

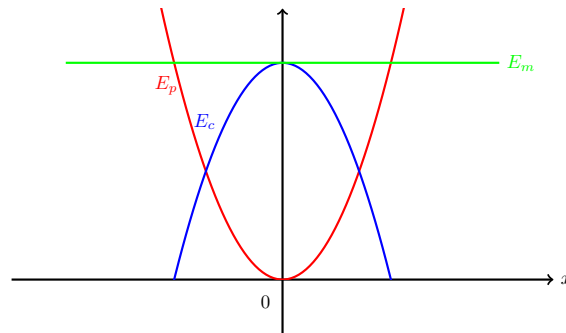
# Correction de physique

Proposé par: Ali Chakour  
Cpge Moulay Youssef Rabat

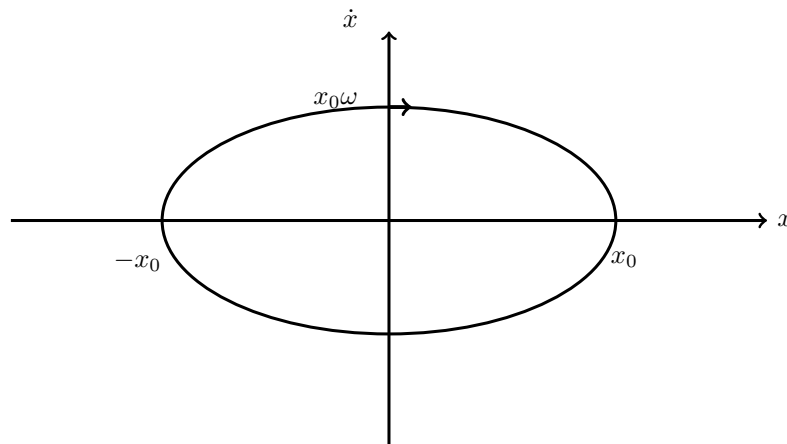
- 1.1. •  $\vec{T}(x) = -K\Delta\Delta l\vec{U}_x$ . Soit:  $\vec{T}(x) = -Kx\vec{U}_x$ .
- $\delta W(\vec{T}) = -Kxdx = -d(\frac{1}{2}Kx^2 + cte) \Rightarrow E_{p,ie}(x) = \frac{1}{2}Kx^2 + cte$ . Or:  $E_{p,ie}(x=0) = 0 \Rightarrow cte = 0$ .
- Par suite:  $E_{p,ie}(x) = \frac{1}{2}Kx^2$ .

- 1.2. • P.F.D appliqué au palet dans le référentiel terrestre supposé galiléen:  
 $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}$
- Projection sur l'axe  $\vec{u}_x$ :  $m\ddot{x} = T_x = Kx$ . Soit:  $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$ .
- $x(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ . Or:  $x(0) = x_0 \Rightarrow A = x_0$ .  
 $\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow B\omega = 0 \Rightarrow B = 0$ . Par suite:  $x(t) = x_0\cos\omega t$ .

1.3.



- 1.4.  $\dot{x}(t) = -x_0\omega\sin\omega t$ , par suite:  $(\frac{\dot{x}}{x_0\omega})^2 + (\frac{x}{x_0})^2 = 1$ .



- 2.1. Projection suivant l'axe de vecteur unitaire  $\vec{u}_x$ :

$$m\ddot{x} = -Kx + R_t.$$

Projection suivant l'axe de vecteur unitaire  $\vec{u}_y$ :

$$R_n - mg = 0, \text{ or: } R_t = \varepsilon fmg \Rightarrow m\ddot{x} = -Kx + \varepsilon fmg. \text{ Par suite: } m\ddot{x} + Kx = \varepsilon fmg.$$

2.2. On lâche S en  $x_0 > 0$  sans vitesse initiale et se déplace dans le sens opposé à  $(Ox)$ , c'est à dire  $R_t > 0 \Rightarrow R_T = fmg$ .  
Donc:  $m\ddot{x} + Kx = fmg \Rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = fg$ . La solution de cette équation est:  $x(t) = A' \cos \omega t + B' \sin \omega t + x_c$ .  
 $x(t=0) = x_0 \Rightarrow A' + x_c = 0 \Rightarrow A' = x_0 - x_c$ .  $\dot{x}(t=0) = 0 \Rightarrow B' \omega = 0 \Rightarrow B' = 0$ .

