

➤ **Question 1 :** Compléter les chronogrammes du document réponse DR1 décrivant les deux possibilités d'évolutions partielles du diagramme d'états lorsque ROBY est en fonctionnement et l'opérateur appuie sur le bouton arrêt d'urgence.

Voir document réponse DR1.

➤ **Question 2 :**

- a) Calculer la valeur minimale de l'instant t_2 pour satisfaire l'exigence d'identité 1.3.1 en termes de course de levage.
- b) Etablir la relation entre V_8 et ω_m .
- c) Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble (E) = { S_5 , APTR, S_6 , Courroie(40), S_7 , S_8 } dans son mouvement par rapport à (S_1) en fonction de J_m , J_r , J_7 , n , p , M_8 et ω_m .
- d) En déduire le moment d'inertie $J_{\text{éq}}$ de l'ensemble des éléments de (E) ramené à l'arbre moteur.

a) La course $C = V_{8\text{max}} \cdot t_2$. On a $C \geq 1300\text{mm}$ et $V_{8\text{max}} = 0.05\text{m/s}$ donc $t_2 \geq 1.3/0.05$ soit $t_2 \geq 26\text{sec}$ d'où $t_{2\text{min}} = 26\text{sec}$

b) $\overline{V(O_8 \in S_8 / S_7)} = \frac{p}{2\pi} \overline{\Omega(S_8 / S_7)} \Rightarrow \overline{V(O_8 \in S_8 / S_1)} = -\frac{p}{2\pi} \overline{\Omega(S_7 / S_1)}$

$V_8 = -\frac{p}{2\pi} \cdot \omega_7 = -\frac{p}{2\pi} \cdot \frac{R_{38}}{R_{39}} \omega_r \Rightarrow V_8 = -\frac{p}{2\pi} \cdot n \cdot \omega_m$

c) $T(E/S_1) = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_r \omega_r^2 + \frac{1}{2} J_7 \omega_7^2 + \frac{1}{2} M_8 V_8^2 \Rightarrow T(E/S_1) = \frac{1}{2} \left(J_m + (J_r + J_7) n^2 + M_8 \left(\frac{p}{2\pi} n \right)^2 \right) \omega_m^2$

d) $T(E/S_1) = \frac{1}{2} J_{\text{éq}} \omega_m^2 \Rightarrow J_{\text{éq}} = J_m + (J_r + J_7) n^2 + M_8 \left(\frac{p}{2\pi} n \right)^2$

➤ **Question 3 :**

- a) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (E) dans son mouvement par rapport à (S_1). En déduire C_m en fonction de $J_{\text{éq}}$, M_8 , g , n , p et $\dot{\omega}_m$.
- b) Déterminer en fonction de $V_{8\text{Max}}$ et des données du problème l'expression du couple moteur C_m maximal noté $C_{m\text{Max}}$.
- c) Sachant que $J_{\text{éq}} = 10^{-4} \text{Kg.m}^2$ Calculer la valeur de $C_{m\text{Max}}$.

a) Le T.E.C. s'écrit $\frac{d}{dt} T(E/S_1) = P_{\text{EXT}}(E) + P_{\text{INT}}(E)$

$P_{\text{EXT}}(E) = \underbrace{P_{\text{moteur}}}_{C_m \omega_m} + \underbrace{\sum P_{S_i \text{---} \text{Liaison} \rightarrow S_i / S_1}}_{0 \text{ liaisons parfaites}} + \underbrace{\sum P_{\text{PES} \rightarrow S_i / S_1}}_0 + \underbrace{P_{\text{PES} \rightarrow S_8 / S_1}}_{-M_8 g V_8}$ avec $S_i = S_5, S_6, S_7, S_8$, (solides en liaison

avec le chariot S_1) et $S_j =$ solides en rotation (leurs énergies potentielles constantes).

$P_{\text{EXT}}(E) = C_m \dot{\omega}_m - M_8 g V_8$ et $P_{\text{INT}}(E) = 0$ (les liaisons entre les solides de (E) sont parfaites)

D'où : $C_m = J_{\text{éq}} \dot{\omega}_m - M_8 g \frac{p}{2\pi} n$

b) On a $C_m = J_{\text{éq}} \dot{\omega}_m - M_8 g \frac{p}{2\pi} n = -J_{\text{éq}} \cdot \frac{2\pi}{np} \dot{V}_8 - M_8 g \frac{p}{2\pi} n$

$C_{m\text{Max}} = -J_{\text{éq}} \cdot \frac{2\pi}{np} \cdot \frac{V_{8\text{Max}}}{t_1} - M_8 g \frac{p}{2\pi} n$ (n est négatif : $n = -0.1$)

c) $C_{m\text{Max}} = 2.06 \text{m.N}$

➤ **Question préliminaire :** (Filière PSI) Voir document réponse DR8 Etude d'iso-hyperstaticité du mécanisme de transformation de mouvement de la plateforme. Consulter le document réponse DR8 puis répondre directement sur ce document.

➤ **Question 4 :**

- a) Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique au solide (S₈) en projection sur \vec{z}_1 . (On établira le bilan des résultantes correctement)
- b) Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème du moment statique au point O₈ au solide (S₇) en projection sur \vec{z}_1 . (On établira le bilan des moments correctement)
- c) Déterminer alors le couple de freinage C_f en fonction de M₈, g, F et p.
- d) Calculer C_f puis vérifier si le cahier des charges est satisfait.

a) T.R.S. appliqué au au solide (S₈), en projection sur \vec{z}_1 : $\vec{z}_1 \cdot \vec{R}(\overline{S_8} \rightarrow S_8) = 0$

$$\underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{R}(S_1 \xrightarrow{L_1} S_8)}_0 + \underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{R}(S_1 \xrightarrow{L_2} S_8)}_0 + \underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{R}(S_7 \rightarrow S_8)}_{Z_{78}} + \underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{R}(\text{plafond} \rightarrow S_8)}_{-F} + \underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{R}(\text{PES} \rightarrow S_8)}_{-M_8g} = 0$$

ce qui donne $Z_{78} - F - M_8g = 0$ (1)

b) T.M.S. appliqué au au solide (S₇) au point O₈, en projection sur \vec{z}_1 : $\vec{z}_1 \cdot \vec{M}_{O_8}(\overline{S_7} \rightarrow S_7) = 0$

$$\underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{M}_{O_8}(S_1 \rightarrow S_7)}_0 + \underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{M}_{O_8}(S_8 \rightarrow S_7)}_{-N_{78}} + \underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{M}_{O_8}(\text{frein} \rightarrow S_7)}_{-C_f} + \underbrace{\vec{z}_1 \cdot \vec{M}_{O_8}(\text{PES} \rightarrow S_7)}_{0 (G_7 \in (O_8, \vec{z}_1))} = 0 \Rightarrow -N_{78} - C_f = 0$$
 (2)

c) On a $N_{78} = -\frac{p}{2\pi} Z_{78}$ donc (1) et (2) donne $C_f = \frac{p}{2\pi} (F + M_8g)$

d) $C_f = 20.38 \text{ m.N}$ $C_f < 32 \text{ m.N}$ donc le cahier des charges est bien satisfait en termes de choix du frein (35).

➤ **Question 5 :** Voir document réponse DR2.

- a) Quelle est la direction de $\vec{V}(B \in 8/5)$? Justifier votre réponse.
- b) Déterminer graphiquement le C.I.R. noté I₈₅ du mouvement de (8) par rapport à (5).
- c) En déduire la direction de $\vec{V}(D \in 8/5)$.

➤ **Question 6 :** Voir document réponse DR2.

- a) Déterminer graphiquement les vecteurs vitesses $\vec{V}(D \in 8/5)$ et $\vec{V}(D \in 10a/5)$.
- b) Déterminer graphiquement $\vec{V}(K \in 8/5)$. Indiquer sa norme.

➤ **Question 7 :** Voir document réponse DR3.

- a) Définir puis tracer la trajectoire du point B du solide (8) dans (5).
- b) Déterminer alors graphiquement les positions des points B et D notées respectivement B₀ et D₀ quand le point K est en position K₀ c'est-à-dire le bras (8) est complètement rentré.
- c) En déduire la course du vérin (10)=(10a,10b). Vérifier si le cahier des charges est respecté.

➤ **Question 8 :** Voir document réponse DR4.

