المملكة المغربية
ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche
Scientifique de la Formation des Cadres

Présidence du Concours National Commun
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Rabat

CONCOURS NATIONAL COMMUN
D'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et Établissements Assimilés

Session 2016

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière **PSI**

Durée **4** heures

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est ***autorisé***

• On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
• Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
• Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.
• *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Le climat est devenu une priorité pour l' Humanité ; il fait l'objet de congrès mondiaux et le prochain, COP22, aura lieu au Maroc en novembre 2016.

On se propose d'étudier quelques bilans énergétiques ayant une influence sur les paramètres climatiques du sol terrestre. La présence de la vie sur Terre est tributaire du soleil ; le rayonnement solaire détermine la température du sol terrestre et par conséquent affecte aussi les principaux paramètres climatiques et météorologiques comme la pression et le taux d'humidité. Des équilibres complexes font intervenir en plus du soleil, l'intérieur de la terre, l'atmosphère et les océans.

Données
Intensité du champ de pesanteur au sol : $g = 10 m.s^{-2}$.
La constante d'attraction gravitationnelle : $G = 6,6.10^{-11} SI$.
Rayon de la terre : $R_t = 6,4.10^6 m$.
Rayon du soleil : $R_s = 7.10^8 m$.
Distance moyenne soleil-terre : $D = 1,5.10^{11} m$
Masse de la terre : $M_t = 6.10^{24} kg$.
Masse du soleil : $M_s = 2.10^{30} kg$
Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}$.
Constante de Boltzmann : $k = 1.38.10^{-23} J.K^{-1}$.
Permittivité diélectrique du vide : $\varepsilon_0 = \frac{1}{36.\pi.10^9}$
D'autres données sont insérées dans les parties concernées de l'énoncé.

I 1 ère partie : Énergie transmise par rayonnement du soleil vers la terre

I.1. Propagation du rayonnement solaire.

Le soleil émet de façon isotrope du rayonnement électromagnétique à travers le vide interstellaire et la Terre en reçoit une partie.

I.1.1. Donner les expressions de la densité volumique d'énergie électromagnétique $u_{em}(M,t)$ et du vecteur de Poynting $\vec{\pi}(M,t)$, en fonction du champ électrique $\vec{E}(M,t)$ et du champ magnétique $\vec{B}(M,t)$.

I.1.2. Donner l'expression de la puissance électromagnétique rayonnée à travers une surface fermée S.

I.1.3. Donner l'expression de l'énergie électromagnétique U_{em}contenue dans un volume V délimité par la surface S.

I.1.4. Établir l'expression globale du bilan d'énergie électromagnétique.

I.1.5. Que devient cette expression du bilan d'énergie électromagnétique en régime permanent.

I.1.6. La puissance surfacique rayonnée par le soleil est $\varphi = \sigma.T_s^4$, où σ est appelée constante de Stefan, $\sigma = 5,67.10^{-8}$ SI, et T_s est la température de surface du soleil.

Déterminer l'expression de la puissance électromagnétique totale P_s rayonnée par la surface du soleil. .

I.1.7. Justifier la propagation rectiligne des rayonnements électromagnétiques solaires vers la terre.

I.1.8. Soit φ_s la puissance surfacique moyenne reçue orthogonalement par mètre carré à la limite supérieure de l'atmosphère terrestre : $\overrightarrow{\pi} = \varphi_s.\overrightarrow{u}_n$, avec $\overrightarrow{u}_n$ vecteur unitaire de même sens que $\overrightarrow{\pi}$. Établir la relation donnant l'expression de φ_s en fonction de P_s et des données utiles.

I.1.9. Sachant que $\varphi_s = 1,36kW$, donner une estimation de la température de surface du soleil T_s.

I.2. Production de l'énergie du soleil .

L'énergie est produite à l'intérieur du soleil grâce à la fusion nucléaire entre protons.Pour modéliser cette interaction, on considère un système de deux protons, supposé isolé, et qui se dirigent l'un vers l'autre. Dans l'état initial ils sont très éloignés, l'énergie potentielle d'interaction est nulle et ont une même énergie cinétique $\varepsilon_{c,i}$ égale à $\varepsilon_{th} = \frac{3}{2}k.T$, k étant la constante de Boltzmann et où $T = 1,5.10^7K$ est la température à l'intérieur du soleil. La masse d'un proton est $m_p = 1,67.10^{-27}kg$ et sa charge $e = 1,6.10^{-19}C$.

