

المملكة المغربية
ROYAUME DU MAROC



Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche
Scientifique de la Formation des Cadres

Présidence du Concours National Commun
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Rabat



CONCOURS NATIONAL COMMUN
d'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs
et Établissements Assimilés

Session 2016

ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Filière **PSI**

Durée **4** heures

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est autorisé

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

L'épreuve étudie des aspects relatifs aux transferts d'informations. Les signaux supports de l'information tels que le son et l'image sont analogiques c'est à dire continus. Avec les développements de la technologie et de l'informatique on utilise de plus en plus des signaux sous forme numérique, par exemple en téléphonie, en radio numérique, etc.... De tels signaux sont gérés par des ordinateurs (stockage, gravure, etc.). Le signal initial est analogique (continu), comme par exemple la voix (20 à 20 kHz) collectée par un microphone, il est possible de le convertir en signal numérique (discret); et pour passer d'une forme à l'autre on utilise des convertisseurs analogiques \leftrightarrow numériques.

I Collecte d'un signal analogique sonore

I.1. propagation d'onde acoustique

Un cylindre horizontal de section droite Σ est rempli d'un gaz de masse volumique ρ_0 et de pression P_0 au repos. Lorsque ce gaz est le siège d'une onde acoustique, on note $p(x, t)$ la surpression ($p(x, t) = P - P_0$), $v(x, t)$ la vitesse (macroscopique) et $\rho(x, t)$ la masse volumique, à l'instant t dans le plan de cote x .

Le coefficient de compressibilité isentropique du gaz est $\chi_S = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial P} \Big|_S$ V , P et S sont respectivement le volume, la pression et l'entropie.

- I.1.1. En appliquant le théorème du centre de masse à une tranche de gaz comprise entre les plans de cotes x et $x + dx$, déterminer l'équation aux dérivées partielles liant la vitesse de déplacement $v(x, t)$ de la tranche de gaz considérée à la surpression $p(x, t)$ qui y règne.
- I.1.2. Donner la relation locale de conservation de la matière.
- I.1.3. En supposant que la tranche de gaz subit une évolution adiabatique réversible au passage de l'onde, écrire une autre équation aux dérivées partielles liant $v(x, t)$ et $p(x, t)$.
- I.1.4. Rappeler ce qu'on entend par approximation acoustique et en déduire l'équation d'onde vérifiée par la surpression ou pression acoustique $p(x, t)$.
- I.1.5. Définir une onde plane progressive. Donner l'expression de la vitesse de propagation c de l'onde dans le gaz.

I.1.6. Écrire l'expression de la surpression pour une onde plane sinusoïdale de fréquence f , d'amplitude p_0 et progressive dans le sens des x croissants.

I.2. Microphone électrodynamique.

Le microphone comporte une bobine plate d'axe $X'X$ comportant N spires de rayon a , solidaire d'une membrane ; la bobine peut se déplacer dans le champ magnétique créé par un aimant fixe. L'équipage (bobine + membrane) assimilé à un solide, noté (S), a pour masse totale m et peut se traduire selon $X'X$ de vecteur unitaire \vec{u}_X .

Son mouvement est repéré dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen par l'abscisse $x(t)$ de son barycentre. Le solide (S) est rappelé par une force élastique due à un ressort de raideur k et subit une force de frottement de type visqueux opposée à sa vitesse de translation : $\vec{F}_f = -h \cdot \vec{v}$ où h est une constante positive. La position $x = 0$ correspond à la position de repos du système, le ressort n'étant ni tendu, ni comprimé, le courant ainsi que la surpression acoustique étant nuls.

La bobine, électriquement fermée sur elle-même, est placée dans l'entrefer d'un aimant où le champ magnétique est de la forme $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{u}_r$, B_0 est une constante et \vec{u}_r est le vecteur unitaire radial normal à $X'X$.