- a) Quelles sont les informations qu'on obtient en étudiant l'équilibre de la biellette (7) ?
- b) Etudier graphiquement l'équilibre de l'ensemble $\Sigma = \{8, 9\}$. En déduire la direction de $\vec{R}(5 \rightarrow 8)$.
- c) Quelle est alors la valeur du coefficient de frottement minimal f_{min} entre (8) et (5) pour garantir le non glissement de (8) par rapport à (5) ?

➤ **Question 9 :**

- a) Sachant que (O₃, \vec{x}_3, \vec{z}_0) est un plan de symétrie matérielle du solide (S₃), simplifier la forme de sa matrice d'inertie $[I_{O_3}(S_3)]$.
- b) Déterminer le moment cinétique au point A $\vec{\sigma}_A(S_4/S_0)$.

➤ **Question 10 :**

- a) Déterminer en fonction de θ, β , leurs dérivées et des données du problème le couple C_{m34}.
- b) Sans effectuer aucun calcul, indiquer le système à isoler et l'unique équation scalaire issue des théorèmes généraux de la dynamique à appliquer pour déterminer le couple C_{m23}.

➤ **Question 9 :**

a)
$$[I_{O_3}(S_3)] = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & -E_3 \\ 0 & B_3 & 0 \\ -E_3 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_0)}$$

b)
$$\overline{\sigma}_A(\overline{S}_4 / S_0) = [I_A(S_4)] \cdot \overline{\Omega}(\overline{S}_4 / S_0) + m_4 \overline{AG}_4 \wedge \overline{V}(A \in \overline{S}_4 / S_0)$$
. On a $\overline{\Omega}(\overline{S}_4 / S_0) = -\dot{\theta} \sin \beta \bar{x}_4 + \dot{\beta} \bar{y}_3 + \dot{\theta} \cos \beta \bar{z}_4$
 D'où $\overline{\sigma}_A(\overline{S}_4 / S_0) = -A_4 \dot{\theta} \sin \beta \bar{x}_4 + B_4 \dot{\beta} \bar{y}_3 + (C_4 \cos \beta + m_4 a_3 L_4) \dot{\theta} \bar{z}_4$

➤ **Question 10 :**

a) T.M.D. appliqué à (S₄) au point A, en projection sur \bar{y}_3 : $\bar{y}_3 \cdot \overline{M}_A(\overline{S}_4 \rightarrow S_4) = \bar{y}_3 \cdot \overline{\delta}_A(\overline{S}_4 / S_0)$

$$\bar{y}_3 \cdot \overline{M}_A(\overline{S}_4 \rightarrow S_4) = \underbrace{\bar{y}_3 \cdot \overline{M}_A(S_3 \rightarrow S_4)}_0 + \underbrace{\bar{y}_3 \cdot \overline{M}_A(M_{34} \rightarrow S_4)}_{C_{m34}} + \underbrace{\bar{y}_3 \cdot \overline{M}_A(PES \rightarrow S_4)}_{\bar{y}_3 \cdot (\overline{AG}_4 \wedge -m_4 g \bar{z}_0) = m_4 g L_4 \cos \beta}$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_3 \cdot \overline{\delta}_A(\overline{S}_4 / S_0) &= \bar{y}_3 \cdot \left. \frac{d}{dt} \overline{\sigma}_A(\overline{S}_4 / S_0) \right|_{R_0} + \underbrace{\bar{y}_3 \cdot m_4 \underbrace{(\overline{V}(A / S_0) \wedge \overline{V}(G_4 / S_0))}_{// \hat{a} \bar{y}_3}}_0 \\ &= \frac{d}{dt} \bar{y}_3 \cdot \overline{\sigma}_A(\overline{S}_4 / S_0) - \left. \frac{d}{dt} \bar{y}_3 \right|_{R_0} \cdot \overline{\sigma}_A(\overline{S}_4 / S_0) \\ &= B_4 \dot{\beta} + m_4 a_3 L_4 \dot{\theta}^2 \sin \beta - A_4 \dot{\theta}^2 \sin \beta \cos \beta + C_4 \dot{\theta}^2 \sin \beta \cos \beta \end{aligned}$$

D'où $C_{m34} = B_4 \dot{\beta} + ((C_4 - A_4) \sin \beta \cos \beta + m_4 a_3 L_4 \sin \beta) \dot{\theta}^2 - m_4 g L_4 \cos \beta$

b) On applique le T.M.D. au point O₃ en projection sur \bar{z}_0 à l'ensemble (Σ) = (S₃ + S₄) soit :

$$\bar{z}_0 \cdot \overline{\delta}_{O_3}(\Sigma / S_0) = \bar{z}_0 \cdot \overline{M}_{O_3}(\Sigma \rightarrow \Sigma)$$

➤ **Question 11 :** Déterminer le moment cinétique au point I₁ $\overline{\sigma}_{I_1}(\overline{S}_{34} / S_0)$.

➤ **Question 12 :**

a) Indiquer à l'instant de l'étude la relation entre \bar{u} et \bar{y}_3 .

b) En appliquant Le théorème du moment dynamique au système (S) = {S₁, S₂, M₂₃, S₃₄, M₃₄} dans son mouvement par rapport à (S₀) au point I₁, en projection sur \bar{u} , déterminer $\bar{u} \cdot \overline{M}(I_1, S_0 \xrightarrow{L_2} S_1)$ en fonction de θ , $\dot{\theta}$ et des données du problème.

On donnera le résultat sous la forme : $\bar{u} \cdot \overline{M}(I_1, S_0 \xrightarrow{L_2} S_1) = K_1 \dot{\theta}^2 + K_2 \cos(\theta) + K_3$

➤ **Question 13 :**

a) A l'instant de l'étude, donner θ en fonction de α_0 , en déduire $\cos(\theta)$ en fonction de c_1 et d_1 .

b) Sachant qu'à l'instant de l'étude $|K_2 \cos(\theta)| > K_3$, donner en fonction des données du problème l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ limite notée $\dot{\theta}_{Max}$ qui provoque le basculement de ROBY.

➤ **Question 11 :**

$$\overline{\sigma}_{I_1}(\overline{S}_{34} / S_0) = \overline{\sigma}_{O_3}(\overline{S}_{34} / S_0) + m_{34} \overline{V}(G_{34} / S_0) \wedge \overline{O_3 I_1}$$

$$\overline{\sigma}_{O_3}(\overline{S}_{34} / S_0) = I_{O_3}(S_{34}) \cdot \overline{\Omega}(\overline{S}_{34} / S_0) = \begin{pmatrix} A_{34} & 0 & -E_{34} \\ 0 & B_{34} & 0 \\ -E_{34} & 0 & C_{34} \end{pmatrix}_{(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_0)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_{(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_0)} = \begin{pmatrix} -E_{34} \dot{\theta} \\ 0 \\ C_{34} \dot{\theta} \end{pmatrix}_{(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_0)}$$

$$\overline{V}(G_{34} / S_0) = L_{34} \dot{\theta} \bar{y}_3 \quad \overline{I_1 O_3} = \overline{I_1 O_2} + \overline{O_2 O_3} = (L_1 + c_2) \bar{x}_0 + (z_1 + d_2) \bar{z}_0$$

$$m_{34} \overline{V}(G_{34} / S_0) \wedge \overline{O_3 I_1} = -m_{34} (z_1 + d_2) L_{34} \dot{\theta} \bar{x}_3 + m_{34} (L_1 + c_2) L_{34} \dot{\theta} \cos \theta \bar{z}_0$$

D'où $\overline{\sigma}_{I_1}(\overline{S}_{34} / S_0) = -(E_{34} + m_{34} (z_1 + d_2) L_{34}) \dot{\theta} \bar{x}_3 + (C_{34} + m_{34} (L_1 + c_2) L_{34} \cos \theta) \dot{\theta} \bar{z}_0$

➤ **Question 12 :**

a) $\vec{u} = -\vec{y}_3$.

b) .) $\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, \bar{S} \rightarrow S)} = \vec{u} \cdot \overline{\delta_{I_1}(S/S_0)}$

$$\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, \bar{S} \rightarrow S)} = \vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L1} S_1)} + \vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} + \vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L3} S_1)} + \vec{u} \cdot \overline{M(I_1, PES \rightarrow S)}$$

$$\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L1} S_1)} = 0 \quad ; \quad \vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L3} S_1)} = \vec{u} \cdot \left(\overline{I_1 I_3} \wedge \vec{R}(S_0 \xrightarrow{L3} S_1) \right) = 0$$