On en déduit:  $x(t) = (x_0 - x_c) \cos \omega t + x_c$ .

2.3.  $\dot{x}(t) = -(x_0 - x_c) \sin \omega t$ .  $\dot{x}(\tau_1) = 0 \Rightarrow \sin \omega \tau_1 = 0$ . Soit:  $\omega \tau_1 = \pi$ . Par suite:  $x_1 = x(\tau_1) = (x_0 - x_c) \cos \pi + x_c$ .

On en déduit que:  $x(\tau_1) = x_1 = 2x_c - x_0$ .

2.4. Pendant la deuxième phase, S vérifie:  $\ddot{x} + \omega^2 x = -fg$ . La solution de cette équation est:  $x(t) = A'' \cos \omega t + B'' \sin \omega t - x_c$ . Calculons  $A''$  et  $B''$ :

$x(\tau_1) = A'' \cos \pi + B'' \sin \pi - x_c = -A'' - x_c \Rightarrow A'' = -x(\tau_1) - x_c$ .

$\dot{x}(\tau_2) = 0 \Rightarrow B'' \omega \sin \omega \tau_2 = 0 \Rightarrow \omega \tau_2 = 2\pi$ .

$x_2 = x(\tau_2) = A'' \cos 2\pi + B'' \sin 2\pi - x_c = A'' - x_c$ .

On en déduit que:  $x_2 = -x(\tau_1) - 2x_c = x_0 - 4x_c$ .

2.5. •  $x_3 = 2x_c - x_2 = 6x_c - X_0$ . Donc, par récurrence, on en déduit que:  $x_n = (2nx_c - x_0)(-1)^n$ .

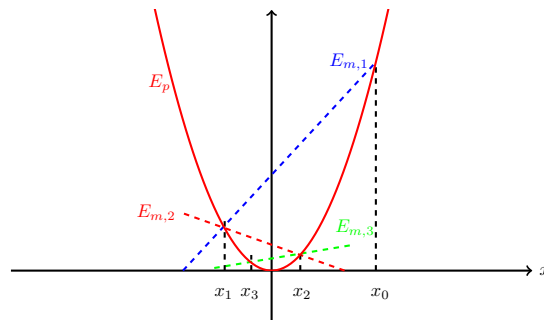
• La durée de la phase  $\tau_i$  est telle que:  $\omega \tau_i = \pi \Rightarrow \tau_i = \frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2}$ .

2.6. Le palet reste immobile pour  $t > \tau_a$  si:  $K|x_a| < R_t$ , c'est à dire que:  $K|x_a| < fmg$ . Par suite:  $|x_a| < x_c$ .

2.7. On applique le théorème de l'énergie mécanique entre  $x_0$  et  $x$ :

$E_{m,1}(x) - E_{m,1}(x_0) = W(\vec{R}_T) = -R_T(x_0 - x) = fmg(x_0 - x)$ . Soit:  $E_{m,1}(x) = \frac{1}{2}Kx_0^2 + fmg(x_0 - x)$ .

2.8.



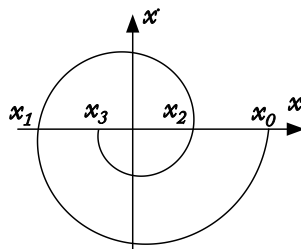
•  $E_{m,2}(x) - E_{m,1}(x_1) = -fmg(x - x_1)$ .  $E_{m,3}(x) - E_{m,2}(x_2) = -fmg(x_2 - x)$ .

