

Concours national commun 2017 :  
**ÉPREUVE DE PHYSIQUE 1**  
**FILIÈRE PSI**

**Corrigé**

(proposé par AGHAZZAF ELHOUCINE : loughazzaf@gmail.com)

**1 Généralités sur l'équilibre liquide-vapeur d'un corps pur**

**1.1**

L'allure la plus générale du diagramme de phase  $P = P(T)$  d'un corps pur est la suivante :

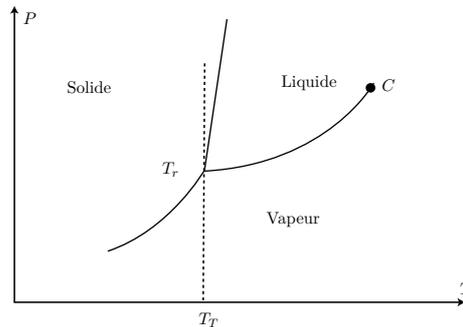


FIGURE 1 –

$C$  est le point critique,  $T_r$  est le point triple.

Pour distinguer les différents changements de phase on a donné un nom à chacun d'eux. Les différents termes sont présentés dans la figure suivante :

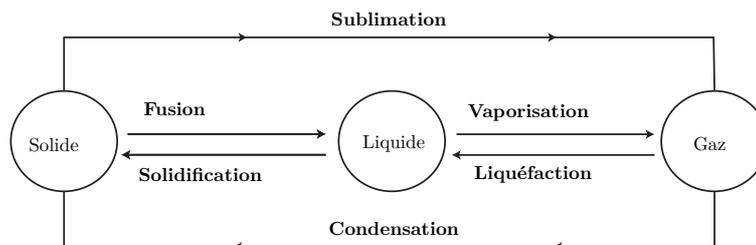


FIGURE 2 –

1.2

- Il y a saturation si la phase liquide et la phase vapeur coexistent. La vapeur (Liquide) est dite (dit) saturante (saturant) quand elle (il) est en équilibre avec le liquide (la vapeur).
- Pendant toute la durée du changement de phase, la pression reste constante et égale à la pression de vapeur saturante  $P_{sat}(T)$ .
- La pression de vapeur saturante ne dépend que de la température. La courbe  $p(T)$  donnant la pression de vapeur saturante en fonction de la température est appelée *courbe de saturation* ou *courbe de vaporisation*.
- D'après la formule de CLAEYRON, donnée dans l'énoncé, on remarque que  $P_{sat}$  augmente avec la température lors de la vaporisation puisque :  $\ell_v > 0$ ,  $v_v \gg v_\ell$  et  $T > 0$ .

1.3

On suppose que :

- $\ell_v$  est constante ;
- $v_v \gg v_\ell$  ;
- la vapeur se comporte comme un gaz parfait ( $P_{sat}v_v = \frac{PT}{M}$ ).

Avec ces hypothèses la formule de CLAEYRON donne :

$$\frac{dP_{sat}}{dT} \simeq \frac{\ell_v}{Tv_v} = P_{sat} \frac{M\ell_v}{RT^2} \Rightarrow \boxed{\ln P_{sat} = -\frac{M\ell_v}{RT} + A}$$

On pose alors :  $\boxed{B = -\frac{M\ell_v}{R}}$ .

Expérimentalement on peut tracer  $\ln P_{sat}$  en fonction de  $\frac{1}{T}$ , en mesurant les pente  $B = -\frac{M\ell_v}{R}$ , on peut déduire la valeur de  $\ell_v$ .

1.4

La figure suivante représente les isothermes  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_C$  (température du point critique) et  $T_3$  ( $T_1 < T_2 < T_C < T_3$ ) d'un corps pur dans le diagramme de CLAPEYRON  $P$  (pression) et  $v$  (volume massique).