I.2.1. On note par M_1 et M_2 les positions des deux protons. Montrer que l'étude des mouvements peut se ramener à celle d'un mobile fictif M de masse μ. Ce mobile est repéré par $\overrightarrow{GM}$ dans le référentiel du centre de masse $\Re^*(GXYZ)$, et G est le barycentre.

I.2.2. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle $\varepsilon_p(r)$ et celle de l'énergie mécanique ε_m pour le mobile M.

I.2.3. Pour que la fusion puisse avoir lieu, les deux particules doivent s'approcher à une distance minimale d'approche $r_0 = 10^{-15}m$ (rayon estimé d'un proton). Donner l'expression de l'énergie mécanique correspondante $\varepsilon_{m,0}$. En déduire l'énergie cinétique initiale et la température correspondante T_0.

I.2.4. Discussion graphique : tracer le graphe $\varepsilon_p(r)$, et les deux états d'énergie mécanique : $\varepsilon_{m,0}$ et $\varepsilon_{m,i}$ (état initial). Faire une discussion générale qualitative selon l'énergie mécanique ε_m.

I.2.5. Comment expliquer la possibilité de fusion nucléaire dans le cas d'énergie mécanique $\varepsilon_m = \varepsilon_{m,i}$?

I.2.6. L'hydrogène ^1H constitue 10% de la masse du soleil. La réaction de fusion nucléaire de quatre noyaux d'hydrogène ^1H dégage une énergie de $25MeV$. Sachant que la puissance totale rayonnée par le soleil est $P_s = 4.10^{26}W$, déterminer la durée (en années) pendant laquelle le soleil rayonnerait de l'énergie.

I.3. Influence du rayonnement solaire sur la température du sol terrestre.

La température en un point du globe terrestre croît avec la puissance moyenne reçue par unité de surface du sol. Cette température change dans l'espace et dans le temps à cause des deux mouvements de la terre : rotation autour d'elle même en $\tau_j = 24h$ et révolution autour du soleil avec la période $\tau_a = 1an$.

I.3.1. Variation de la température avec le lieu sur la Terre.

Dans cette partie, la terre est assimilée à une sphère de centre O', de rayon R_t.
Un point M sur la surface du globe terrestre est repéré par la donnée de sa latitude λ, avec $\lambda = (\overrightarrow{O'E}, \overrightarrow{O'M})$ où E représente le point d'intersection du cercle passant par N et M avec le plan équatorial : voir figure 1.

I.3.1.1. Justifier qu'on puisse considérer les rayons solaires, arrivant sur la terre, comme parallèles entre eux. Cette supposition sera maintenue dans la suite.

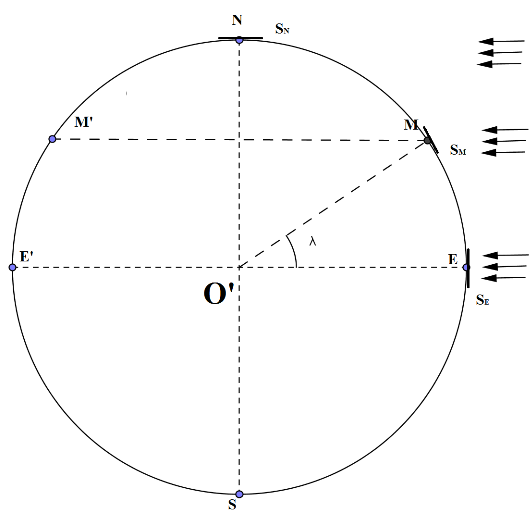

Figure 1

I.3.1.2. A un instant donné, on considère trois faisceaux identiques, parallèles au plan équatorial et qui arrivent aux points E, M et N du sol. Comparer, en le justifiant, les températures T_E,T_M et T_N aux trois points précédents.

I.3.2. Influence du mouvement orbital de la Terre sur la température du globe.

La terre, de masse M_t, est soumise à la force gravitationnelle exercée par le soleil de masse M_s. Le mouvement du barycentre O' de la terre, supposée ponctuelle, est décrit dans le référentiel de Copernic $R(OXYZ)$ supposé galiléen, O étant le centre du soleil.