• valeur de  $x_1$ :

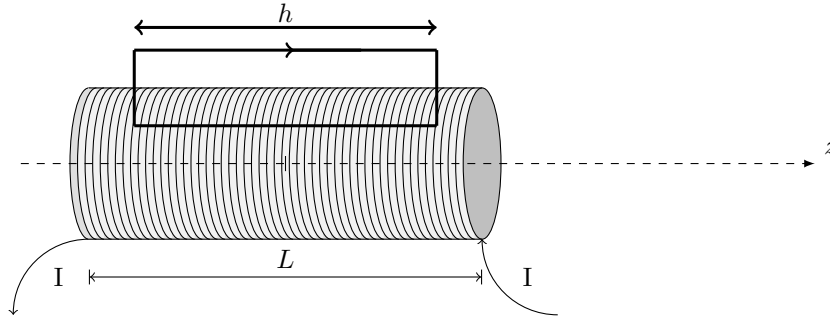
$E_m(x_1) = E_p(x_1) \Rightarrow \frac{1}{2}Kx_0^2 + fmg(x_1 - x_0) = \frac{1}{2}Kx_1^2 \Rightarrow K(x_1^2 - x_0^2) = 2fmg(x_1 - x_0)$ .

On en déduit que:  $x_1 = 2x_c - x_0$ .

2.9.



- I.1.1. •  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est plan de symétrie de la distribution du courant.  $\Rightarrow \vec{B}_1(M) = B_1(r, \theta, z)\vec{u}_z$   
 • Invariance de la distribution du courant par translation quelconque et par rotation quelconque autour de l'axe  $(Oz)$ .  $\Rightarrow \vec{B}_1(M) = B_1(r)\vec{u}_z$ .



- $B_1(r)h - B_{1ex}h = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} h i_1$ . Or:  $B_{1ext} = 0$  (Voir énoncé).

On en déduit que:  $\vec{B}_1(r < R_1) = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} i_1 \vec{u}_z$ .

- $\vec{B}_2(r < R_2) = \mu_0 \frac{N_2}{\ell_2} i_2 \vec{u}_z$ .

- I.1.2. •  $\phi(C_1/C_1) = \mu_0 \frac{N_1^2 \pi R_1^2}{\ell_1} i_1 = L_1 i_1$ . On en déduit que:  $L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2 \pi R_1^2}{\ell_1}$ .

- $\phi(C_2/C_2) = \mu_0 \frac{N_2^2 \pi R_2^2}{\ell_2} i_2 = L_2 i_2$ . On en déduit que:  $L_2 = \mu_0 \frac{N_2^2 \pi R_2^2}{\ell_2}$ .

- I.1.3. •  $\phi(C_1/C_2) = \mu_0 \frac{N_1 \pi R_2^2}{\ell_1} \frac{N_2}{\ell_2} h i_1 = M i_1$ . On en déduit que:  $M = \mu_0 \frac{N_1 \pi R_2^2}{\ell_1} \frac{N_2}{\ell_2} h$ .

- La valeur de  $M$  est proportionnelle à  $h$ .

- I.1.4. • calculons  $\frac{M^2}{L_1 L_2} = \frac{R_2^2 h^2}{\ell_1 \ell_2 R_1^2}$ . Or:  $R_2 < R_1$ ,  $h < \ell_1$  et  $h < \ell_2$ . Donc:  $h^2 < \ell_1 \ell_2$ . Par suite:  $\frac{M^2}{L_1 L_2} \leq 1$ .

- On ne peut pas avoir  $M^2 = L_1 L_2$ . À cause des effets de bords, le couplage entre les deux solénoïdes n'est pas parfait.

I.1.5.  $\frac{E_m}{i_2^2} = \frac{1}{2} L_1 \frac{i_2^2}{i_1^2} + \frac{1}{2} L_2 + \frac{M i_2 i_1}{i_2^2} = \frac{L_1}{2} x^2 + \frac{L_2}{2} + M x = \iiint_{\text{espace}} \frac{(\vec{B}_1 + \vec{B}_2)^2}{2\mu_0} d\tau$ .