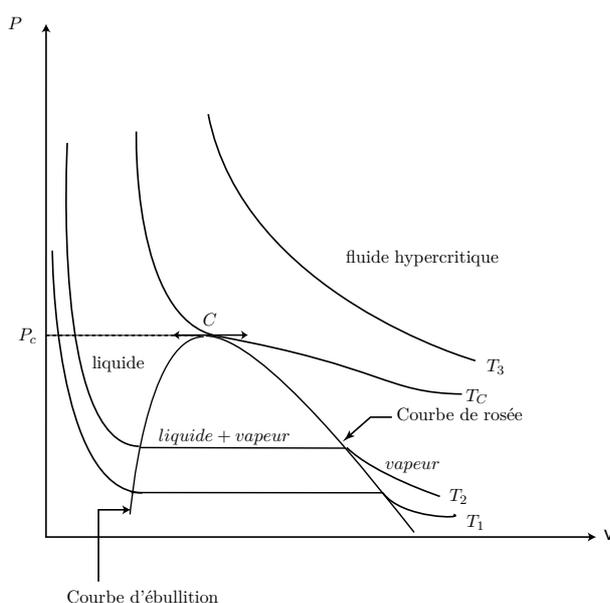


FIGURE 3 –

## 1.5

L'isotherme  $T_3$  n'a pas de pente nulle car au delà de  $T_C$  on ne peut plus avoir un changement de phase. Le point critique d'un diagramme de phase correspond au point d'interruption de la courbe de changement d'état. Ainsi à partir de ce point une augmentation de la température ou/et de la pression aboutit à un nouvel état (dit hypercritique) qui est intermédiaire entre l'état liquide et gazeux.

## 1.6

Les isothermes en phase liquide sont presque verticales (les liquides sont presque incompressibles). Pour les isothermes en phase gazeuse on remarque une grande variation de volume massique en fonction de la pression.

Une vapeur est la phase gazeuse d'une substance à une température inférieure à sa température critique, c'est-à-dire que la vapeur peut se transformer en liquide par compression sans changement de la température. Un gaz est la phase gazeuse d'une substance dont la température est supérieure à sa température critique. Dans notre environnement, l'oxygène est un gaz et la phase gazeuse de l'eau c'est de la vapeur d'eau.

## 2 Équation d'état d'un gaz parfait

### 2.1

Hypothèses d'un gaz parfait :

- Les molécules sont supposées ponctuelles : leurs dimensions sont négligeables devant les distances intermoléculaires.
- Il n'y a pas d'interaction à distance entre les molécules.

### 2.2

Les coefficients thermo-élastiques pour un gaz parfait sont :

$$\alpha_{GP} = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{V} \left( \frac{R}{P} \right) = \frac{R}{RT} = \frac{1}{T}$$

$$\chi_{GP} = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{-RT}{P^2} \right) = \frac{RT}{P \times PV} = \frac{1}{P}$$

### 2.3

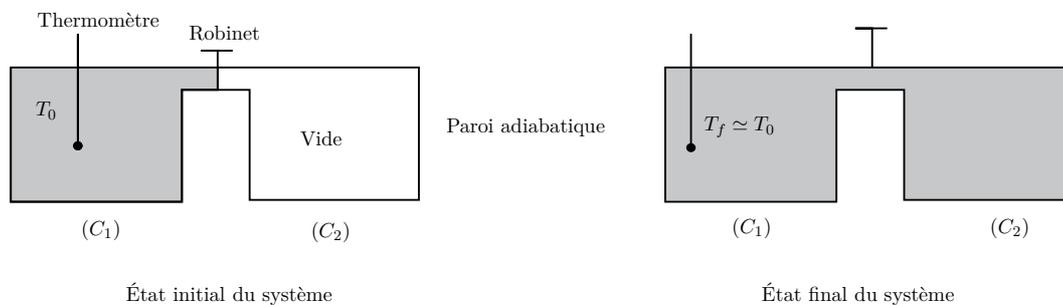


FIGURE 4 –

Un récipient  $(C_1)$  contenant un gaz réel sous faible pression, à une température  $T_0$ , est susceptible d'être mis en communication, par l'intermédiaire du robinet R, avec un réservoir  $C_2$  initialement vide. Les parois de

$C_1$  et  $C_2$  sont calorifugées (ou adiabatiques) et indéformables.

On ouvre R, le gaz se détend et diffuse dans  $C_2$ . Cette diffusion est un processus irréversible.

Le système d'étude est formé par  $(C_1) \cup (C_2)$ , à travers la surface délimitant ce système il n'y a ni échange de travail ( $W = 0$  : parois rigides et  $P_{ext}$  dans  $C_2$  est nulle) ni échange thermique ( $Q = 0$  : parois adiabatiques)

Le premier principe donne :  $\Delta U = 0$ .

La détente de JOULE-GAY-LUSSAC une détente irréversible dans le vide à énergie interne constante.



FIGURE 5 –

## 2.4

Dans le cas du gaz parfait, la température est aussi conservée :

$dU_{gp} = nC_{V,m}dT \Rightarrow \Delta U_{gp} = 0 \Leftrightarrow \Delta T = 0$ . On retrouve ici la première loi de JOULE : l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température.