I.3.2.1. Donner l'expression de la force gravitationnelle du soleil sur la terre.

I.3.2.2. Montrer que le mouvement de la Terre est plan. On pourra donc le repérer dans le plan polaire XOY par ses coordonnées polaires $r = OO'$ et θ. La trajectoire de la Terre est donnée par la relation entre r et θ : $r(\theta) = \dfrac{r_0}{1+e.cos(\theta)}$ où r_0 est une constante et $e = 0,017$ est l'excentricité.

I.3.2.3. Donner les expressions des distances minimale r_{min} et maximale r_{max} en fonction de r_0 et e.

I.3.2.4. En déduire la variation relative de la distance soleil-terre :
$\varepsilon_r = \dfrac{\Delta r}{r_{min}} = \dfrac{r_{max} - r_{min}}{r_{min}}$.

Selon un modèle simplifié, on suppose que la température d'une planète (ponctuelle) dépend de sa distance r au soleil selon la relation : $T = \dfrac{k}{\sqrt{r}}$.

I.3.2.5. Déterminer l'expression de la variation relative de la température :
$\varepsilon_T = \dfrac{\Delta T}{T_{min}} = \dfrac{T_{max} - T_{min}}{T_{min}}$.

I.3.2.6. Dans votre région, on suppose que $T_{min} = 273K$. Quelle est la température maximale T_{max} prévue par ce modèle ? Commenter.

I.3.3. Influence de l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre sur la température

L'axe SN de rotation de la terre autour d'elle-même est incliné d'un angle $\alpha = 23,5°$ par rapport à l'axe O'Z parallèle à l'axe OZ : voir figures 2 et 3. On considère un point M du globe terrestre repéré par sa latitude λ, et pour les applications numériques on prendra $\lambda = 30°$.

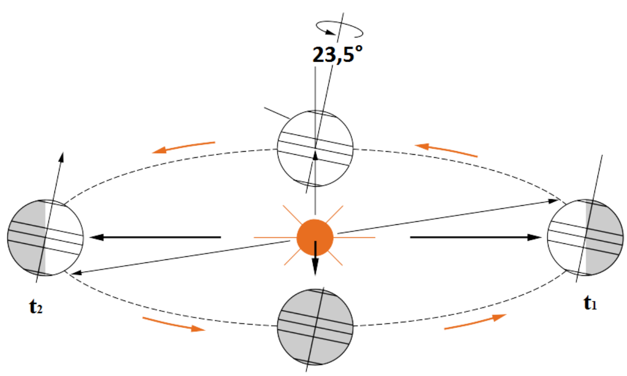

Figure 2

Les températures changent lors du mouvement de la terre autour du soleil, donc en fonction des saisons. Pour l'hémisphère nord, l'hiver commence lorsque la distance terre-soleil est minimale et la terre est en O_1' et le printemps commence après une rotation $\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$.

I.3.3.1. Représenter la trajectoire du centre de la terre et placer les débuts des quatre saisons pour l'hémisphère nord.

I.3.3.2. Exprimer le moment cinétique de la terre $\overrightarrow{\sigma}_O$ et en déduire la loi des aires.

I.3.3.3. Compte tenu de la faible excentricité de la terre : $e_t = 0,017$, et à l'aide d'une approximation appropriée, exprimer la durée, en ans, de l'hiver.

I.3.3.4. Exprimer l'écart relatif maximal entre les flux surfaciques (maximal et minimal) au sol : $\varepsilon_\varphi(\lambda) = \dfrac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{\varphi_{min}}$. Faire l'application numérique.

Le schéma de la figure 3 ci-dessous représente deux situations de la terre à deux dates notées t_1 (à droite) et t_2 (à gauche) et pour lesquelles un point donné M de la terre, se retrouve respectivement aux positions $M(t_1) = M_1$ et $M(t_2) = M_2$.