// à \vec{u}

$$\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, PES \rightarrow S_1)} = -m_1 g a_1 \cos \theta \quad ; \quad \vec{u} \cdot \overline{M(I_1, PES \rightarrow S_2)} = -m_2 g (a_2 + L_1) \cos \theta$$

$$\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, PES \rightarrow S_{34})} = -m_{34} g (c_2 + L_1) \cos \theta - m_{34} g L_{34}$$

Ce qui donne :

$$\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, \bar{S} \rightarrow S)} = \vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} - m_1 g a_1 \cos \theta - m_2 g (a_2 + L_1) \cos \theta - m_{34} g (c_2 + L_1) \cos \theta - m_{34} g L_{34}$$

.) $\vec{u} \cdot \overline{\delta_{I_1}(S/S_0)} = \frac{d}{dt} \underbrace{\vec{u} \cdot \overline{\sigma_{I_1}(S/S_0)}}_0 - \left[\frac{d}{dt} \vec{u} \right]_{R_0} \cdot \overline{\sigma_{I_1}(S/S_0)} = -\dot{\theta} \vec{x}_3 \cdot \overline{\sigma_{I_1}(S/S_0)} = (E_{34} + m_{34}(z_1 + d_2)L_{34})\dot{\theta}^2$

D'où : $\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} = \underbrace{(E_{34} + m_{34}(z_1 + d_2)L_{34})}_{K_1} \dot{\theta}^2 + \underbrace{(m_1 a_1 + m_2 (a_2 + L_1) + m_{34} (c_2 + L_1))g \cos \theta}_{K_2} + \underbrace{m_{34} g L_{34}}_{K_3}$

➤ **Question 13 :**

a) $\theta = \alpha_0 + \frac{\pi}{2}$; donc $\cos(\theta) = -\sin(\alpha_0) = \frac{-d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}}$

b) Le basculement se produit si $\vec{u} \cdot \overline{M(I_1, S_0 \xrightarrow{L2} S_1)} = 0$ donc si $K_1 \dot{\theta}^2 + K_2 \cos(\theta) + K_3 = 0$

$$K_1 \dot{\theta}^2 - K_2 \frac{d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}} + K_3 = 0 \quad ; \quad K_1, K_2 \text{ et } K_3 \text{ sont positifs et d'après l'énoncé } K_2 \frac{d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}} > K_3$$

Alors $\dot{\theta}_{Max} = \sqrt{\frac{1}{K_1} \left(\frac{K_2 d_1}{\sqrt{c_1^2 + d_1^2}} - K_3 \right)}$ avec K_1, K_2 et K_3 sont précédemment définis.

➤ **Question 14:**

a) Déterminer Les expressions de K_m , T_m et K_F .

La figure r5a du document réponse DR5 représente la réponse du moteur à un échelon de tension d'amplitude 10 V ($u_m(t) = 10u(t)$) tel que l'effort perturbateur $F_r = 0$. **Répondre directement sur DR5.**

b) Déterminer les valeurs numériques de K_m et T_m . Indiquer les unités.

a) .) $G_m(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} \right|_{F_r(p)=0} = \frac{B_1 B_2 B_3}{1 + B_1 B_2 B_3 B_4} = \frac{k}{1 + \frac{J_e \cdot R}{k^2 + R \cdot f} p} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$

.) $G_F(p) \cdot G_m(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{-F_r(p)} \right|_{U_m(p)=0} = B_5 \frac{B_3}{1 + B_1 B_2 B_3 B_4} = \frac{B_5}{B_1 B_2} \cdot \left(\frac{B_1 B_2 B_3}{1 + B_1 B_2 B_3 B_4} \right) = \frac{N.D.R}{2.k} \cdot G_m(p) = K_F \cdot G_m(p)$

$$K_m = \frac{k}{k^2 + R \cdot f}$$

$$T_m = \frac{J_e \cdot R}{k^2 + R \cdot f}$$

$$K_F = \frac{N.D.R}{2.k}$$

b) Voir document réponse DR5

➤ **Question 15:**

- a) Que doit être la relation entre K_a , K_r et D pour avoir un asservissement correcte ?
- b) Tenant compte de ce résultat et sachant que $K_a=1 \text{ V.m}^{-1}$, le schéma blocs de l'asservissement peut se mettre sous la forme ci-dessous (figure 11). Indiquer l'expression de $G_s(p)$.

a) $K_a = \frac{2.K_r}{D}$ b) $G_s(p) = \frac{N.D}{2.p}$

➤ **Question 16:**

- a) Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) notée $H_{B01}(p) = X(p) / \varepsilon(p)$ de l'asservissement de position (prendre $F_r(p) = 0$). Indiquer son ordre, son gain K_{B01} , et sa classe.
- b) En supposant l'effort perturbateur nul ($F_r(p)=0$), quelle est l'erreur en régime permanent $\varepsilon_{c\infty}$ à une consigne de position en échelon unitaire ($x_c(t)=u(t)$) ? Justifier votre réponse.
- c) En supposant la consigne de position nulle ($X_c(p)=0$), exprimer l'écart $\varepsilon(p)$ noté $\varepsilon_{per}(p)$ en fonction de $F_r(p)$, K_F , $G_m(p)$, $G_s(p)$ et $C_x(p)$.
- d) En déduire l'expression de l'erreur en régime permanent $\varepsilon_{per\infty}$ à un effort perturbateur en échelon d'amplitude F_0 ($F_r(t)=F_0 u(t)$). Conclure.

La figure r5b du document réponse DR5 représente la réponse de l'asservissement à une consigne en échelon unitaire ($x_c(t)=x_0 u(t)=u(t)$; $x_0 = 1 \text{ m}$) et un effort perturbateur en échelon en retard de 30 sec ($F_r(t)=F_0 u(t-30)$ avec $F_0 = 31 \text{ N}$) pour $K_x = 10$. Répondre directement sur le document réponse DR5.

- e) Indiquer graphiquement sur la figure les deux erreurs $\varepsilon_{c\infty}$ et $\varepsilon_{per\infty}$ puis relever leurs valeurs. En déduire la valeur numérique de K_F .
- f) Indiquer le temps de réponse à 5% uniquement à la consigne $x_c(t)$ (en supposant l'effort perturbateur F_r non appliqué).

a) $H_{B01}(p) = \frac{K_x.K_m.K_s}{p.(1+T_m.p)} = \frac{K_{B01}}{p.(1+T_m.p)}$; ordre = 2 ; classe = 1 ; gain $K_{B01} = K_x.K_m.K_s$

b) $\varepsilon_{c\infty} = 0$ car la FTBO $H_{B01}(p)$ est de classe 1.

c) $\varepsilon_{per}(p) = -X(p) \Big|_{X_c(p)=0} = K_F \frac{G_m(p).G_s(p)}{1+G_m(p).G_s(p).C_x(p)} F_r(p)$

d) $\varepsilon_{per\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p.K_F \frac{G_m(p).G_s(p)}{1+G_m(p).G_s(p).C_x(p)} \cdot \frac{F_0}{p}$ d'où $\varepsilon_{per\infty} = \frac{K_F.F_0}{K_x}$

$\varepsilon_{per\infty}$ est non nul donc le cahier des charges n'est pas satisfait en terme d'insensibilité aux perturbations.

e) f) Voir document réponse DR5.