## 2.5

L'énergie interne de ce gaz dépend aussi du volume, il ne suit donc pas la première loi de JOULE.

## 2.6

L'augmentation de la température du gaz parfait fait croître l'agitation thermique c'est-à-dire aussi l'énergie cinétique moyenne des molécules du gaz parfait.

$$\langle e_c \rangle = \left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{1}{2}mu^2$$

Or d'après le théorème d'équipartition de l'énergie :

$$\langle e_c \rangle = \left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}k_B T + \frac{1}{2}k_B T + \frac{1}{2}k_B T = \frac{3}{2}k_B T$$

En éliminant la vitesse quadratique moyenne on obtient une relation entre les paramètres macroscopiques qu'on appelle *équation d'état du gaz parfait* :

$$mu^2 = 3k_B T \text{ et } P = \frac{1}{3}n_v mu^2 \Rightarrow \boxed{P = n_v k_B T}$$

Pour passer à l'échelle macroscopique on écrit :  $n_v = \frac{N}{V} = \frac{n\mathcal{N}}{V}$ , soit  $PV = n(\mathcal{N}k_B)T$ .  
 on pose :  $\mathcal{R} = \mathcal{N}k_B$  constante des gaz parfaits  $\mathcal{R} = 8,314JK^{-1}mol^{-1}$ . D'où :

$$PV = n\mathcal{R}T$$

### 3 Équation d'état d'un gaz non-idéal : modélisation d'un gaz réel

#### 3.1

##### 3.1.1

La courbe ci-contre représente  $E_p(r)$ , on remarque que :

- $E_p(r) \rightarrow 0$  lorsque  $r \rightarrow +\infty$
- $E_p(r) \rightarrow +\infty$  lorsque  $r \rightarrow 0$
- $E_p(r) = 0$  lorsque  $r = 2^{-\frac{1}{6}}r_0 \simeq 0,89r_0$
- $E_p(r)$  passe par un minimum lorsque  $r = r_0$  et  $E_{p,min}(r) = E_p(r_0) = -E_{p0}$

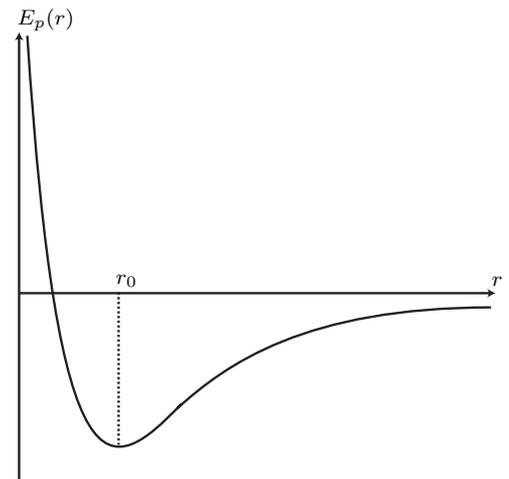


FIGURE 6 –

##### 3.1.2

Le potentiel de LENNARD-JONES est la somme de termes d'interactions dipolaires attractives (le terme à la puissance 6) et de répulsions (le terme à la puissance 12) entre les noyaux ioniques à courte distance.

##### 3.1.3

La position d'équilibre, d'après la figure 6, correspond à  $r = r_0$  et  $E_e = E_{p,min}(r) = E_p(r_0) = -E_{p0}$

##### 3.1.4

À gauche de la position d'équilibre (voir schéma), c'est-à-dire pour des distances inférieures à  $r_0$ , il y a répulsion entre les deux atomes.  $E_p(r)$  est une fonction décroissante. Le terme à la puissance 12 est alors dominant.

À droite de la position d'équilibre, c'est-à-dire pour des distances supérieures à  $r_0$ , il y a attraction entre les deux atomes.  $E_p(r)$  est une fonction croissante. Le terme à la puissance 6 est le terme dominant.