On supposera que la face externe de la membrane est soumise à une pression totale $P_t = P_0 + p(t)$, P_0 représentant la pression atmosphérique et $p(t)$ la surpression acoustique. La face interne de la membrane est soumise seulement à la pression P_0 . On supposera que la membrane est assimilable à un disque de section S (Figure 1).

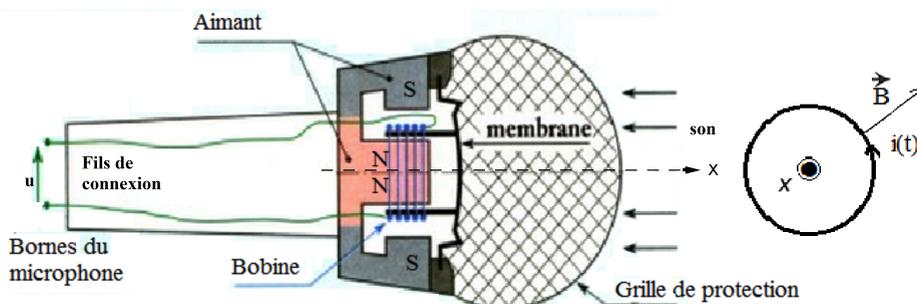


Figure 1

I.2.1. Le microphone reçoit une onde acoustique progressive $p(x, t)$, comment justifier qu'on puisse l'écrire sous la forme $p(t)$?

I.2.2. La force de pression acoustique fait bouger la membrane, expliquer pourquoi on a apparition d'un courant $i(t)$ dans la bobine. Expliquer ce qu'on entend en disant que le microphone est un transducteur.

I.2.3. Déterminer l'expression de la résultante de Laplace \vec{F}_L exercée par le champ magnétique sur l'ensemble de la bobine en fonction de N, a, i et B_0 .

I.2.4. Déterminer la force électromotrice fém e qui apparaît dans la bobine.

I.2.5. La bobine a une résistance R et un coefficient d'auto-inductance L . Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant i dans la bobine. Cette équation est appelée équation (E).

I.2.6. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à (S), déterminer l'équation différentielle liant $x(t)$ et ses dérivées à l'intensité $i(t)$ et à $p(t)$. Cette équation est appelée équation (M).

On suppose que la surpression acoustique $p(t)$ est sinusoïdale de pulsation ω .

A une grandeur sinusoïdale $f(t) = F_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, il peut être commode d'associer le complexe souligné $\underline{f}(t) = F_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$, avec $j^2 = -1$ et $f(t) = \text{Re}(\underline{f}(t))$.

I.2.7. Réécrire en notation complexe l'équation (E). On posera $Z_e = R + j \cdot L\omega$.

I.2.8. Réécrire l'équation (M), sous la forme : $Z_m \cdot \underline{v} = f(\underline{i}, \underline{p})$ et exprimer Z_m .

I.2.9. Établir la relation : $\underline{i}(t) = \underline{A} \cdot \underline{p}(t)$, et donner l'expression de \underline{A} .

II Stockage et lecture d'un signal numérique

A l'ère du numérique, les disques optiques (CD, DVD,...) sont les supports de stockage de l'information sous forme numérique, les plus couramment utilisés. L'information est stockée sous forme de plats et de creux (gravés) le long de plusieurs pistes d'une spirale située sur la surface utile du disque CD (Compact Disk). Le disque comporte une couche métallique recouverte par une couche de polycarbonate (plastique) d'indice de réfraction $n_p = 1,55$.

La spirale commence au rayon $R_1 = 2,5 \text{ cm}$ et se termine au rayon $R_2 = 5,8 \text{ cm}$ et les pistes sont séparées de $a = 1,6 \mu\text{m}$: voir figure 2. La spirale est constituée d'alvéoles de largeur $0,67 \mu\text{m}$, de longueur variable et d'une profondeur h . On nomme « creux » le fond d'une alvéole et « plat » l'espace entre deux alvéoles.

