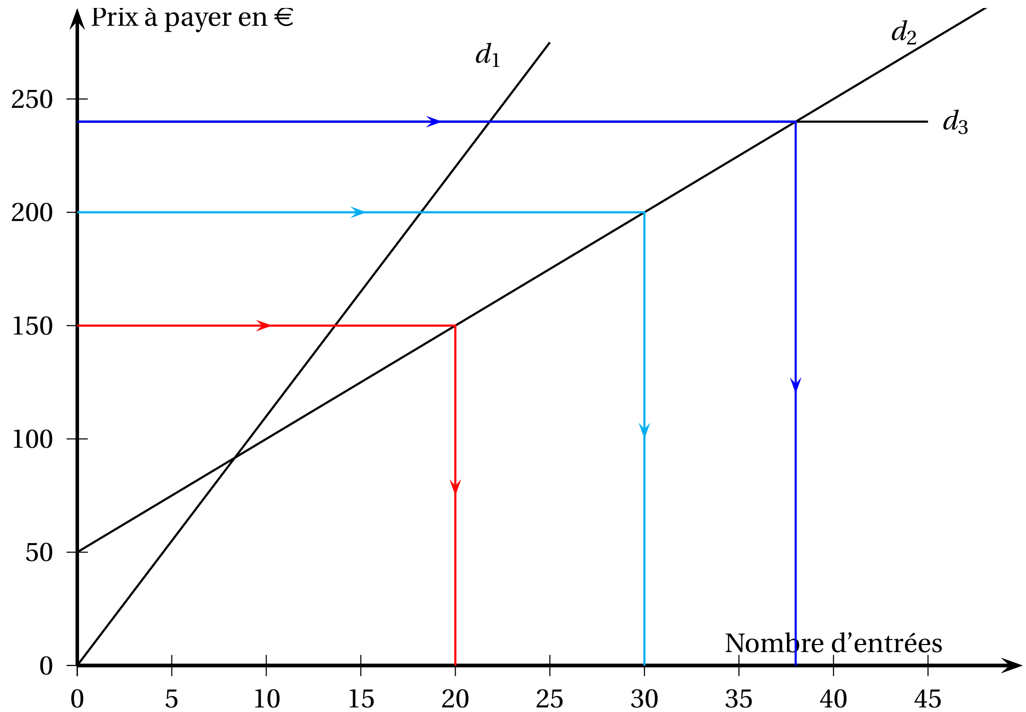
1. On a à gauche $2 \to 4 \to 16$ et à droite $2 \to 10 \to 7$ et le produit final $16 \times 7 = 112$.
2. À gauche $-3 \to -1 \to -4$ et à droite $-3 \to -15 \to -18$ et le produit final : $-4 \times (-18) = 72$.
3. On choisit x comme nombre de départ.
À gauche $x \to x+2 \to 4(x+2)$, à droite $x \to 5x \to 5x-3$, donc le produit final est :
$4(x+2) \times (5x-3) = (4x+8)(5x-3)$, soit l'expression C ou l'expression D.
4. Trouver les deux nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à l'arrivée. Expliquer la démarche.
Il faut résoudre l'équation :
$$(4x+8)(5x-3) = 0, \text{ soit } \left\{\begin{array}{rcl} 4x+8 & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ 5x-3 & = & 0 \end{array}\right. \text{ ou encore } \left\{\begin{array}{rcl} 4x & = & -8 \\ & \text{ou} & \\ 5x & = & 3 \end{array}\right. \text{ et enfin } \left\{\begin{array}{rcl} x & = & -2 \\ & \text{ou} & \\ x & = & \dfrac{3}{5} \end{array}\right.$$
On obtient 0 à l'arrivée en partant de -2 ou de $\dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10} = 0,6$.
5. On a $B = (4x+2)(5x-3) = 20x^2 - 12x + 10x - 6 = 20x^2 - 2x - 6$.