##### 3.1.5

La force d'interaction exercée par la molécule  $M_1$  sur l'autre molécule  $M_2$ , dérive du potentiel  $E_p(r)$  :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p(r) = -\frac{dE_p(r)}{dr}\vec{e}_r = 12E_{p0}\left(\frac{r_0^{12}}{r^{13}} - \frac{r_0^6}{r^7}\right)\vec{e}_r$$

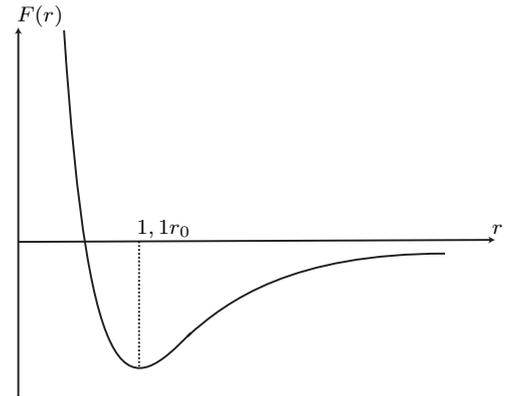
- $\vec{F} = \vec{0}$  pour  $r = r_0$  : c'est la position d'équilibre.
- $\vec{F}$  est répulsive pour  $r < r_0$ .
- $\vec{F}$  est attractive pour  $r > r_0$ .

## 3.1.6

La courbe ci-contre représente  $F(r)$ , on remarque que :  $F(r)$  passe par un minimum lorsque  $\frac{dF(r)}{dr} = 0$  ou bien lorsque  $\frac{d^2E_p(r)}{dr^2} = 0$  ce qui donne :

$$\frac{dF(r)}{dr} = 0 \Rightarrow 12E_{p0}r_0^6 \left( \frac{-13r_0^6}{r^{14}} + \frac{7}{r^8} \right) = 0$$

$$r = \left( \frac{13}{7} \right)^{1/6} r_0 \simeq 1,1r_0$$



La force attractive est donc maximale pour  $r \simeq 1,1r_0$

FIGURE 7 –

## 3.1.7

La force d'interaction est négligeable dès que  $r > r_{min}$ , avec  $r_{min} \sim 1nm$ . Dans le modèle des sphères dures, le volume de l'enceinte contenant le gaz vérifie :

$$V > N \times \frac{4}{3}\pi r_{min}^3 \Rightarrow P < \frac{Nk_B T}{N \times \frac{4}{3}\pi r_{min}^3}$$

Donc :

$$P_{max} \sim \frac{k_B T}{\frac{4}{3}\pi r_{min}^3} \simeq 9,6bar$$

## 3.2

## 3.2.1

- On peut rendre compte de l'existence d'un volume incompressible minimal en remplaçant  $V$  par  $V - nb$ . La constante  $b$ , est appelée covolume molaire. Elle traduit la partie inaccessible du volume réel  $V$  et les interactions répulsives à courte distance.
- L'effet des forces d'attraction entre les molécules est de réduire la pression exercée par les gaz. On peut supposer que l'attraction entre les molécules est proportionnelle à leur concentration  $\frac{n}{V}$  ( $n =$  nombre de moles). Les forces d'attraction ralentissent les molécules, celles-ci frappent les parois moins souvent et avec un impact moins fort. On peut alors s'attendre à ce que la diminution de la pression soit proportionnelle au carré de la concentration de moles : un facteur  $\frac{n}{V}$  qui représente la réduction de la fréquence des collisions et un autre facteur  $\frac{n}{V}$  pour tenir compte de la réduction de l'impact de la collision. Si  $a$  est la constante de proportionnalité, la réduction de pression est égal à  $a(\frac{n}{V})^2$ .

## 3.2.2

Pour  $n = 1mole$ , le nombre de molécules est  $N_A$  et le volume de ces molécules est :

$$V_{molécules} = N_A \frac{4}{3}\pi r^3, r = \frac{d}{2}$$

On peut écrire en ordre de grandeur que :

$$V_{molécules} \sim N_A d^3$$

### 3.2.3

D'après l'équation donnée pour une mole de gaz :

—  $b(1mole) = \frac{V}{1mole} \rightarrow b$  est en  $m^3/mol$

—  $\frac{a}{V^2}(1mole) \rightarrow$  pression  $\Rightarrow a$  est en  $kg.m^5.mol^{-2}.s^{-2}$  ou  $N.m^4.mol^{-2}$  ou  $Pa.m^6.mol^{-2}$

Les coefficients  $a$  et  $b$  dépendent de la nature du gaz étudié, alors que  $R$  est une constante universelle valable pour tous les gaz.

### 3.2.4

$nb$  est une grandeur extensive puisqu'elle est additive (volume) :  $b$  est une grandeur intensive.

$n^2a$  est aussi une grandeur extensive, mais elle n'est pas additive car :  $n^2a \neq n_1^2a + n_2^2a$  :  $a$  est une grandeur intensive.