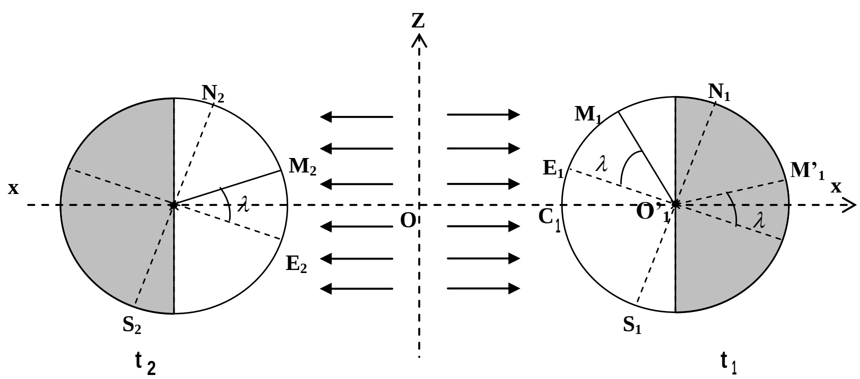

Figure 3

I.3.3.5. A la date t_1, sur la figure 3, les rayons solaires sont orthogonaux pour le point C_1 du globe terrestre. Quelle est la latitude de ce point et quelle est la saison en ce point ?

I.3.3.6. Exprimer en fonction de τ_a la durée minimale τ_{12} entre les instants t_1 et t_2.

I.3.3.7. Soit τ_{lc} la durée qui sépare le lever et le coucher du soleil pendant une journée, en un point donné du sol. Cette durée est-elle constante sur toute l'année en un point donné de la Terre ? Justifier.

I.3.3.8. Recopier le tableau ci-dessous sur votre copie et remplir ses cases par les réponses correctes. Dans la dernière ligne on comparera la durée du jour (apparition théorique du soleil) τ_{lc} à la durée moyenne du jour prise égale à $\tau_{jm} = 12h$.

Position considérée	M_1	M_2	M'_1	S_1
Saison en ce point				
Comparaison de τ_{lc}à τ_{jm}				

I.3.3.9. A l'instant $t = t_1 + \dfrac{\tau_a}{4}$, précisez la saison qui règne à l'équateur.

II 2eme partie : Chaleur issue de l'intérieur de la terre

II.1. Contribution des roches radioactives

On se propose d'évaluer la puissance calorifique volumique p dégagée dans les roches par radioactivité.

La croute terrestre est constituée principalement de granite de masse volumique $\rho_G = 2,8.10^3 kg.m^{-3}$. Les principaux éléments radioactifs à prendre en compte sont l'uranium, le thorium et le potassium de masses molaires respectives en $g.mol^{-1}$: 238, 232 et 40. On donne dans le tableau ci-dessous la période de désintégration τ, le pourcentage massique x_X de l'élément X, uniformément réparti dans la croute, et l'énergie ϵ dégagée par la désintégration d'un noyau de l'élément. Le nombre de désintégrations par unité de temps d'une population n de noyaux radioactifs de période τ est donné par la relation :
$\dfrac{dn(t)}{dt} = -\dfrac{0,69}{\tau}.n(t)$.

Élément X	^{238}U	^{232}Th	^{40}K
τ_X(milliards années)	$\tau_1 = 4,5$	$\tau_2 = 13,9$	$\tau_3 = 1,3$
x_X en %	$x_1 = 4,7.10^{-4}$	$x_2 = 2,0.10^{-3}$	$x_3 = 3,4.10^{-2}$
ϵ_X en $J/noyau$	$\epsilon_1 = 7,7.10^{-12}$	$\epsilon_2 = 4,6.10^{-12}$	$\epsilon_3 = 1,4.10^{-15}$

II.1.1. Exprimer (littéralement) les nombres de noyaux par unité de masse de granite : N_X, pour les trois éléments.

II.1.2. Exprimer la puissance thermique dégagée par unité de masse de granite.

II.1.3. Calculer la puissance volumique p dégagée par radioactivité.

II.2. Conduction de la chaleur vers le sol

La croute continentale terrestre, de symétrie sphérique, a une épaisseur $h = 35km$ et une conductivité thermique $\lambda = 2,3W.m^{-1}.K^{-1}$. On suppose que les roches créent la puissance volumique p.

II.2.1. Donner la loi de Fourier pour la conduction thermique.

II.2.2. On choisit un axe OZ d'origine au sol et dirigé vers l'intérieur de la terre. En considérant une tranche comprise entre z et $z + dz$, établir le bilan local de la chaleur en régime permanent.