$\frac{E_m}{i_2^2} > 0 \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow M^2 - L_1 L_2 \leq 0$ . Soit:  $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$ .

- I.2.1. Loi des mailles appliquées au primaire:  $e = jL\omega I_1 + jM\omega I_2 + \frac{1}{jC\omega} I_1 + R_1 I_1$ .

Par suite:  $e(t) = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C} \int i_1(t) dt + R_1 i_1$ . Soit:  $\frac{de}{dt} = L \frac{d^2 i_1}{dt^2} + M \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \frac{i_1}{C} + R_1 \frac{di_1}{dt}$ .

Loi des mailles appliquées au secondaire:  $0 = jL\omega I_2 + jM\omega I_1 + \frac{1}{jC\omega} I_2 + R_2 I_2$ .

Par suite:  $0 = L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C} \int i_2(t) dt + R_2 i_2$ . Soit:  $0 = L \frac{d^2 i_2}{dt^2} + M \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{i_2}{C} + R_2 \frac{di_2}{dt}$ .

I.2.2. 
$$\begin{cases} j\omega E = (j\omega)^2 L I_1 + (j\omega)^2 M I_2 + \frac{I_1}{C} + j\omega R_1 I_1 \\ (j\omega)^2 L I_2 + (j\omega)^2 M I_1 + \frac{I_2}{C} + j\omega R_2 I_2 = 0 \\ -\frac{j\omega E}{L} = \omega^2 I_1 + \frac{\omega^2 M}{L} I_2 - \omega_0^2 I_1 - \frac{j\omega R_1}{L} I_1 \\ \omega^2 I_2 + \frac{\omega^2 M}{L} I_1 - \omega_0^2 I_2 - \frac{j\omega R_2}{L} I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{j\omega E}{L} = (\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{j\omega R_1}{L})I_1 + \frac{\omega^2 M}{L}I_2 \\ \frac{\omega^2 M}{L}I_1 + (\omega^2 - \omega_0^2 - \frac{j\omega R_2}{L})I_2 = 0 \end{cases}$$

Par identification, on en déduit:  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,  $\gamma_1 = \frac{R_1}{L}$ ,  $k = \frac{M}{L}$ ,  $\gamma_2 = \frac{R_2}{L}$

I.2.3. On a:  $\omega = \varepsilon + \omega_0 = \omega_0(1 + \frac{\varepsilon}{\omega_0}) \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2(1 + \frac{\varepsilon}{\omega_0})^2 \simeq \omega_0^2(1 + \frac{2\varepsilon}{\omega_0})$ ; Par suite:  $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\omega_0$ .

$$\begin{cases} -\frac{j\omega E}{L} = (2\varepsilon\omega_0 - j\gamma_1\omega_0)I_1 + K\omega_0^2 I_2 \\ K\omega_0^2 I_1 + (2\varepsilon\omega_0 - j\gamma_1\omega_0)I_2 = 0 \end{cases}$$

Or:  $\omega \simeq \omega_0$ . Après simplification par  $\omega_0$ , on trouve:

$$\begin{cases} -\frac{jE}{L} = (2\varepsilon - j\gamma_1)I_1 + K\omega_0 I_2 \\ K\omega_0 I_1 + (2\varepsilon - j\gamma_1)I_2 = 0 \end{cases}$$

Puisque:  $k\omega_0 = \alpha$ .

$$\text{Soit: } \begin{cases} -\frac{jE}{L} = (2\varepsilon - j\gamma_1)I_1 + \alpha I_2 \\ \beta I_1 + (2\varepsilon - j\gamma_1)I_2 = 0 \end{cases}$$

I.2.4.  $\underline{H} = \frac{U}{\underline{e}} = -\frac{R_2 I_2}{\underline{e}}$ . D'après la question précédente:  $I_1 = -\frac{I_2(2\varepsilon - j\gamma_2)}{\alpha}$ .