➤ **Question 17:** Voir document réponse DR6

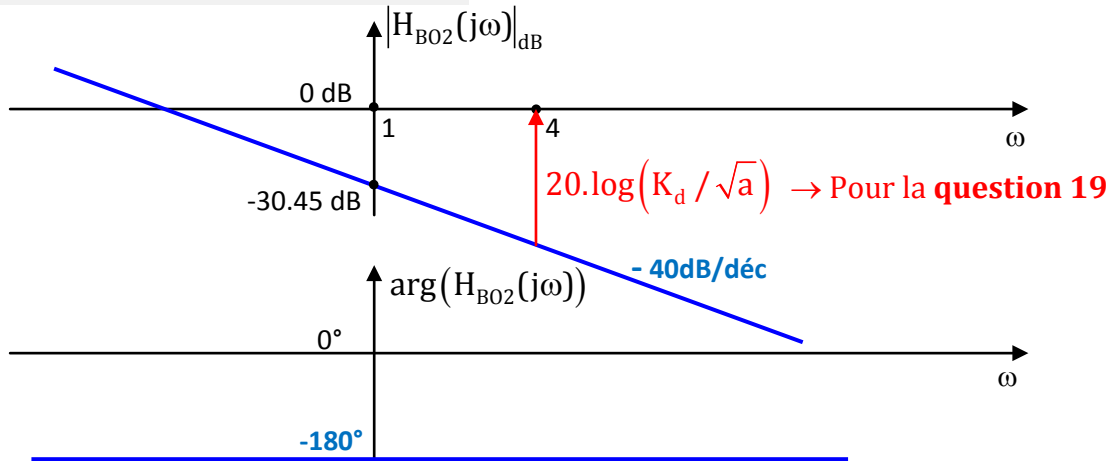
- a) -Indiquer graphiquement sur le document la marge de phase du système notée MP_1 puis donner sa valeur.
-Quelle est la marge du gain MG du système ?
- b) Déterminer la valeur numérique de K_x qui permet de satisfaire le critère de rapidité (avoir la pulsation de coupure à 0_{dB} $\omega_c = \omega_{c2} = 4 \text{ rad/s}$). Que devient la marge de phase notée MP_2 ? Indiquer graphiquement $K_{x_{dB}}$ et MP_2 sur le document.
- c) Conclure quant à l'aptitude du correcteur proportionnel $C_x(p)$ à satisfaire les critères de stabilité et rapidité.

➤ **Question 18:**

- a) Pour quelle raison ce correcteur a été choisi ?
- b) Sur votre copie tracer les diagrammes de Bode de la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte du système notée $H_{B02}(p) = X(p) / \varepsilon(p)$.
- c) Conclure quant à l'influence du correcteur $C_1(p)$ sur la stabilité du système.

a) Pour annuler $\varepsilon_{per\infty}$ car $C_1(p)$ comporte une intégration, et celle-ci est placée en amont de la perturbation $F_r(p)$.

b) $H_{B02}(p) = C_x(p) \cdot G_m(p) \cdot G_s(p) = \frac{K_m \cdot K_s}{T_m p^2} = \frac{0.03}{p^2}$



c) Le correcteur $C_1(p)$ rend l'asservissement de position à la limite d'instabilité.

➤ **Question 19:**

Déterminer les valeurs numériques de a , T_d et K_d pour régler la pulsation de coupure à 0_{dB} de la nouvelle FTBO $H_{B03}(p)$ à $\omega_c = \omega_{c2} = 4 \text{ rad/s}$ et la marge de phase à $MP=MP_3=83^\circ$.

* la marge de phase à augmenter est nulle alors :

$$\varphi_m = MP_2 = 83^\circ, \text{ on a } \sin(\varphi_m) = \sin(83^\circ) = \frac{1-a}{1+a} \text{ ce qui donne } a = 3,7 \cdot 10^{-3}$$

* $\omega_m = \frac{1}{T_d \cdot \sqrt{a}} = \omega_{c2} = 4 \text{ rad/s}$ ce qui donne $T_d = 4,087 \text{ sec}$

* Pour avoir $\omega_c = \omega_{c2} = 4 \text{ rad/s}$ il faut que $20 \cdot \log(K_d / \sqrt{a}) = -|H_{B02}(4j)|_{dB} = -20 \cdot \log\left(\frac{0.03}{4^2}\right)$

(ou $|H_{B03}(j\omega_{c2})| = 1 \Rightarrow \frac{0.03 \cdot K_d}{4^2 \cdot \sqrt{a}} = 1$) ce qui donne $K_d = 32,62$

➤ **Question 20:**

- a) Déterminer à nouveau, sous forme canonique, l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de position notée $H_{B04}(p) = X(p) / \varepsilon(p)$.
- b) En considérant l'effort perturbateur nul ($F_r(p)=0$), déterminer, en fonction de K_g, K_s, K_m et T_m le rapport K_i/K_x pour que la réponse indicielle (à un échelon unitaire : $x_c(t)=u(t)$) de l'asservissement de position soit la plus rapide possible.
- c) En utilisant l'abaque de la figure 5b du document Annexe 5, déterminer alors les expressions de K_x et K_i pour avoir un temps de réponse à 5% de la réponse indicielle $t_{r5\%} = 0.5 \text{ sec}$.

$$a) H_{B04}(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)} = C_x(p) \cdot \frac{K_g \cdot C_\omega(p) \cdot G_m(p)}{1 + K_g \cdot C_\omega(p) \cdot G_m(p)} \cdot G_s(p) = \frac{K_x \cdot K_g \cdot K_i \cdot K_m \cdot K_s / T_m}{p \cdot \left(\frac{K_g \cdot K_i \cdot K_m}{T_m} + p \right)} = \frac{K_{B04}}{p(1 + T_{B04} \cdot p)}$$

Avec $K_{B04} = K_x \cdot K_s$ et $T_{B04} = T_m / K_g \cdot K_i \cdot K_m$

b) La FTBF de l'asservissement de position est :

$$H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{H_{B04}(p)}{1 + H_{B04}(p)} = \frac{K_{B04}}{K_{B04} + p(1 + T_{B04} \cdot p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{B04}} \cdot p + \frac{T_{B04}}{K_{B04}} \cdot p^2} = \frac{1}{1 + \frac{2z}{\omega_n} \cdot p + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^2}$$

Donc $1 / K_x \cdot K_s = 1.4 / \omega_n$ ($z = 0.7$) et $T_m / K_x \cdot K_s \cdot K_g \cdot K_i \cdot K_m = 1 / \omega_n^2$

$$\Rightarrow 1 / (1.4 K_x K_s)^2 = T_m / K_x K_s K_g K_i K_m$$

D'où $\frac{K_i}{K_x} = \frac{1.96 K_s T_m}{K_g K_m}$

c) Pour $z = 0.7$ $tr_{5\%} \approx 3 / \omega_n$ or $tr_{5\%} = 0.5$ sec donc $\omega_n = 6$ rad/s

D'où $K_x \cdot K_s = 6 / 1.4 \Rightarrow K_x = 4.285 / K_s$ et $K_i = 8.4 T_m / K_g K_m$

➤ **Question 21:**

a) Indiquer les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

b) En supposant la consigne de position nulle ($X_c(p) = 0$), que vaut l'erreur statique $\varepsilon_{per \infty}$ à un effort perturbateur en échelon d'amplitude F_0 ($F_r(t) = F_0 u(t)$) ? Justifier votre réponse.
Conclusion.

a) $H_1(p) = H_2(p) = K_g \cdot C_\omega(p) = \frac{K_g K_i (1 + T_m p)}{T_m p}$

b) $\varepsilon_{per \infty} = 0$ car $H_1(p)$ comporte une intégration, et celle-ci est placée en amont de la perturbation $F_r(p)$.
 Conclusion : Le cahier des charges est satisfait en termes d'insensibilité aux perturbations.

➤ **Question 22:**

a) Sur la figure r7a du document réponse DR7 tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_{B04}(p)$ (diagrammes asymptotiques et courbes réelles).

b) En exploitant le diagramme asymptotique de gain, calculer la marge de phase notée MP_4 du système.

Conclusion quant au respect du cahier des charges en termes de rapidité et stabilité.