Exercice 3 : 20 points

1. On a $3 \times 11 = 33$ €.
2. On a $50 + 8 \times 5 = 50 + 40 = 90$ €.
3. $$f : x \longmapsto 50 + 5x \quad g : x \longmapsto 240 \quad h : x \longmapsto 11x$$

   f correspond au tarif « Essentiel » ;
   g correspond au tarif « Liberté » ;
   h correspond au tarif « Classique ».



La droite (d_1) représente la fonction correspondant au tarif « Classique ».

La droite (d_2) représente la fonction correspondant au tarif « Essentiel ».

La droite (d_3) représente la fonction correspondant au tarif « Liberté ».

4. C'est le tarif « Classique » qui propose un prix proportionnel au nombre d'entrées (la fonction h est linéaire).

5. Pour les questions suivantes, aucune justification n'est attendue.

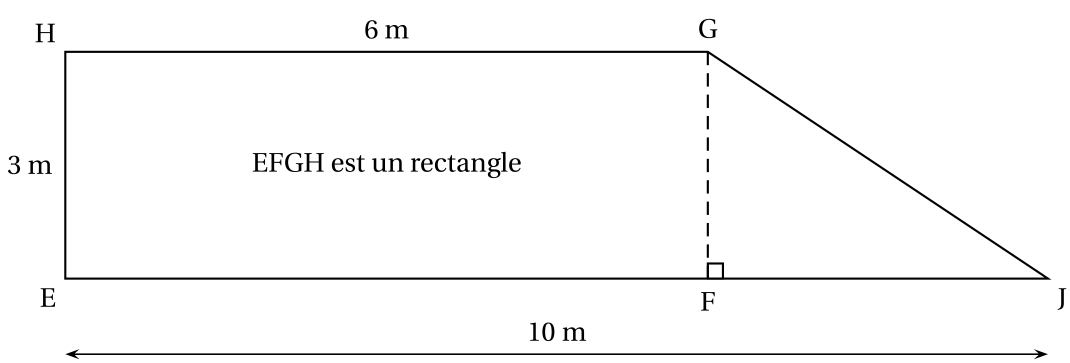
a. La droite horizontale d'équation $y = 150$ coupe la droite (d_2) au point d'abscisse 20. On peut acheter 20 places au maximum au tarif « Essentiel ».

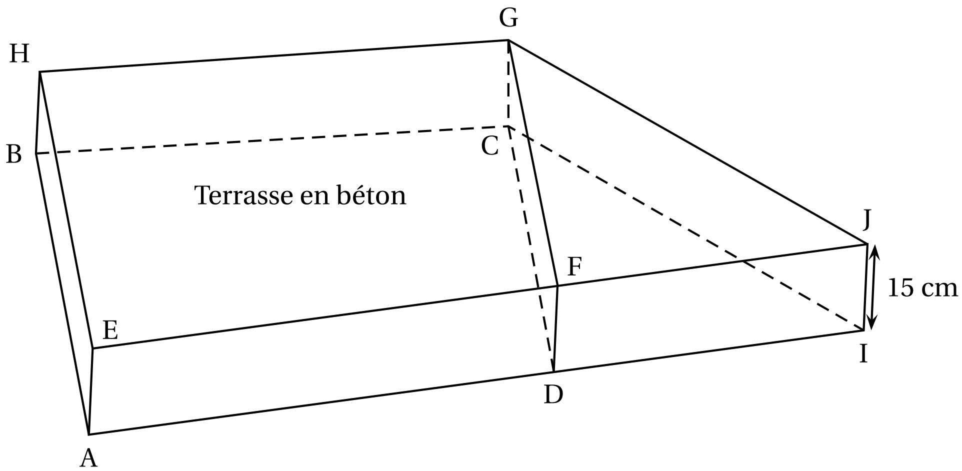
b. La droite horizontale d'équation $y = 240$ coupe la droite (d_2) au point d'abscisse 38. .À partir de 39 places le tarif « Liberté »est le moins onéreux.

c. La dernière droite coupée par la droite d'équation $y = 200$ est la droite (d_2).