On remplace  $I_1$  dans la première équation du système obtenu dans la question précédente:

$$-\frac{(2\varepsilon - j\gamma_1)(2\varepsilon - j\gamma_2)I_2 + \alpha I_2}{\alpha} = -\frac{jE}{L}. \text{ Par suite: } \frac{I_2}{\underline{e}} = \frac{-j\frac{\alpha}{L}}{\alpha^2 - (2\varepsilon - j\gamma_1)(2\varepsilon - j\gamma_2)}, \text{ avec: } (\underline{e} = E).$$

$$\text{Donc: } \underline{H} = \frac{jR_2 \frac{\alpha}{L}}{\alpha^2 - (2\varepsilon - j\gamma_1)(2\varepsilon - j\gamma_2)}.$$

I.2.5.  $\underline{H}(\varepsilon = 0) = \frac{jR_2 \frac{\alpha}{L}}{\alpha^2 + \gamma_1\gamma_2}$ . Soit:  $H_0(\alpha) = \frac{R_2 \alpha}{L(\alpha^2 + \gamma_1\gamma_2)}$ .

I.2.6.  $\frac{d(H_0(\alpha))}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \frac{(\alpha^2 + \gamma_1\gamma_2) - 2\alpha^2}{(\alpha^2 + \gamma_1\gamma_2)^2} = 0$ . Soit:  $\alpha_c = \sqrt{\gamma_1\gamma_2}$  et  $H_0(\alpha_c) = \frac{R_2}{2L} \frac{1}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}$ .

II.1.1. On applique le théorème d'Ampère dans les milieux ferromagnétiques:  $H2\pi R = N_1 i_1 + N_2 i_2$ .  $\Rightarrow H = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{2\pi R}$ .

Dans le milieu ferromagnétique linéaire, homogène et isotrope:  $B = \mu H = \frac{\mu(N_1 i_1 + N_2 i_2)}{2\pi R}$ .

$$\text{Par suite: } \varphi = \frac{\mu(N_1 i_1 + N_2 i_2)S}{2\pi R}.$$

II.1.2. •  $\phi_1 = N_1 \varphi = \frac{\mu(N_1 i_1 + N_2 i_2)S}{2\pi R} N_1 = L_1 i_1 + M i_2$ .

Par identification, on en déduit que:  $L_1 = \frac{\mu N_1^2 S}{2\pi R}$  et  $M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{2\pi R}$ .

$\phi_2 = N_2 \varphi = \frac{\mu(N_1 i_1 + N_2 i_2)S}{2\pi R} N_2 = L_2 i_2 + M i_1$ .

Par identification, on en déduit que:  $L_2 = \frac{\mu N_2^2 S}{2\pi R}$ .

•  $L_1 L_2 = \frac{\mu^2 N_1^2 N_2^2 S^2}{4\pi^2 R^2}$  et  $M^2 = \frac{\mu^2 N_1^2 N_2^2 S^2}{4\pi^2 R^2}$ .

On constate que:  $M^2 = L_1 L_2 \Rightarrow$  le couplage est parfait.

II.1.3.  $e_1 = -N_1 \frac{d\varphi}{dt}$  et  $e_2 = -N_2 \frac{d\varphi}{dt}$ .

II.1.4.  $m = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-e_2}{-e_1} = \frac{N_2}{N_1}$ .

II.1.5.  $\mu_r \rightarrow +\infty$  et  $B$  est finie  $\Rightarrow H \rightarrow 0$ . Soit:  $N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$ . Par suite:  $\boxed{\frac{i_2}{i_1} = -\frac{N_1}{N_2}}$ .

II.1.6. •  $\boxed{r = \frac{|u_2 i_2|}{|u_1 i_1|} = 1}$ .

- Le transformateur parfait ne consomme aucune puissance (toute la puissance fournie au primaire est transmise au secondaire).

II.2.1. Le transformateur d'isolement permet d'éviter le court-circuit de la résistance  $r$ .

II.2.2. • Millmann à l'entrée (-) de l'A.O.1:  $\underline{v}_1^- = 0 \Rightarrow \frac{V_D}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = 0$ . Soit:  $\underline{V}_1 = -\frac{R_2}{R_1} \underline{V}_D$ . Or:  $\underline{V}_D = -r \underline{I}_1$ .