Les figures 6a et 6b du document Annexe 6 représentent les réponses indicielles de l'asservissement de position pour les deux stratégies étudiées.

c) Sur la figure r7b du document réponse DR7 compléter le tableau en cochant les réponses adéquates. Quelle stratégie jugez-vous meilleure?

a) Voir document réponse DR7.

b) $MP_4 = 180^\circ + \arg(H_{B04}(j\omega_c)) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan(\omega_c / 8.4) = 65.1^\circ$ (valeur exacte)

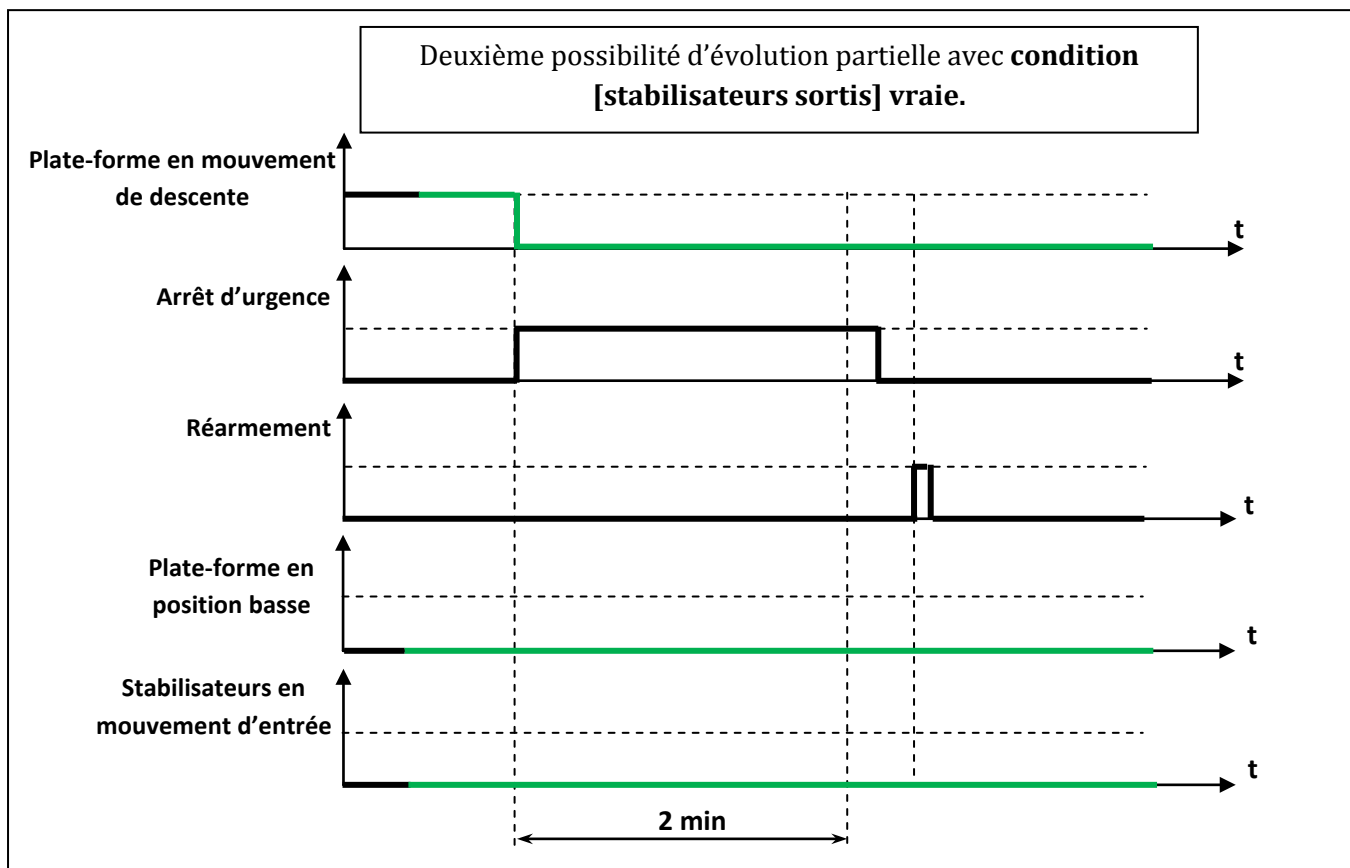
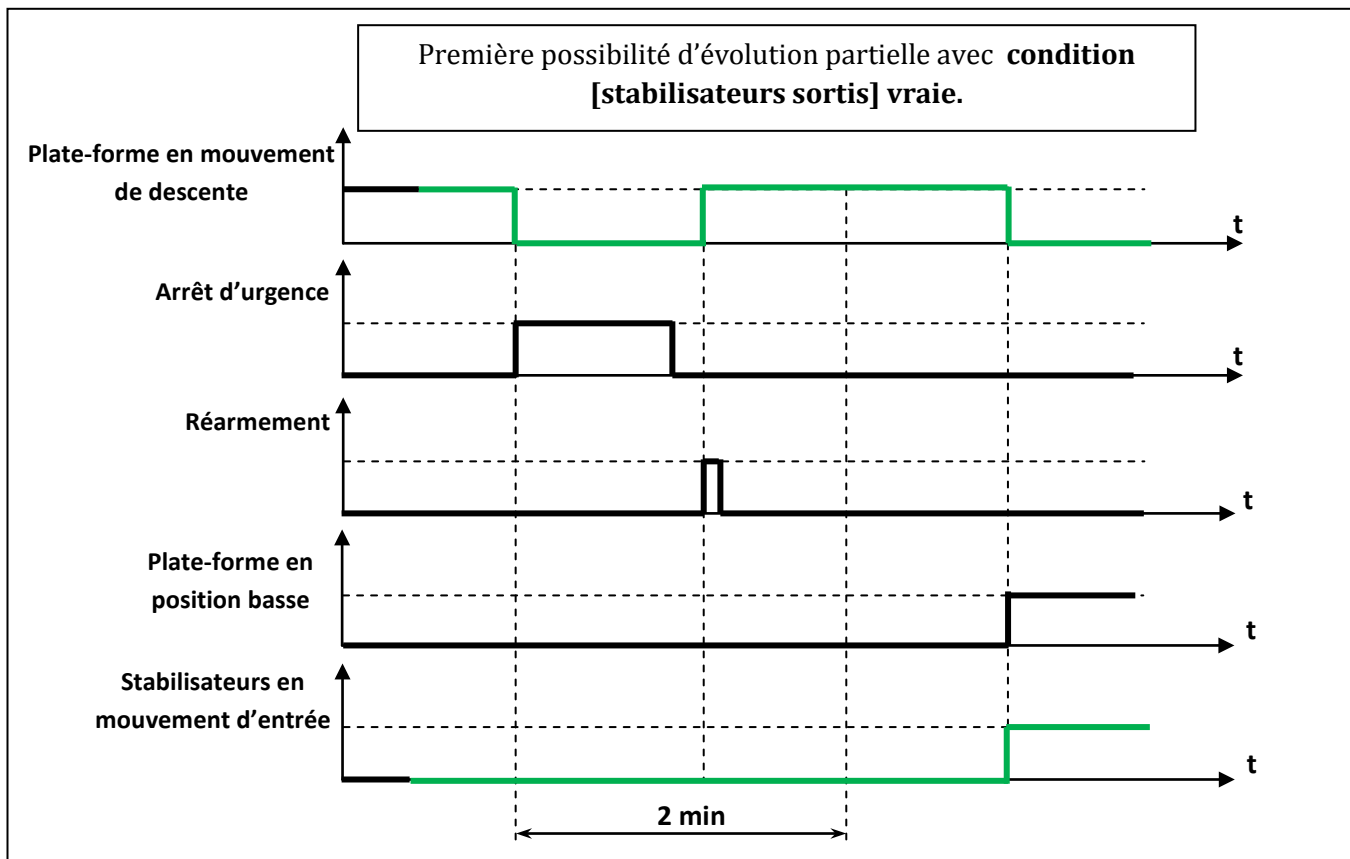
On acceptera les valeurs de MP_4 allant de 62.9° à 65.1° pour ω_c allant de 3.9 rd/s (la valeur précise) à 4.285 rd/s (la valeur approchée par l'asymptote du gain : A noter que l'asymptote du gain coupe l'axe des abscisses de la courbe du gain pour $\omega = K_{B04} = 4.285$).

Conclusion : $MP_4 > 60^\circ$ et ω_c est proche de 4 rad/s donc le cahier des charges est respecté en termes de stabilité et de bande passante à 0dB (pour la rapidité).

c) Voir document réponse DR7.