Le volume molaire est  $V_m = \frac{V}{n}$ , pour une mole l'équation de VAN-DER-WAALS s'écrit :  $(P + \frac{a}{V_m^2})(V_m - b) = RT$ , ce qui donne :

$$\left( P + \frac{a}{\left(\frac{V}{n}\right)^2} \right) \left( \left(\frac{V}{n}\right) - b \right) = RT$$

et finalement :

$$\boxed{\left( P + n^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT}$$

### 3.2.5

Lorsque la pression augmente, le volume diminue jusqu'à un volume limite  $nb$  constitué par les molécules "entassées" les unes sur les autres.

Pour un gaz à très faible pression, les molécules sont distantes les unes des autres et leurs interactions négligeables.

Le gaz parfait correspond à  $a \rightarrow 0$  et  $b \rightarrow 0$

### 3.2.6

On a :

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

alors :

$$\left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -\frac{RT}{(V - b)^2} + \frac{2a}{V^3}$$

et :

$$\boxed{\chi_{T,GVW} = -\frac{1}{V} \times \frac{1}{-\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3}}}$$

D'autre part :

$$\boxed{\chi_{T,GVW}(a = 0, b = 0) = \frac{V}{RT} = \frac{1}{P} = \chi_{T,GP}}$$

Pour les hautes pressions, le gaz est mieux décrit par l'équation de VAN-DER-WAALS, dans ce cas les molécules du gaz sont tellement proches pour qu'une augmentation de la pression cause une plus petite variation de volume :  $\chi_{T,GVW} < \chi_{T,GP}$

**3.2.7**

D'après la définition du point critique :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{T_c} = 0 \Rightarrow \frac{RT_c}{(V_c - b)^2} = \frac{2a}{V_c^3} \quad (1)$$

et :

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_{T_c} = 0 \Rightarrow \frac{2RT_c}{(V_c - b)^3} = \frac{6a}{V_c^4} \quad (2)$$

donc :

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{V_c - b}{2} = \frac{V_c}{3} \Rightarrow \boxed{V_c = 3b}$$

et

$$(1) \Rightarrow \boxed{T_c = \frac{8a}{27bR}}$$

**3.2.8**

On a déjà vu que les coefficients  $a$  et  $b$  dépendent uniquement des interactions au sein du gaz, donc de la nature du gaz,  $a$  et  $b$  sont indépendants de la masse du fluide.

**3.2.9**

On a :

$$P_c = \frac{RT_c}{V_c - b} - \frac{a}{V_c^2} = \frac{a}{27b^2}$$

et :

$$T_c = \frac{8a}{27bR}$$

Alors :

$$\boxed{b = \frac{RT_c}{8P_c}} \quad \text{et} \quad \boxed{a = \frac{27(RT_c)^2}{64P_c}}$$

AN :

$$\boxed{b \simeq 8,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}} \quad \text{et} \quad \boxed{a \simeq 0,79 \text{ kg} \cdot \text{m}^5 \cdot \text{mol}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}}$$

**3.2.10**

On a vu que le volume occupé par les molécules est  $V_{\text{molécules}} = nb$ , pour une mole  $V_{\text{molécules}} = b \sim N_A d^3$ , donc :

$$\boxed{d \sim \left(\frac{b}{N_A}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

AN :

$$\boxed{d \sim 5,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}}$$

**3.2.11**

Il suffit de remplacer  $a$  et  $b$  par leurs valeurs en fonction de  $P_c$  et  $V_c$ , dans l'équation de VAN-DER-WAALS :

$$\left(P + \frac{27P_c b^2}{V^2 \times 3b^2}\right)(V - b) = RT \Rightarrow \left(P + \frac{3P_c}{\nu^2}\right)\left(V - \frac{V_c}{3}\right) = RT \Rightarrow \left(\varpi + \frac{3}{\nu^2}\right)\left(\nu - \frac{1}{3}\right) = \frac{RT}{P_c V_c} = \frac{9bRT}{a} = \frac{9 \times 8T}{27T_c}$$

Finalement :

$$\boxed{\left(\varpi + \frac{3}{\nu^2}\right)(3\nu - 1) = 8\theta}$$

### 3.3

#### 3.3.1

On a  $b \ll V$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{(V-b)} = \frac{1}{V} \left(1 - \frac{b}{V}\right)^{-1} \simeq \frac{1}{V} \left(1 + \frac{b}{V} + \left(\frac{b}{V}\right)^2 + \dots\right)$$

et d'après l'équation de VAN-DER-WAALS :

$$P + \frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V} \left(1 + \frac{b}{V} + \left(\frac{b}{V}\right)^2 + \dots\right)$$