Donc:  $\boxed{v_1(t) = \frac{R_2}{R_1} r i(t)}$ .

•  $\boxed{x = v_1(t) = \frac{R_2}{R_1} r i(t)}$ .

II.2.3.  $v_A = u(t) = y$ .

II.2.4.  $\boxed{s = kxy = k \frac{R_2}{R_1} r u(t) i(t)}$ .

II.2.5. •  $v_{2-} = 0 \Rightarrow \frac{v_2}{R_3} + v_3 \left( \frac{1}{R_3} + jC'\omega \right) = 0$ . Donc:  $v_2 = -v_3(1 + jR_3C'\omega)$ .

- le montage après le multi-plier joue le rôle d'un intégrateur inverseur.

- La condition pour que le montage joue le rôle d'un intégrateur est:  $R_3C'\omega \gg 1$ .

- La relation reliant  $v_3(t)$  à  $v_2(t)$  lorsque  $R_3C'\omega \gg 1$  est satisfaite est:  $v_3(t) = -\frac{1}{R_3C'} \int v_2(t) dt$ .

II.2.6. •  $v_3(t) = -\frac{1}{R_3C'} k \frac{R_2}{R_1} r \int u(t) i(t) dt$ .

- $v_3$  est proportionnelle à la puissance moyenne consommée par le dipôle AB.

II.3.1. •  $\boxed{P_1 = P_2 + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + P_F}$ .

•  $\boxed{\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100}$ .

II.3.2. Les relations locales permettant de justifier que  $P_F$  est proportionnelle au carré de la fréquence sont:

- La densité volumique de courant  $\vec{j}$  est reliée au champ électrique à l'aide de la loi d'Ohm locale:  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

•  $P_F = \vec{j} \cdot \vec{E}$ .

•  $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ .

III.1.1. On a:  $dL = \sqrt{(dx)^2 + (dz)^2} = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} = dx \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right] \simeq dx$ . (Dans le cadre des ondes de faibles amplitudes les termes d'ordre deux sont négligeables).

III.1.2. Projection, suivant l'axe  $(Oz)$ , du théorème de la résultante cinétique appliqué à l'élément de la corde situé entre  $x$  et  $x + dx$  dans le référentiel terrestre supposé galiléen:  $\mu dx \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = T_z(x + dx) - T_z(x) = \frac{\partial}{\partial x} (T_z(x, t)) dx$ .

Projection, suivant l'axe  $(Ox)$ :  $0 = T_x(x + dx) - T_x(x) = \frac{\partial}{\partial x} (T_x(x, t)) dx$

III.1.3. On a:  $\frac{\partial}{\partial x} (T_x(x, t)) = 0 \Rightarrow T_x(x, t) = T_0 = mg$ . De plus:  $\tan \theta = \frac{T_z}{T_0} \frac{\partial z}{\partial x}$ . Par suite:  $\boxed{\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{T_0}{\mu} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}}$ .

III.1.4. •  $z_1(x, t) = a \cos(\omega t - kx)$ .

$$\bullet c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}.$$

III.2.1. • Puisque les deux extrémités de la corde sont fixées, la solution de l'équation d'onde envisagée est une solution en ondes stationnaires  $z(x, t) = f(x) \cdot g(t)$ .

$$\bullet f(x) \text{ et } g(t) \text{ vérifient: } f(x) \frac{d^2 g}{dt^2} = c^2 g(t) \frac{d^2 f}{dx^2} \Rightarrow \frac{1}{g(t)} \frac{d^2 g}{dt^2} = \frac{c^2}{f(x)} \frac{d^2 f}{dx^2} = cte.$$

Lorsque  $cte = 0$  ou  $cte > 0$ , les solutions divergent où s'atténuent au cours du temps ne correspondent pas à la propagation d'ondes dans le milieu.