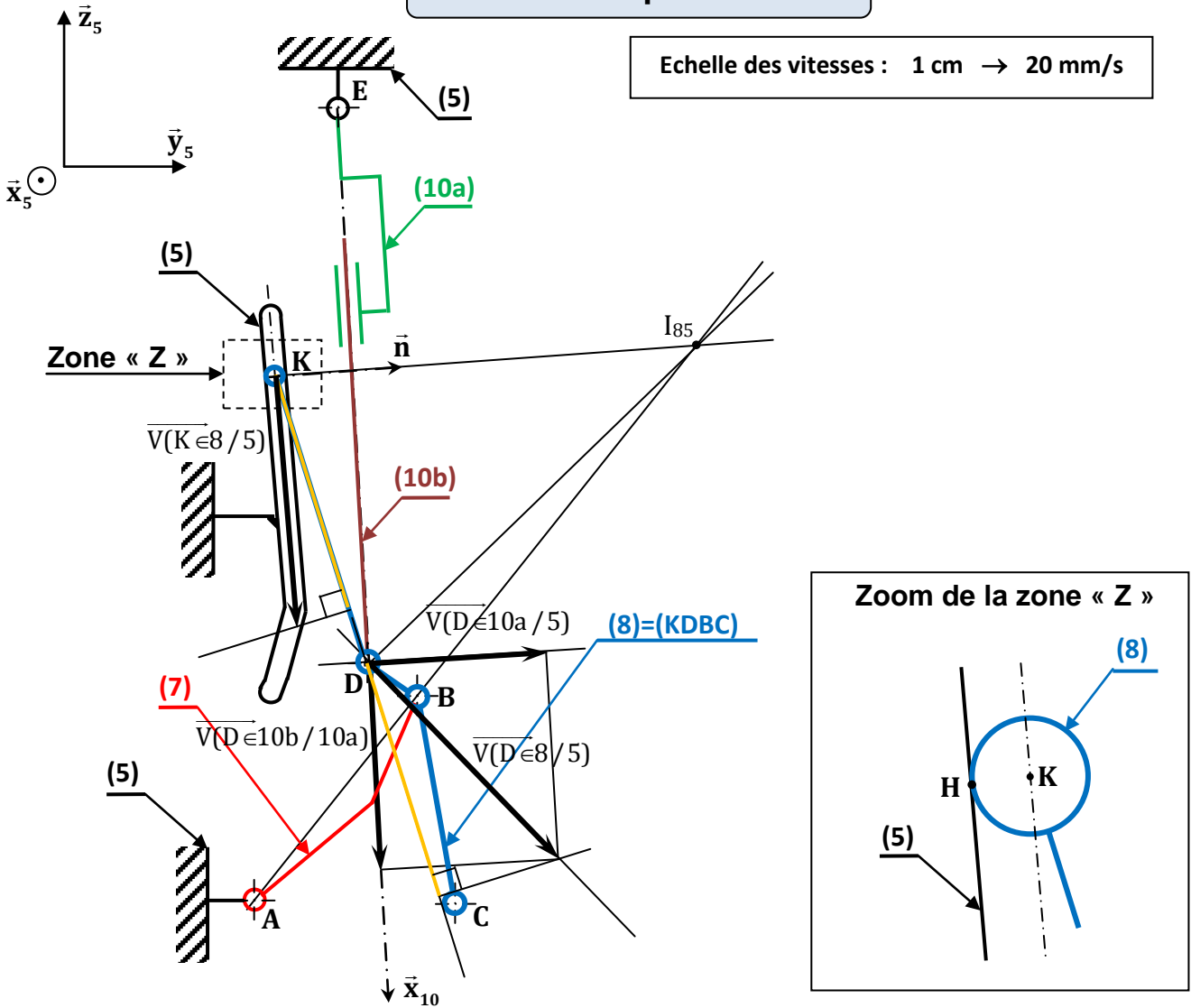
Document réponse DR1

➤ **Question 1 :**



Document réponse DR2

Echelle des vitesses : 1 cm → 20 mm/s



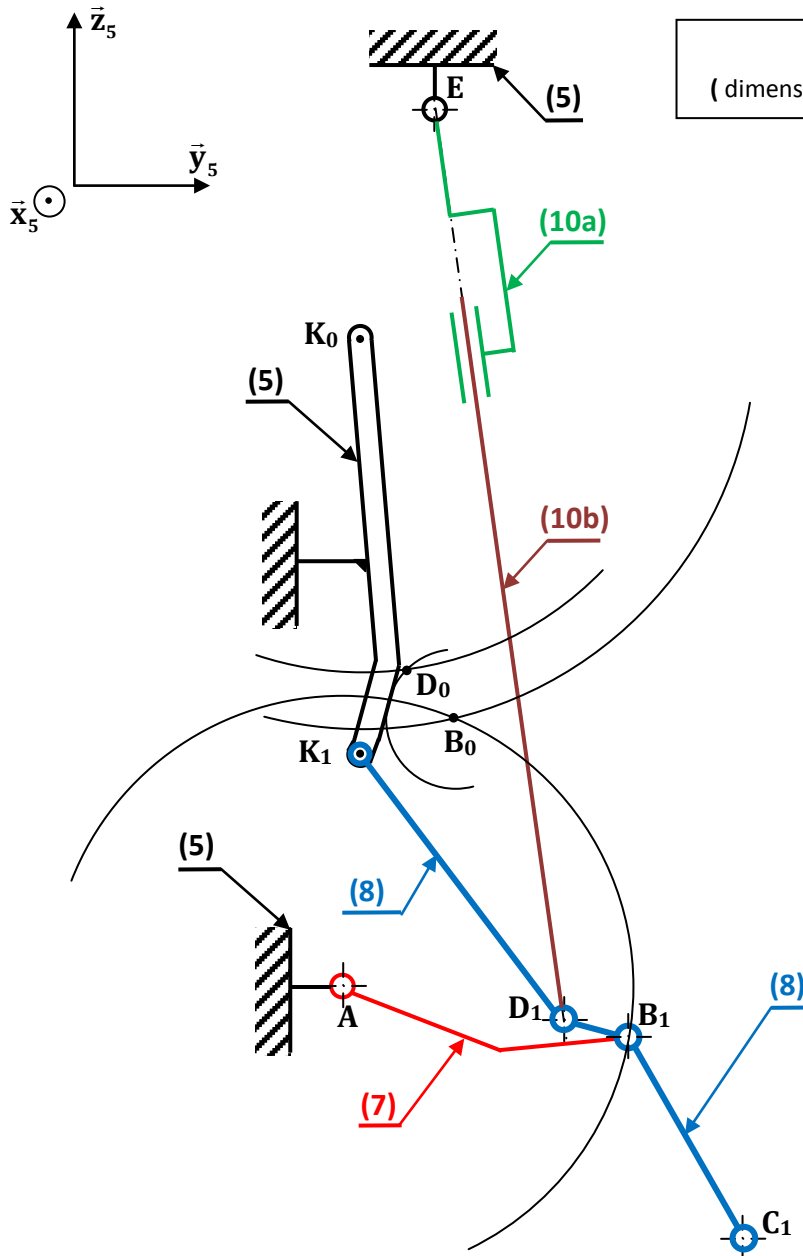
➤ **Question 5:**

- a) On a $\vec{V}(B \in 8/5) = \vec{V}(B \in 8/7) + \vec{V}(B \in 7/5) = \vec{0} + \vec{V}(B \in 7/5)$ et $\vec{V}(B \in 7/5)$ est \perp à (AB) car $A = I_{75}$.
D'où $\vec{V}(B \in 8/5)$ est \perp à (AB).
- b) $I_{85} = (\perp \text{ en B à } \vec{V}(B \in 8/5)) \cap (\perp \text{ en K à } \vec{V}(K \in 8/5))$ avec $\vec{V}(K \in 8/5) \perp (HK)$.
D'où $I_{85} = (AB) \cap \vec{n}$
- c) $\vec{V}(D \in 8/5)$ est \perp à (DI_{85}) .