Donc :

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \left(b - \frac{a}{RT}\right) \times \frac{1}{V} + \frac{b^2}{V^2} + \dots$$

Ce qui donne :

$$\boxed{b_1(T) = b - \frac{a}{RT} \text{ et } b_2 = b^2}$$

#### 3.3.2

**3.3.2.1** Pour les faibles pression on peut écrire que :  $PV = RT$ , il suffit de remplacer  $V$  dans le développement précédent, on obtient alors :

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \left(b - \frac{a}{RT}\right) \times \frac{P}{RT} + \dots$$

et :

$$\boxed{b'_1(T) = \frac{b}{RT} - \frac{a}{(RT)^2}}$$

**3.3.2.2** Pour  $T = T_M = \frac{a}{2R}$ , on remarque que :  $b'(T_M) = 0$  et par suite  $PV \simeq RT_M$ , le gaz se comporte comme un gaz parfait.

## 4

### 4.1

$SF_6$  gazeux est assimilé à un gaz parfait :  $P_I V_I = \frac{m_0}{M} RT$ , donc :

$$\boxed{m_0 = M \frac{P_I V_I}{RT} = 0,4g}$$

Le volume massique correspondant est alors :

$$\boxed{\nu_I = \frac{V_I}{m_0} = 10L/kg = 10^{-2} m^3/kg}$$

### 4.2

#### 4.2.1

Puisque  $P_F > P_S$ , le fluide est sous forme liquide, son volume massique est alors :

$$\boxed{\nu_F = \frac{V_F}{m_0} = 1,25L/kg = 1,25 \cdot 10^{-3} m^3/kg}$$

## 4.2.2

Au départ (état I) le fluide est un gaz, il subit une compression isotherme, lorsque la pression est égale à  $P_S(298K)$  le gaz commence à se liquéfier, à l'état final (point F) le fluide est complètement liquide. Lors du changement de phase la pression reste constante et égale à  $P_S(298K)$ .

## 4.2.3

$$V_A = m_0 \nu_v = 2mL$$

## 4.2.4

Au point B, le fluide est presque un liquide, son volume est :

$$V_B = \nu_\ell \times m_0 = 1,25 \times 0,4 \cdot 10^{-3} = 0,5mL$$

## 4.2.5

Si on continue à comprimer le fluide à partir du point B, le volume reste presque constant puisque le liquide est pratiquement incompressible.

## 4.2.6

Au point M,  $V_M = 0,6mL$  est situé entre  $V_B$  et  $V_A$ , le fluide est un mélange en équilibre de vapeur et de liquide.

On a :

$$V_M = 0,6mL = m_v \nu_v + m_\ell \nu_\ell = m_v \nu_v + (m_0 - m_v) \nu_\ell$$

et

$$\frac{V_M}{m_0} = 1,5L/kg = x_M \nu_v + (1 - x_M) \nu_\ell \Rightarrow x_M = \frac{\frac{V_M}{m_0} - \nu_\ell}{\nu_v - \nu_\ell} = 6,5\%$$

## 4.2.7

La transformation est représentée dans le digramme  $P = f(\nu)$  :

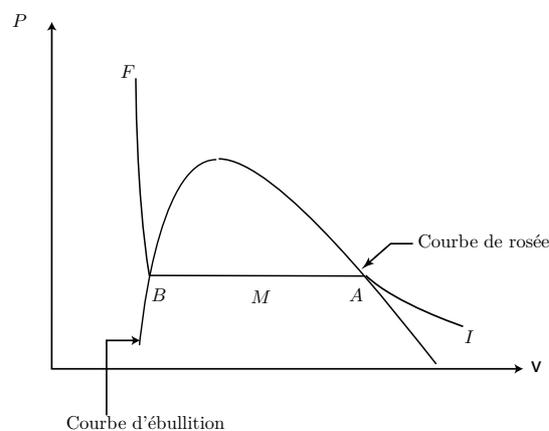


FIGURE 8 –

4.2.8

La transformation est représentée dans le digramme  $P = f(T)$  :