II.2.3. Déterminer l'expression de la température $T(z)$ connaissant les températures T_1 et T_2 respectivement au sol et à la profondeur h.

II.2.4. Déterminer l'expression de la puissance surfacique totale issue de l'intérieur de la terre, φ_i.

II.2.5. Donner en pourcentage, la contribution de la radioactivité à la puissance surfacique totale issue de l'intérieure de la terre. A quelle source attribue -t-on la puissance surfacique restante ?

II.3. Sur le sol terrestre, la puissance surfacique dûe au rayonnement cosmique égale à $\varphi_c = 10^{-8} W.m^{-2}$.

Comparer les trois contributions : φ_i, φ_c et φ_s du rayonnement solaire, et commenter.

III 3 ème partie : L'atmosphère et les océans

III.1. Quelques ordres de grandeur

III.1.1. Rappeler la relation fondamentale de la statique des fluides.

III.1.2. Au niveau du sol la pression et la température moyennes sont respectivement $P_0 = 1bar = 1,03.10^5 Pa$ et $T_0 = 300K$. En supposant que la masse volumique de l'atmosphère ρ est constante, donnez des ordres de grandeurs de la hauteur H_{at} et de sa masse M_{at} de l'atmosphère.

III.1.3. Les océans recouvrent 70% de la surface du globe terrestre et ont une profondeur moyenne de 3800 m et une masse volumique de $\rho_{oc} = 1030 kg.m^{-3}$. Donnez une estimation de la masse des océans M_{oc}.

III.1.4. Compte tenu de la comparaison entre la masse des océans et celle de l'atmosphère, estimer lequel des deux est le plus sensible aux perturbations climatiques dues à l'activité humaine.

III.2. Mouvements atmosphériques et mouvements océaniques

On rappelle que la Terre tourne avec le vecteur $\overrightarrow{\Omega} = \Omega.\overrightarrow{u}_{SN}$. autour de son axe sud-nord noté SN, par rapport au référentiel géocentrique et on a : $\Omega = 7,27.10^{-5} rad.s^{-1}$. Dans la suite, on s'intéresse aux mouvements par rapport au référentiel terrestre de fluides comme les vents et les océans. On notera le volume par τ et la masse volumique par ρ.

III.2.1. Qu'appelle-t-on particule mésoscopique en mécanique des fluides ?

III.2.2. Dans le cadre général de la description eulérienne, et en notant $\overrightarrow{v}(x, y, z, t)$ le champ de vitesses dans un fluide, établir l'expression de la dérivée particulaire $\dfrac{D\overrightarrow{v}}{Dt}$. Donner l'expression de l'accélération convective.

III.2.3. Les mouvements sont étudiés dans le référentiel $\Re$ lié à la terre durant plusieurs heures, ce référentiel peut-il être considéré comme galiléen ? Justifier.

III.2.4. Déterminer la force volumique de pesanteur $\overrightarrow{p} = \dfrac{d\overrightarrow{P}(M)}{d\tau(M)}$.

III.2.5. Donner l'expression de la force volumique de pression $\overrightarrow{f}_p$. On pourra raisonner sur un volume élémentaire $d\tau = dx.dydz$.

III.2.6. La rotation de la terre fait intervenir l'accélération de Coriolis : $\overrightarrow{a}_{ic} = 2\overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{v}$. Donner l'expression de la force volumique de Coriolis.

III.2.7. Doit-on ajouter la force volumique d'inertie d'entrainement ? Expliquer.

III.2.8. Écrire alors l'équation d'Euler, principe fondamental appliqué à la particule.

III.2.9. Les mouvements envisagés mettent en jeu des étendues spatiales de dimension $L \simeq 1000km$ et des vitesses de l'ordre $v \simeq 1m.s^{-1}$. Effectuer une comparaison d'ordres de grandeurs entre l'accélération convective et celle de Coriolis. Commenter.

Pour étudier un courant marin, on pose à la surface de l'océan une bouée de petites dimensions devant celle de l'océan et qui dérive avec le courant marin que l'on veut étudier. A l'aide de satellites on suit la position de cette bouée par rapport au référentiel Terrestre $\Re$(OXYZ).