II.1. Caractéristiques mécaniques

II.1.1. Exprimer la surface utile du disque sur laquelle est enregistrée l'information.

II.1.2. En assimilant la spirale à un rectangle de longueur L , déterminer cette longueur sur laquelle se trouve l'enregistrement.

Le système est asservi de sorte que la piste se déplace devant la tête de lecture à la vitesse linéaire constante $v_0 = 1,22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

II.1.3. Quelle est la durée totale de lecture τ exprimée en minutes.

II.1.4. Exprimer alors la vitesse angulaire Ω et déterminer sa valeur maximale Ω_{max} .

II.1.5. La capacité d'un CD vaut $N = 650$ mégaoctets, et un octet est formé de huit bits. Déterminer la longueur moyenne l_b occupée par un bit sur la piste.

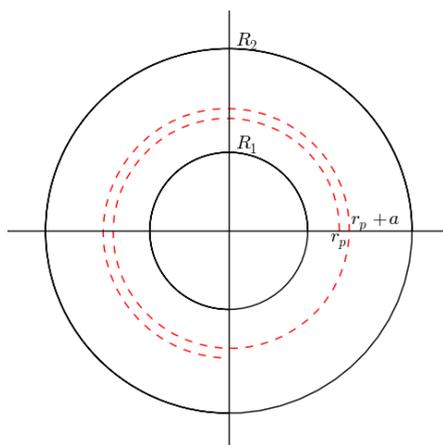


Figure 2

II.2. Aspects optiques et lecture de l'information

Le faisceau laser cylindrique traverse un miroir semi- réfléchissant, arrive sous incidence normale sur une piste de la spirale, puis se réfléchit vers une cellule photoélectrique : voir figure 3.

Si le faisceau incident a frappé un plat ou un creux, toutes les parties du faisceau réfléchi sont en phase : les interférences sont constructives. Si le faisceau a frappé un passage plat-creux, les deux parties du faisceau réfléchi sont déphasées et on considère la situation où ces interférences sont destructives.

Dans les deux cas la cellule photoélectrique indiquera des intensités extrêmes ; on a donc deux états qu'on peut noter par les bits '0' et '1'.

Le laser utilisé pour lire les CD a une longueur d'onde dans l'air $\lambda_0 = 780nm$.

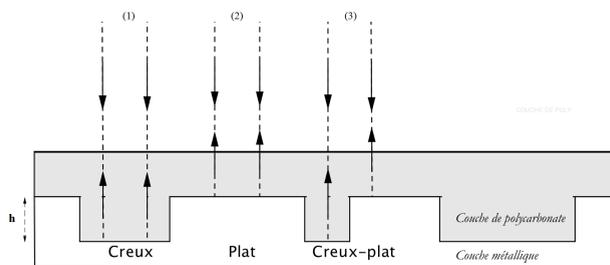


Figure 3

II.2.1. Exprimer la différence de marche optique et le déphasage dans le cas d'interférences destructives (intensité nulle).

II.2.2. Déterminer la valeur minimale de la profondeur h d'un creux dans le CD ?

II.2.3. Dispositif de lecture

Le récepteur optique est constitué par un ensemble de trois photodiodes (D_1, D, D_2) qui reçoivent le faisceau laser réfléchi sur la surface du disque CD. D est la diode permettant la lecture de la piste. Les diodes D_1 et D_2 sont placées de part et d'autre de D . On étudie le montage de la figure 4(b).