➤ **Question 6:**

- a) On a $\vec{V}(D \in 8/5) = \vec{V}(D \in 8/10b) + \vec{V}(D \in 10b/5)$
 $= \vec{0} + \vec{V}(D \in 10b/5) = \vec{V}(D \in 10b/10a) + \vec{V}(D \in 10a/5)$
 $\vec{V}(D \in 10a/5)$ est \perp à (ED) car $E = I_{10a/5}$.
- b) L'équiprojectivité appliquée à (8) $\Rightarrow \overline{KD} \cdot \vec{V}(D \in 8/5) = \overline{KD} \cdot \vec{V}(K \in 8/5)$.
D'où $\vec{V}(K \in 8/5)$. On trouve $\|\vec{V}(K \in 8/5)\| = 74 \text{ mm/s}$

Document réponse DR3



Echelle des distances : 1:8
(dimension sur la figure = (dimension réelle)/8)

➤ **Question 7:**

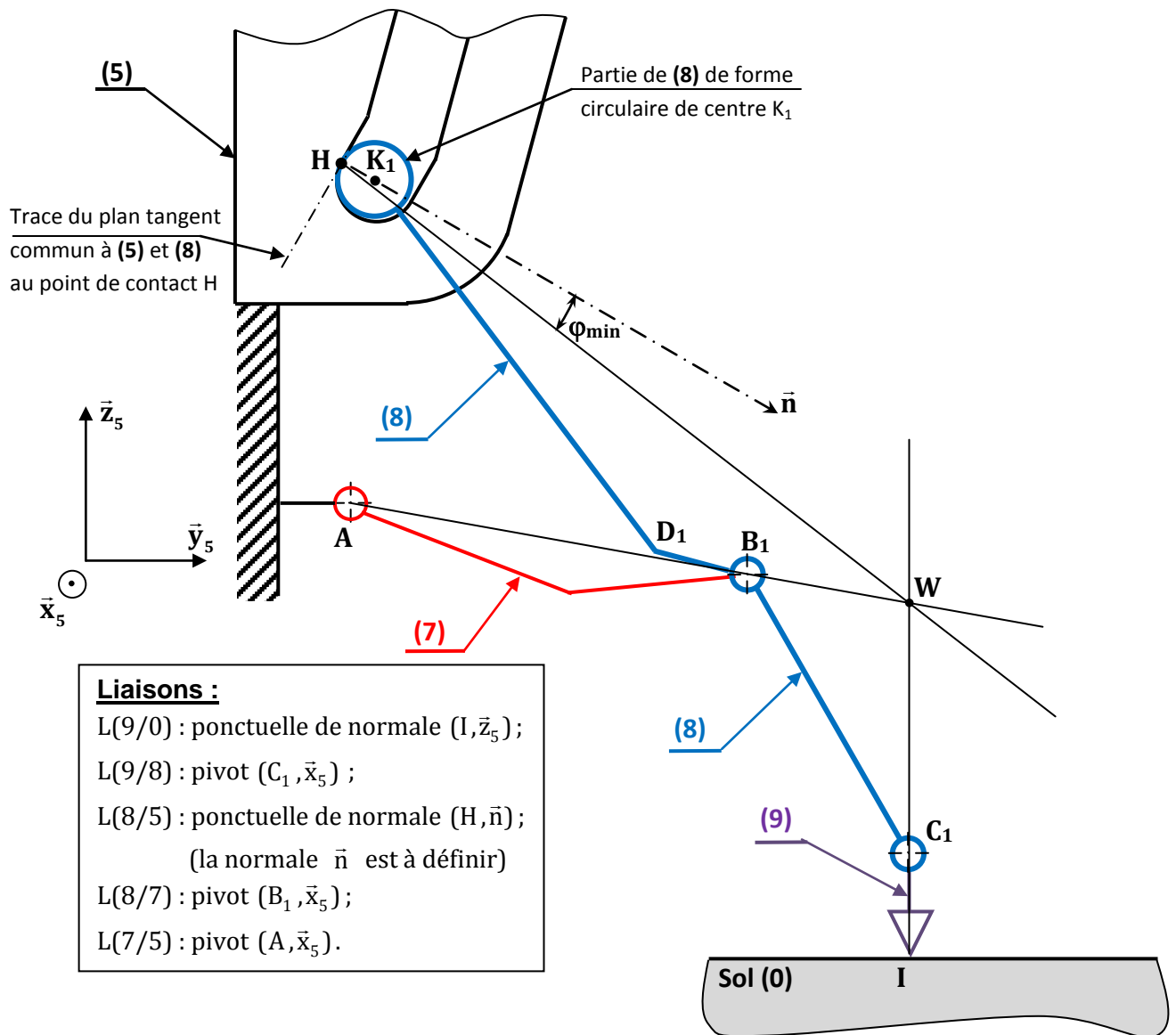
a) $T(B \in 8/5) = T(B \in 7/5) = \text{Cercle de centre A et de rayon AB } (\mathcal{C}(A, AB))$.

b) $B_0 = T(B \in 8/5) \cap \mathcal{C}(K_0, K_1B_1)$;
 $D_0 = \mathcal{C}(K_0, K_1D_1) \cap \mathcal{C}(B_0, B_1D_1)$;

c) La course du vérin (10) est $C = ED_1 - ED_0 = 8 \cdot (122 - 75) = 376 \text{ mm}$

Le vérin choisi possède une course maximale $C_{Max} = 420 \text{ mm}$. On a trouvé $C < C_{Max}$ donc le cahier des charges est bien satisfait en termes de choix du vérin (10).

Document réponse DR4



➤ **Question 8 :**

- a) En isolant la biellette (7) celle-ci est en équilibre sous l'action des deux forces $\overline{R(5 \rightarrow 7)}$ et $\overline{R(8 \rightarrow 7)}$, ces deux forces sont donc directement opposées : Elles ont même intensité, des sens opposés et même direction (AB_1) .
- b) L'ensemble $\Sigma = \{8, 9\}$ est en équilibre sous l'action des trois forces : $\overline{R(7 \rightarrow 8)}$ de direction (AB_1) , $\overline{R(0 \rightarrow 9)}$ de direction (I, \bar{z}_5) et $\overline{R(5 \rightarrow 8)}$ qui est inconnue. Ces trois forces sont concourantes en un même point W donc la direction de $\overline{R(5 \rightarrow 8)}$ est (HW) .
- c) En se plaçant dans le cas où le bras (8) est à l'équilibre strict (à la limite de glissement) on aura $\varphi_{\min} = (\overline{R(5 \rightarrow 8)}, \bar{n}) = (\overline{HW}, \bar{n})$. Donc le coefficient de frottement minimal entre (5) et (8) qui assure le non glissement de (8) par rapport à (5) est $f_{\min} = \tan(\varphi_{\min}) = 0.15$

Document réponse DR5

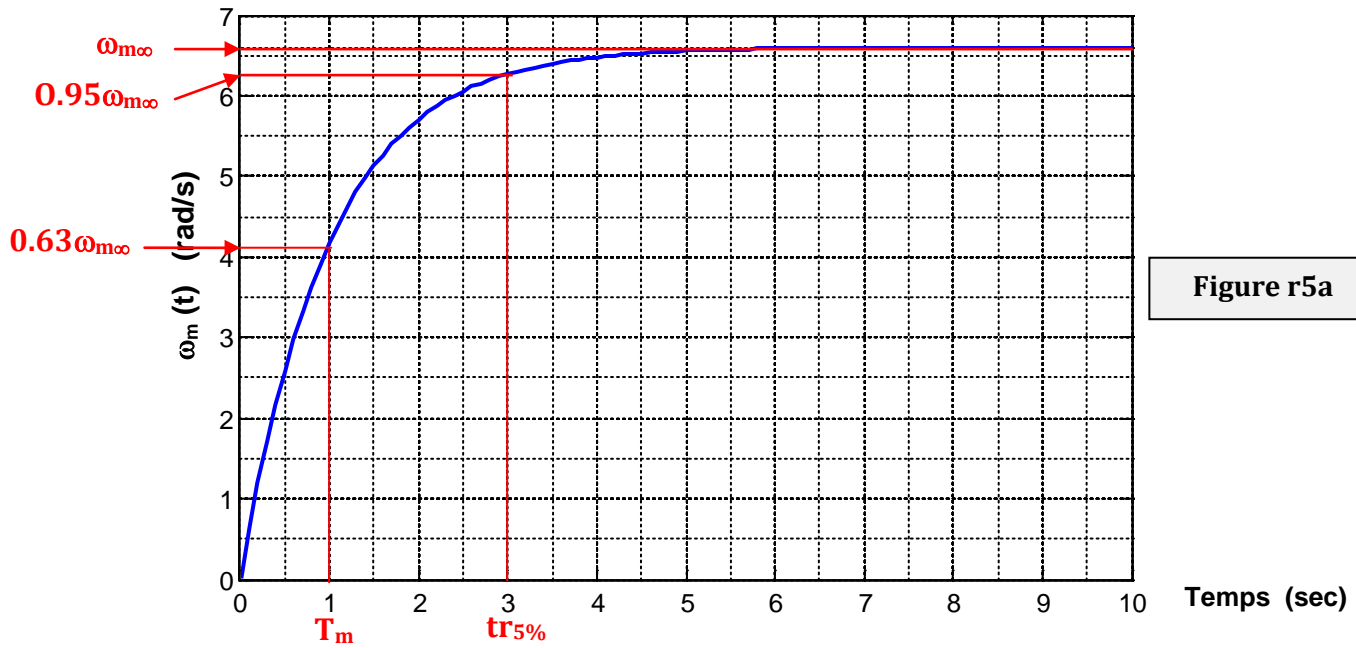


Figure r5a

➤ Question 14:

b) .) On a $\omega_{m\infty} = 10$. $K_m = 6.6 \text{ rad/s}$ d'où $K_m = 0.66 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$