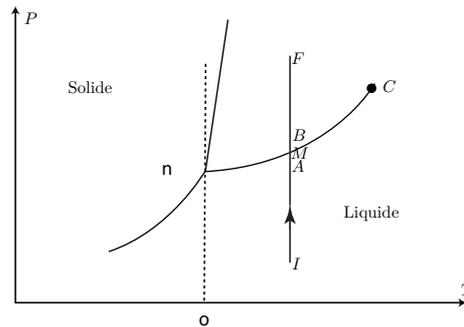


FIGURE 9 -

4.2.9

Il suffit de tracer la courbe représentant  $\ln(P_S)$  en fonction de  $\frac{1}{T}$  :

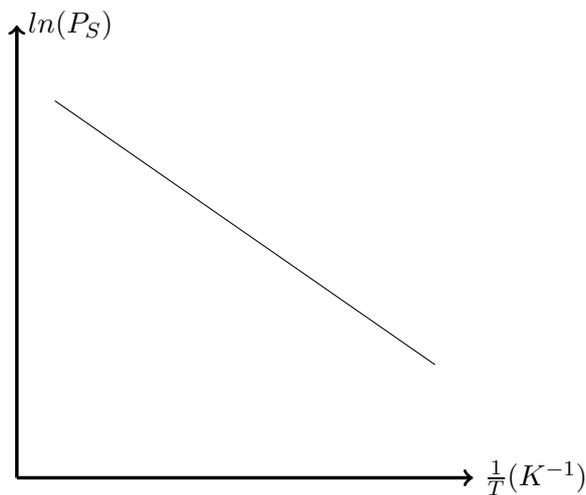


FIGURE 10 -

L'équation de cette courbe est :  $\ln(P_S) = \frac{-2041,7}{T} + 10,1$ , on déduit la chaleur latente de vaporisation :  
 pente =  $\frac{-M\ell_v}{R}$ , ce qui donne :

$$\ell_v = 116,2 \text{ kJ/kg}$$

L'erreur relative commise est :

$$\frac{\Delta\ell_v}{\ell_v} = \frac{116,2 - 57,4}{116,2} = 0,5!!$$

Commentaire???

4.3

4.3.1

La transformation  $I \rightarrow A$  est la compression réversible et isotherme d'un gaz parfait : d'après la première loi de JOULE,  $\Delta U = 0$ , donc :  $W_1 + Q_1 = 0$  avec :  $\delta W_1 = -pdV - nRT\frac{dV}{V}$  ce qui donne :

$$W_1 = -nRT \ln\left(\frac{V_A}{V_I}\right)$$

et

$$Q_1 = +nRT \ln \left( \frac{V_A}{V_I} \right)$$

### 4.3.2

Il s'agit d'une liquéfaction partielle, isobare et isotherme, du gaz :

$$W_2 = -P_S (V_M - V_A)$$

et

$$Q_2 = -(1 - x_M) \ell_V \times m_0$$

### 4.3.3

On déduit des questions précédentes que :

$$\Delta U_{I \rightarrow M} = \underbrace{\Delta U_{I \rightarrow A}}_0 + \Delta U_{A \rightarrow M} = W_2 + Q_2 = -P_S (V_M - V_A) - (1 - x_M) \ell_V \times m_0$$

### 4.3.4

Les transformations sont réversibles :  $S^{\text{créée}} = 0$ , en plus la température est constante. Donc :

$$\Delta S_{I \rightarrow A} = S_{I \rightarrow A}^e = \int_I^A \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T} \text{ et } \Delta S_{A \rightarrow M} = S_{A \rightarrow M}^e = \int_I^A \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_2}{T}, \text{ ce qui donne :}$$

$$\Delta S_{I \rightarrow M} = \frac{1}{T} (Q_1 + Q_2)$$

## 5 Étude interférométrique de l'hexafluorure de soufre gazeux

### 5.1

La source est étendue (ou large), elle est formée d'une infinité de sources ponctuelles, elle est spatialement incohérente.

La source est monochromatique, sa lumière est formée d'une seule raie de longueur d'onde  $\lambda_0$ , elle est temporellement cohérente.

### 5.2

$d = OO_1 = OO_2$ , la différence de marche est nulle, l'écran est uniformément éclairé (C'est la position du contact optique). Pratiquement on tourne le palmer dans le sens tel que les anneaux sortent du centre. L'épaisseur de la lame d'air diminue et l'écran devient uniformément éclairé .

### 5.3

#### 5.3.1

On note  $M_2'$  l'image de  $M_1$  par  $(S_p)_{th}$ .