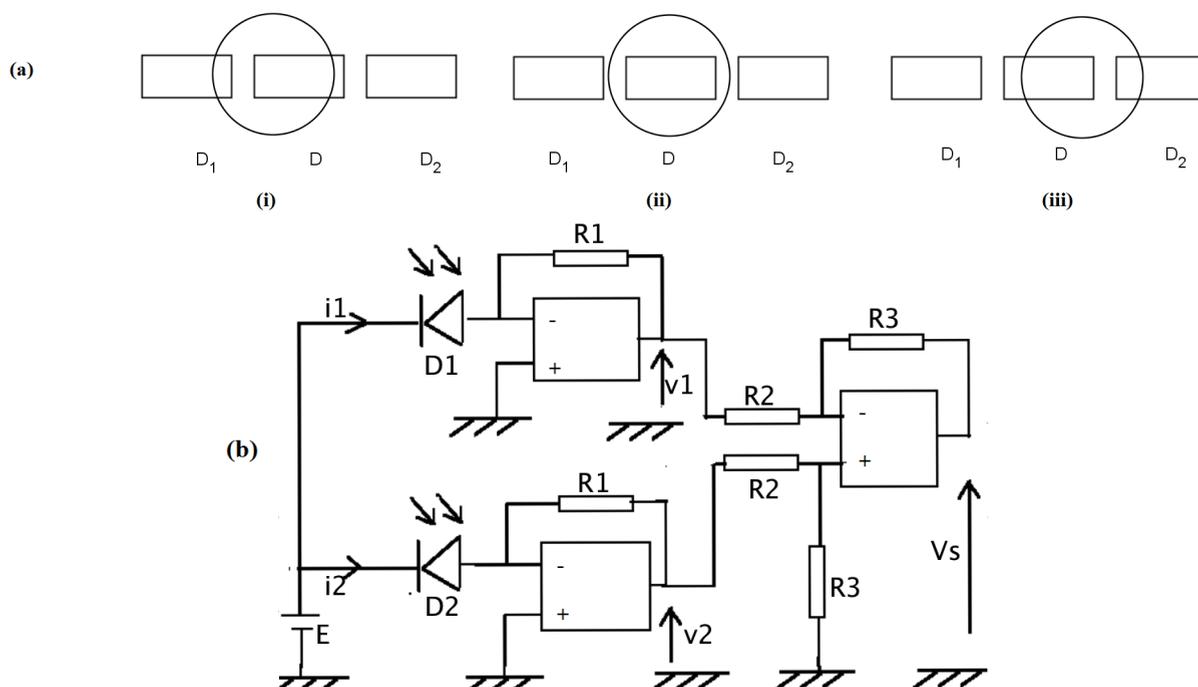


Figure 4

Les amplificateurs opérationnels sont parfaits et fonctionnent en régime linéaire.

Aucune connaissance particulière sur les photodiodes n'est exigible. Les deux photodiodes sont identiques, polarisées en inverse et chacune est assimilée à une source de courant et on a : $i_1 = k \cdot \Phi_1$ et $i_2 = k \cdot \Phi_2$.

Φ_1 et Φ_2 sont les flux lumineux reçus respectivement par D_1 et D_2 et k est une constante.

II.2.3.1. Établir l'expression de v_1 en fonction de Φ_1 .

II.2.3.2. Donner sans démonstration l'expression de v_2 en fonction de Φ_2 .

II.2.3.3. Établir l'expression de v_s en fonction de v_1, v_2, R_2 et R_3 .

Quelle est la fonction réalisée par le dernier amplificateur opérationnel ?

II.2.3.4. En déduire l'expression de v_s en fonction de k, R_1, R_2, R_3, Φ_1 et Φ_2 .

II.2.3.5. Quelle est la valeur de v_s quand le faisceau est sur la piste ?

Déterminer le signe de v_s dans les deux cas (i) et (iii) de la figure 4(a).

II.2.3.6. En déduire le rôle de ce circuit dans le fonctionnement du lecteur du disque.

II.2.3.7. Quel est le rôle joué par la tension E .

II.2.4. Mesure du pas par diffraction

On utilise **dans cette question** un laser de laboratoire de longueur d'onde $\lambda_{labo} = 632nm$. Le faisceau, de diamètre égal à quelques millimètres, arrive sous incidence normale sur le CD et intercepte plusieurs sillons (figure 5(a) et 5(b)). Ces sillons sont assimilés à des miroirs équidistants du pas a et ainsi le CD peut être assimilé à un réseau qui diffracte par réflexion et donne des taches sur un écran situé à la distance $D = O'O$ du disque.