Pour 200 € c'est le tarif « Essentiel » qui donne le plus grand nombre de places.

Exercice 4 : 21 points





1. EFGH est un rectangle, donc HG = EF = 6, puis FJ = EI - EF = $10 - 6 = 4$ (m).
2. • EFGH est un rectangle, donc GF = HE = 3 et FI = 4.
   Le triangle GFJ est rectangle en F ; le théorème de Pythagore s'écrit :
   $GJ^2 = GF^2 + FJ^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$, d'où GJ = 5 (m).
   • On a donc EF + FJ + JG + GH + HE = 6 + 4 + 5 + 6 + 3 = 24 (m).
   Il faut acheter 24 m de planches.
3. M. et Mme Martin souhaitent réaliser 4 m^3 de béton.
   a. La base du prisme a une aire :
   $\mathscr{A}(\text{EFJGH}) = \mathscr{A}(\text{EFGH}) + \mathscr{A}(\text{FJG}) = 3 \times 6 + \dfrac{3 \times 4}{2} = 18 + 6 = 24$ (m^2).
   Le volume de la terrasse est égal à : $\mathscr{V} = 24 \times 0,15 = 3,6$ (m^3) soit moins de 4.
   b. On a $\dfrac{250}{1\,000} = \dfrac{1}{4}$: dans 1m^3 de béton il y a le quart de ciment .
   Pour faire 1 m^3 de béton il faudra donc acheter $4 \times 250 = 1\,000$ (kg) de ciment.
   c. Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable.

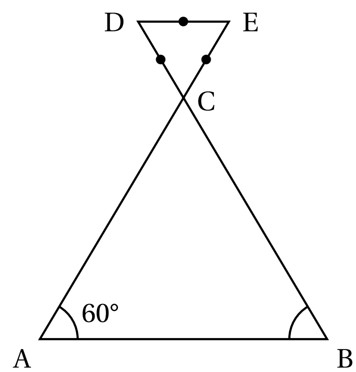
   Dans ce mélange, les masses de ciment - gravier - sable sont dans le ratio $2 : 7 : 5$.
   Le ratio, peut également s'écrire par proportionnalité 1 ; 3,5 ; 2,5, d'où pour faire 4 m^3 de béton :
   – quantité de gravier nécessaire $1\,000 \times 3,5 = 3\,500$ (kg) ;
   – quantité de sable nécessaire $1\,000 \times 2,5 = 2\,500$ (kg).
4. M. et Mme Martin souhaitent peindre la surface supérieure de leur terrasse.
   À l'aide des documents 1, 2 et 3 , déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.
   On a vu que l'aire de la terrasse est égale à 24 m^2. Passer deux couches revient à peindre 48 m^2.
   Il faut donc $\dfrac{48}{5} = \dfrac{96}{10} = 9,6$ l de peinture.
   • on peut acheter deux pots A de 5 l pour un coût de $79,90 + \dfrac{79,90}{2} = 79,90 + 39,95 = 119,85$ €. (le 2e pot est à 50 % de réduction)
   • ou acheter un pot B de 10 l à 129,90 €.
   C'est la première solution qui a un coût minimal.

Exercice 5 : 19 points

Dans cet exercice on considère la figure codée ci-contre.

- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points B, C et D sont alignés.
- AB = 240 mm.
- CE = 80 mm.

Partie A



Le dessin n'est pas à l'échelle

1. D'après la figure :

• Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ ont la même mesure soit 60 °;

• $\widehat{C}$ a pour mesure le complément à 180 des mesures des deux autres angles soit $180 - (60 + 60) = 180 - 120 = 60(°)$

Rem : on peut aussi remarquer que le triangle CDE ayant ses trois côtés de même longueur est équilatéral donc que la mesure de l'angle $\widehat{DCE}$ est égale à 60° et celui de l'angle opposé par le sommet $\widehat{ACB}$ aussi.

Le triangle ABC a ses trois angles de même mesure : il est équilatéral.