$$\text{Donc: } cte = -\omega^2 \Rightarrow g(t) = A \cos(\omega t + \beta) \text{ et } f(x) = B \cos(kx + \alpha), \text{ avec: } k = \frac{\omega}{c}.$$

$$\text{III.2.2. } z(x, t) = z_0 \cos(\omega t + \beta) \cos(kx + \alpha).$$

$$z(0, t) = 0 \Rightarrow z_0 \cos \alpha = a \text{ et } \beta = 0.$$

$$z(L, t) = 0 \Rightarrow z_0 \cos(kL + \alpha) \cos(\omega t) = 0 \Rightarrow kL + \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2}. \text{ Par suite: } \alpha = \frac{\pi}{2} - kL.$$

$$\text{Donc: } \boxed{z(x, t) = \frac{a}{\sin(kL)} \cos(kx + \frac{\pi}{2} - kL) \cos(\omega t) = \frac{a}{\sin(kL)} \sin[k(L - x)] \cos(\omega t)}.$$

III.2.3. • La résonance d'amplitude se produit lorsque l'amplitude de  $z(x, t)$  est maximale, c'est à dire :

$$\frac{a}{\sin kL} \rightarrow +\infty \text{ et } \sin[k(L - x)] = \pm 1 \Rightarrow kL = n\pi, \text{ avec: } n \in \mathbb{N}^*.$$

• Le modèle de faible amplitude n'est donc pas valable à la résonance.

III.2.4. la corde semble fixe si  $T_s = nT$ , Soit:  $\boxed{f = n f_s}$ .

III.2.5. Entre deux éclairs successifs du stroboscope, un point d'un disque tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  semble tourner d'un angle:  $\theta = \omega(T_s - T)$ , avec:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

On exprime l'angle  $\theta$  en utilisant la vitesse de rotation apparente  $\omega_a = \frac{2\pi}{T_a}$ :  $\theta = \omega_a T_s$ .

$$\text{Donc: } \frac{2\pi}{T}(T_s - T) = \frac{2\pi}{T_a} t_s. \text{ D'où: } \frac{1}{T} - \frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_a}.$$

$$\text{Par suite: } \boxed{f_a = f - f_s}.$$

III.2.6. La distance entre eux noeuds est un multiple de  $\frac{\lambda}{2}$ .

$$\text{Donc: } L = \frac{p\lambda}{2} = \frac{pcT}{2} = \frac{pc}{2f}. \text{ par suite: } \boxed{f = \frac{pc}{2L}}.$$

III.2.7.  $f = \frac{p}{2L} \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$ . D'après la figure 7 de l'énoncé:  $p = 4$ . A.N:  $f = 100 \text{ Hz}$ .

$$\text{III.3.1. On a: } \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{d^2 \psi}{dx^2} = -k^2 \psi(x).$$

$$\text{Or: } E = E_c + E_p = \frac{p^2}{2m} + E_p = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + E_p = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} \frac{1}{\psi(x)} + E_p.$$

$$\text{On multiplie l'équation précédente par } \psi(x) \text{ et on obtient: } \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + E_p \psi(x) = E \psi(x)}.$$

III.3.2.  $0 \leq x \leq a$ :  $E_p = 0 \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E \psi(x) \Rightarrow \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \psi(x) = 0$ . la solution de cette équation est:

$$\psi(x) = A \cos \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x + B \sin \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x. \text{ Puisque: } E_p(x < 0) = +\infty \text{ et } E_p(x > a) = +\infty, \text{ donc: } \psi(x = 0) = 0 \text{ et } \psi(x = a) = 0.$$

$$\psi(x = 0) = 0 \Rightarrow A = 0. \text{ soit: } \psi(x) = B \sin \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x.$$

$$\psi(x = a) = 0 \Rightarrow B \sin \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} a = 0. \text{ Par suite: } \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} a = n\pi.$$

$$\text{On en déduit que: } \boxed{E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}}, \text{ avec } n \in \mathbb{N}^*. \text{ Donc } E_n \text{ est quantifiée.}$$