II.2.4.1. Rappeler le principe de Huyghens-Fresnel de diffraction.

On rappelle, dans le cas général, la relation fondamentale des réseaux donnant les maxima principaux : $\sin(i) - \sin(i_p) = p \cdot \frac{\lambda}{a}$, avec p entier relatif.

i et i_p sont les angles respectifs que forment le rayon incident et le rayon diffracté avec la normale au disque.

II.2.4.2. Que représente le cas $p = 0$?

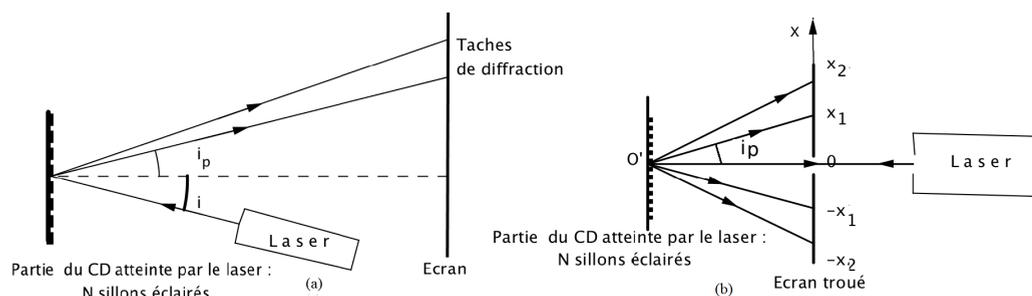


Figure 5

La diminution des longueurs d'onde de lecture respectivement $\lambda = 780nm$ pour le CD et $\lambda' = 650nm$ pour le DVD permet de réduire le pas de la spirale, et augmenter la capacité de stockage.

II.2.4.3. A quelle couleur correspond chacune de ces deux longueurs d'onde ?

II.2.4.4. On considère le cas schématisé par la figure 5(b). La 1^{ère} tache lumineuse est repérée par x_1 ; donner l'expression de a en fonction de x_1, λ et D .

II.2.4.5. On désire comparer a et a' respectivement les pas d'un CD et d'un DVD (Digital Versatile Disk). Déterminer a et a' sachant qu'on a pour le CD : $2x_1 = 228mm$, $D = 255mm$; et pour le DVD : $2x'_1 = 755mm$, $D' = 225mm$.

II.2.4.6. Pour le CD et le DVD, on note respectivement par l_o et l'_o les tailles d'un octet et par N et N' leur capacité de stockage totale. Déterminer l'expression du rapport des capacités de stockage : $\eta = \frac{N'}{N}$.

III Interconversion numérique-analogique

Pour stocker des informations analogiques (sons, données) sur des supports numériques on doit les convertir en signaux numériques, et pour les utiliser il faut les reconverter sous forme analogique. Pour cela on utilise des convertisseurs analogique-numérique et des convertisseurs numérique-analogique. La fréquence f des signaux analogiques audio vérifie : $f_{min} = 20\text{Hz} \leq f \leq f_{max} = 20\text{kHz}$.

III.1. Conversion numérique-analogique.

III.1.1. Lors de l'enregistrement du CD, le signal audio est échantillonné et bloqué avec une fréquence d'échantillonnage $F_E = 44\text{kHz}$ et ensuite il est numérisé.

Qu'appelle t-on échantillonnage d'un signal ? Justifier que la valeur choisie pour F_E , correspond à un échantillonnage sans perte d'information.

III.1.2. La chaîne utilise un convertisseur numérique-analogique (C.N.A) à 16 bits. Ce convertisseur peut fournir une tension comprise entre les valeurs extrêmes -5 V et $+5\text{ V}$.

Déterminer la valeur du quantum q du C.N.A utilisé.