2. D'après l'énoncé (figure) : CD = DE = EC donc le triangle CDE est équilatéral donc en particulier $\widehat{CED} = 60°$.

Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CED}$ ont la même mesure et sont donc alternes-internes : les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Rem : On peut utiliser les longueurs données dans l'énoncé :

CDE est équilatéral donc CD = DE = EC = 80 (mm);

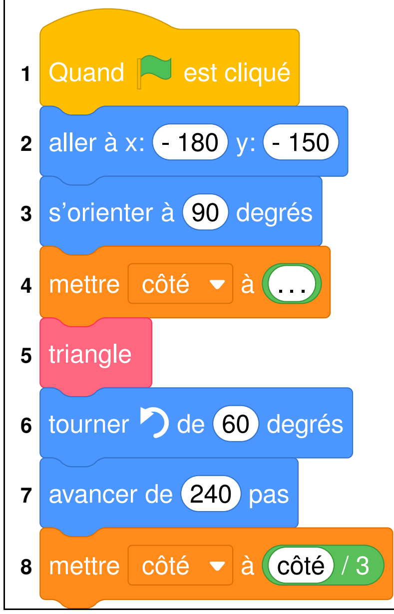
ABC équilatéral donc AB = BC = CA = 240 (mm).

On a donc $\dfrac{CE}{AC} = \dfrac{CD}{CB} = \dfrac{DE}{AB} = \dfrac{80}{240} = \dfrac{1}{3}$.

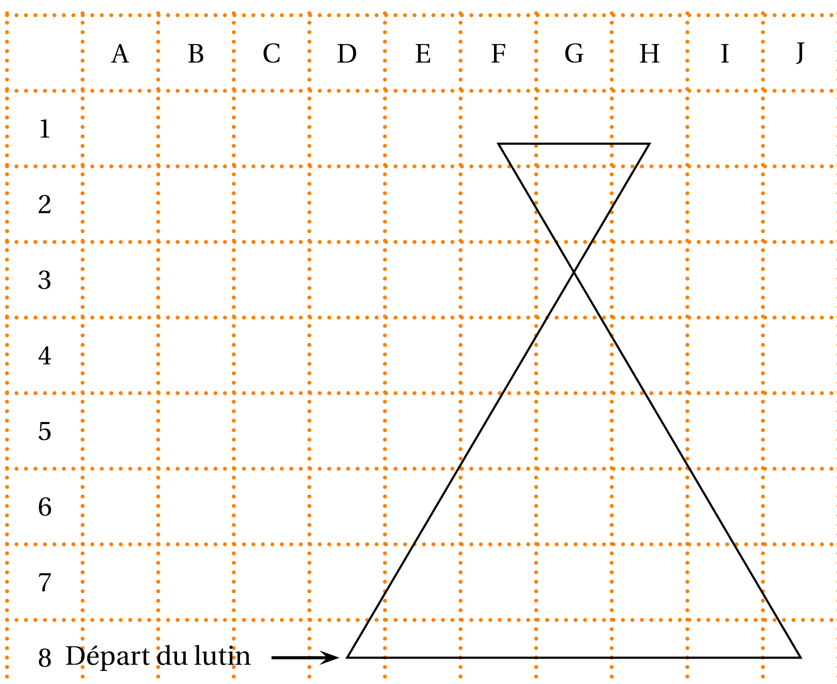
D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Partie B

Programme	Le bloc **Triangle**



1. Le point de départ a pour coordonnées (D8), soit $(-180\ ;\ -150)$
2. À l'instruction 7 on est revenu au point de départ et on avance de 240 pas pour aller dessiner le petit triangle, donc on écrit 240 à la ligne 4.
3. Après l'exécution de la ligne le lutin se trouve au point de coordonnées (G3)



4. Les bases des triangles sont dans le rapport $\dfrac{6}{2} = 3$, donc les côtés du petit triangle sont 3 fois plus courts que ceux du grand : 80 pas ou 8 cm pour le petit et 240 pas ou 24 cm pour le grand.