III.2.10. Le mouvement de l'eau océanique s'effectue dans le plan horizontal XOY, et on suppose que la pression ne dépend que de z. Projeter l'équation d'Euler sur la base $\overrightarrow{u}_X$, $\overrightarrow{u}_Y$, $\overrightarrow{u}_Z$.

III.2.11. Déterminer les composantes horizontales de la vitesse $v_X(t)$ et $v_Y(t)$, sachant que $\overrightarrow{v}(t=0) = v_0.\overrightarrow{u}_X$.

III.2.12. En déduire les équations paramétriques $x(t)$ et $y(t)$ donnant la position de la bouée en fonction du temps. On prendra pour origine des coordonnées la position du détecteur à l'instant initial. Dessiner l'allure de la trajectoire de la bouée.

III.3. Atmosphère humide

Dans cette partie on tient compte de la présence, dans l'atmosphère, d'eau sous forme de gaz (parfait) éventuellement saturant. A une altitude z, repérée à partir du sol, on notera respectivement $T(z)$ et $P(z)$: la température et la pression ; au niveau du sol $z = 0$, on prendra : $P_0 = 1bar = 1,03.10^5 Pa$ et $T = T_0 = 300K$.

III.3.1. Donner la relation fondamentale de la statique des fluides dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

III.3.2. Pour les faibles altitudes, on peut prendre le modèle d'atmosphère isotherme à $T = T_0 = cte$.

Montrer que la pression est donnée par la relation : $P(z) = P_0.e^{-\dfrac{z}{H}}$ où $H = \frac{R.T_0}{M_a g}$.
A l'aide d'un développement à l'ordre 1, donner l'expression de la pression en fonction de l'altitude.

III.3.3. On considère une mole d'eau sous forme de vapeur sèche à la pression P_{e0} et de volume v_{e0}. A température constante $T = T_0$, lorsque la pression augmente on obtient l'eau liquide.
Tracer dans le diagramme de Clapeyron (P, v) les variations de la pression en fonction du volume : isotherme d'Andrews. On précisera les différents états physiques observés. Qu'appelle-t-on pression de vapeur saturante $P_s(T)$? On notera $P_{s,0}$ sa valeur pour $T = T_0$.

III.3.4. Les volumes molaires gazeux et liquides sont notés respectivement : v_g et v_l. Lors de l'équilibre liquide-gaz la chaleur latente de vaporisation est donnée par la relation de Clapeyron : $L_v = (v_g - v_l).T.\dfrac{dP}{dT}$.

En supposant la chaleur latente L_v indépendante de la température, montrer que la pression de vapeur saturante varie avec la température selon la loi :

$Ln\left(\dfrac{P_s(T)}{P_{s,0}(T_0)}\right) = k.\left(\dfrac{1}{T_0} - \dfrac{1}{T}\right)$,où k est une constante à déterminer.

III.3.5. On appelle degré hygrométrique h de l'air humide la quantité : $h(T) = \dfrac{P_e(T)}{P_s(T)}$, où $P_e(T)$ représente la pression partielle de l'eau présente dans l'air. Au niveau du sol $h(T_0) = 0,8$.

On modélise les mouvements naturels de l'atmosphère en considérant une colonne d'air humide subissant une ascension verticale lente dans l'atmosphère en équilibre par ailleurs. An niveau du sol la colonne d'air humide est à la pression P_0 et à la température T_0. Le coefficient $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ est constant.

On prend les hypothèses suivantes :

– La quantité d'eau contenue dans l'air est très faible.
– Les transformations de l'air ascendant sont isentropiques.
– Les altitudes atteintes restent faibles devant H.

III.3.5.1. Donner l'expression littérale de la température T de l'air ascendant en fonction de l'altitude z.

III.3.5.2. Tant qu'il n'y a pas condensation, la pression partielle de l'eau dans la colonne ascendante est notée $P_e(T)$. Donner l'expression de $P_e(T)$ et de $ln\left(\dfrac{P_e(T)}{P_{s,0}(T_0)}\right)$ en fonction de z.

III.3.5.3. Donner l'expression de $Ln\left(\dfrac{P_s(T)}{P_{s,0}(T_0)}\right)$ en fonction de z.

III.3.5.4. Déterminer à quelle altitude z_{cond} se produit la condensation. Quel phénomène météorologique apparait alors ?