III.1.3. Le spectre du signal audio $V(t)$ désiré est représenté en figure 6(a) et le spectre du signal $V_{cna}(t)$ de sortie du C.N.A est donné en figure 6(b).

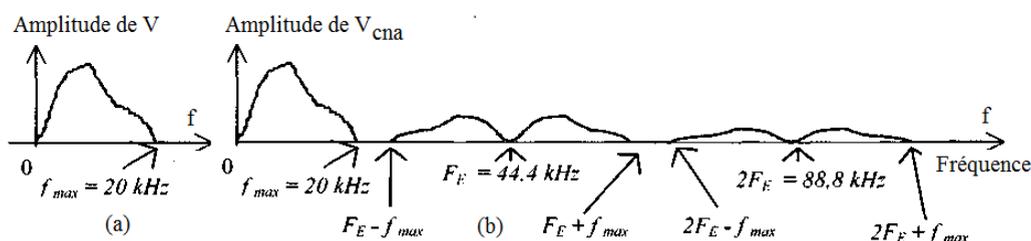


Figure 6

III.1.3.1. Quel type de filtre doit-on utiliser pour obtenir le signal audio désiré ? Donner, en le justifiant, la fréquence de coupure f_c de ce filtre.

III.1.3.2. Donner un exemple de filtre analogique (schéma), et donner la forme de l'équation différentielle qui relie les grandeurs d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$.

III.1.3.3. Si on envisage un filtrage numérique à la fréquence F_e , donner la forme de la relation de récurrence qui relie s_{n+1} à e_n et s_n .

III.2. Convertisseur analogique-numérique

On étudie le principe d'un convertisseur analogique-numérique (C.A.N), réalisé à l'aide du circuit schématisé sur la figure 7. L'amplificateur opérationnel est idéal et en régime linéaire et $U_{ref} = -12\text{V}$.

Chacun des quatre interrupteurs ($0 \leq i \leq 3$) peut occuper la position 0, alors $a_i = 0$, ou la position 1 et alors $a_i = 1$.

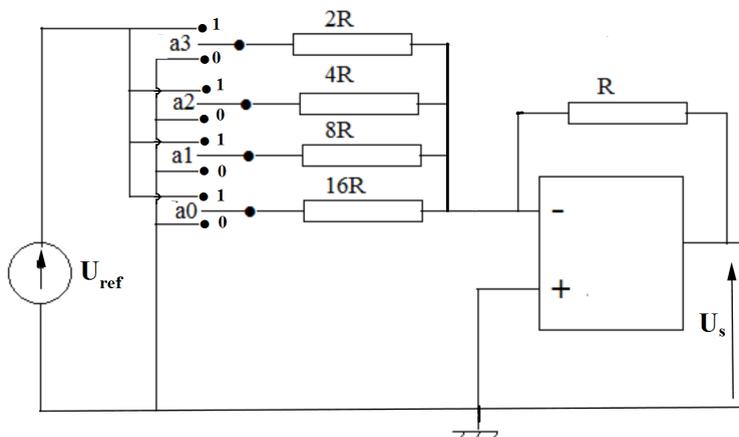


Figure 7

- III.2.1. Donner l'expression de U_s en fonction de a_i et U_{ref} .
- III.2.2. Calculer le quantum q' de ce convertisseur.
- III.2.3. Quel mot binaire $a_3a_2a_1a_0$ faudra-t-il mettre en entrée pour avoir en sortie la tension la plus proche de 5V.

IV Transmission de signaux lumineux par fibre optique

La lumière tend de plus en plus à être utilisée pour la transmission de signaux d'information ; elle présente en effet, par rapport à d'autres signaux, l'avantage d'être insensible aux perturbations électromagnétiques.

IV.1. Une fibre optique cylindrique, placée dans l'air d'indice $n_0 = 1$ est constituée de deux cylindres transparents coaxiaux, d'axe $X'OX$, de rayons respectifs R_1 et R_2 et d'indices de réfraction respectifs n_1 et n_2 (Figure 8).