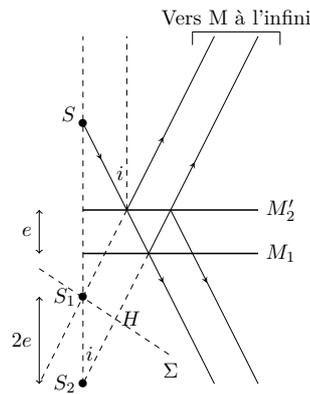


FIGURE 11 –

Sur l'écran, ces franges sont des anneaux concentriques, car tous les points correspondant à l'inclinaison  $i$  (même différence de marche) sont sur un cercle de centre  $F'$  et de rayon. Les anneaux sont localisés à l'infini. On utilise la lentille convergente pour ramener la figure d'interférences dans le plan focal de la lentille.

### 5.3.2

Comme la distance entre les sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  est égale à  $2e$ , alors :  $\delta = (S_2P) - (S_1P) = S_2H$  soit  $\delta = 2ecosi$

Dans l'approximation de GAUSS :  $cosi \simeq 1 - \frac{i^2}{2}$ . L'ordre  $p(M)$  est :

$$p(M) = \frac{2ecosi}{\lambda_0} \simeq \frac{2e}{\lambda_0} \left( 1 - \frac{i^2}{2} \right)$$

### 5.3.3

D'après la formule fondamentale des interférences :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \left( \cos \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} \right) = 2I_1 \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} \right)$$

$I_{max} = 4I_1 = I_0 \Rightarrow 2I_1 = \frac{I_0}{2}$ , d'ou au pint  $F'$

$$I(M) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos(2\pi p_0))$$

Avec :

$$p_0 = \frac{\delta(i=0)}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda_0}$$

## 5.4

### 5.4.1

En introduisant le gaz dans la cellule cylindrique, la différence de marche augmente, comme si on augmentait alors l'épaisseur de la lame d'air à faces parallèles d'une quantité égale à  $2(n-1)\ell$ . les anneaux semblent défiler vers le centre.

## 5.4.2

Lorsqu'on remplit la cellule cylindrique par  $SF_6$ , la différence de marche varie de  $\Delta = 2(n - 1)$ , donc :

$$\Delta p_0 = \frac{\Delta \delta}{\lambda_0} = \frac{2(n_{SF_6} - 1)\ell}{\lambda_0}$$

## 5.4.3

Le nombre d'anneaux qui ont défilé est don :

$$N = \Delta p_0 = \frac{\Delta \delta}{\lambda_0} = \frac{\rho C \ell}{\lambda_0}$$

## 5.4.4

5.4.4.1 On a :  $N = \frac{\rho C \ell}{\lambda_0}$  et  $N_0 = \frac{\rho_0 C \ell}{\lambda_0}$ , alors :

$$y = \frac{P N_0}{P_0 N}$$

5.4.4.2 On suppose que l'hexafluorure de soufre est un gaz parfait alors : puisque  $T = cte$  et  $V = cte$ , la pression et la masse volumique sont aussi constantes,  $P = P_0$  et  $\rho = \rho_0$ . Ce qui revient à dire que :  $y = 1$ .

5.4.4.3 Puisque  $y$  dépend de la pression ( $y \neq 1$ ), alors l'hexafluorure de soufre n'est pas un gaz parfait dans les conditions de l'expérience.

5.4.4.4 Pour une masse de fluide  $m = \rho V = cte$ , on peut écrire que :  $\ln m = \ln \rho + \ln V$ , et en différenciant on aura :  $\frac{\partial \rho}{\rho} = -\frac{\partial V}{V} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{\partial V}{\partial \rho} \times \frac{\partial \rho}{\partial p} = -\frac{V}{\rho} \times \frac{\partial \rho}{\partial p}$

Ce qui donne :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = +\frac{1}{\rho} \times \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$$

On peut écrire :  $\ln(y) = \ln(P) - \ln(\rho) + \ln\left(\frac{\rho_0}{P_0}\right)$ , en différenciant on obtient :

$$\frac{dy}{y} = \frac{dP}{P} - \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \frac{1}{y} \left( \frac{\partial y}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{P} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T$$

Alors :

$$\chi_T = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{P} - \frac{1}{y} \left( \frac{\partial y}{\partial P} \right)_T$$

5.4.4.5 D'après l'expression de  $y$ , donnée dans le texte :  $\left( \frac{\partial y}{\partial P} \right)_T = -b'$ .

$$\chi_T = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{P} + \frac{b'}{a' - b'P} = \frac{a'}{P(a' - b'P)}$$

AN :

$$\chi_T = 1,38 \cdot 10^{-6} Pa^{-1}$$