Un rayon lumineux SO monochromatique dans l'air atteint la face d'entrée de la fibre optique en son centre O , sous l'angle d'incidence i_0 .

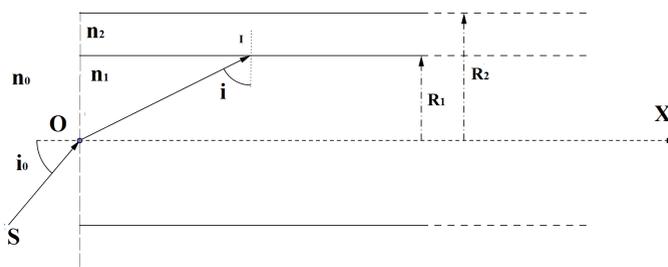


Figure 8

- IV.1.1. Au point I à l'interface cœur-gaine, quelle doit être la condition sur l'angle d'incidence i pour avoir une réflexion totale. Expliquer pourquoi le rayon restera confiné dans le cœur d'indice n_1 .

- IV.1.2. Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence i_0 est inférieur à une valeur limite i_a appelé angle d'acceptance qu'on exprimera en fonction de n_0 , n_1 et n_2 .
- IV.1.3. On considère deux rayons passant par O ; l'un entre en incidence normale, l'autre avec l'incidence limite i_a . Calculer la différence Δt entre les durées des trajets de la lumière selon chacun de ces rayons sur une longueur L de fibre en fonction de c , L , n_1 et n_2 .
- IV.1.4. Quelle durée T doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se superposent pas à la sortie de la fibre ? En déduire le débit limite de la ligne (en impulsions/seconde).
- IV.1.5. Courbure d'une fibre optique
On courbe la fibre précédente selon un quart de cercle de rayon R (moyen) et de centre C et on l'éclaire sous incidence normale. Quel est le rayon de courbure

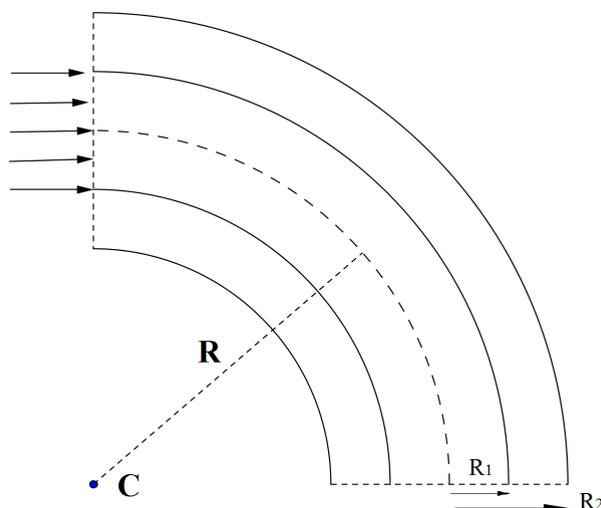


Figure 9

R minimal pour lequel toute la lumière incidente traverse la fibre (Figure 9).

- IV.1.6. La fibre est légèrement absorbante et la puissance $P(x)$ au point x , subit une variation de dP sur une tranche de longueur dx , proportionnelle à l'épaisseur dx et à la puissance $P(x)$: $dP = -\alpha.P(x).dx$, où α est une constante (positive) caractéristique de la fibre.
- IV.1.6.1. Déterminer l'expression du gain en décibels : $G = 10.\log_{10} \frac{P(x=0)}{P(x)}$.
- IV.1.6.2. Le constructeur de la fibre indique pour celle-ci un coefficient d'atténuation du gain $\beta = 0.4dB.km^{-1}$. Déterminer la puissance du faisceau lumineux après un parcours de 100 km à l'intérieur de la fibre. La puissance injectée à l'entrée de la fibre est $P(x = 0) = 1\mu W$ et on néglige les pertes à l'entrée et à la sortie de la fibre.