.) On a $\omega_m(T_m) = 0.63 \omega_{m\infty} = 0.158 \text{ rad/s}$ D'où $T_m = 1 \text{ sec}$

(Ou $tr_{5\%} = 3T_m = 3 \text{ sec}$ D'où $T_m = 1 \text{ sec}$)

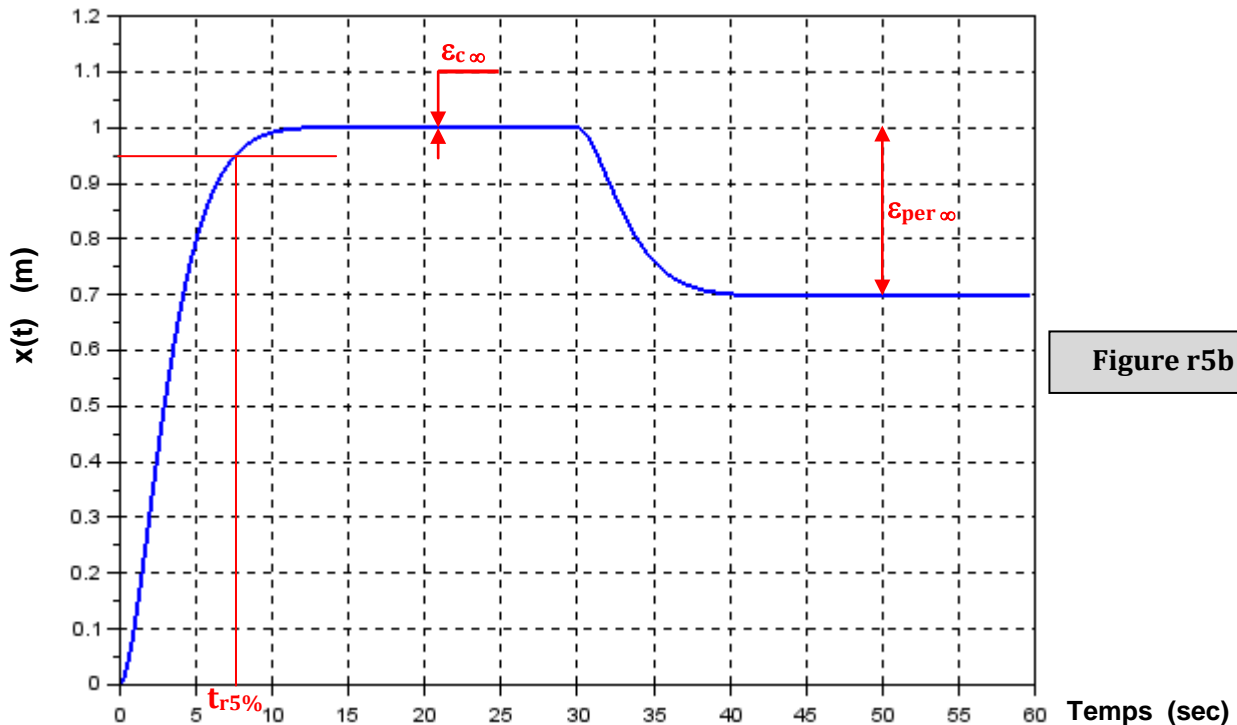


Figure r5b

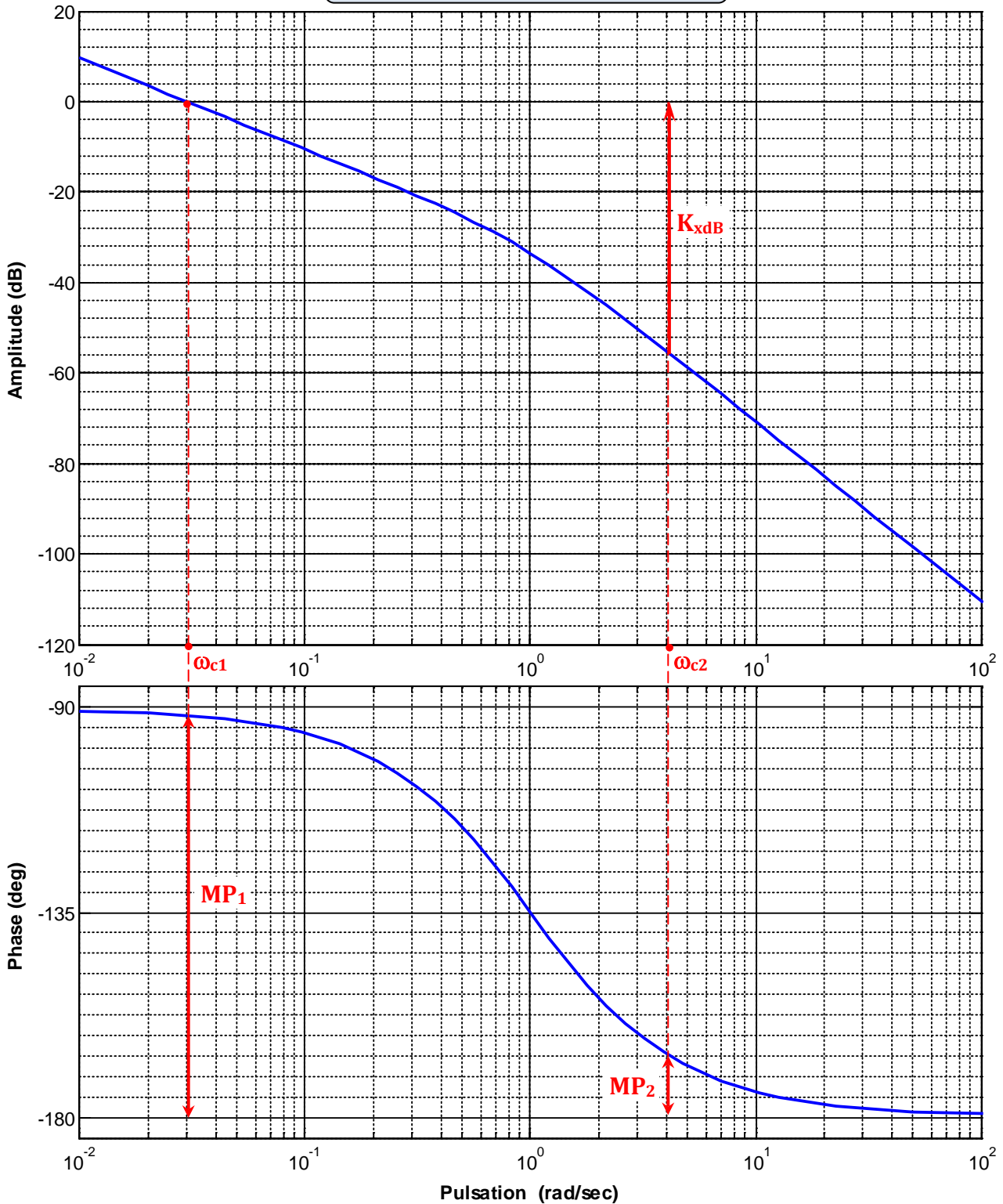
➤ Question 16:

e) $\epsilon_{c\infty} = 0$. $\epsilon_{per\infty} = 0.3 \text{ m}$.

On a $\epsilon_{per\infty} = K_F.F_0/K_x = 31K_F/10 = 0.3$ d'où $K_F = 0.0967 \approx 0.1 \text{ V.N}^{-1}$

f) Temps de réponse uniquement à la consigne $x_c(t)$: $tr_{5\%} = 7.5 \text{ sec}$

Document réponse DR6

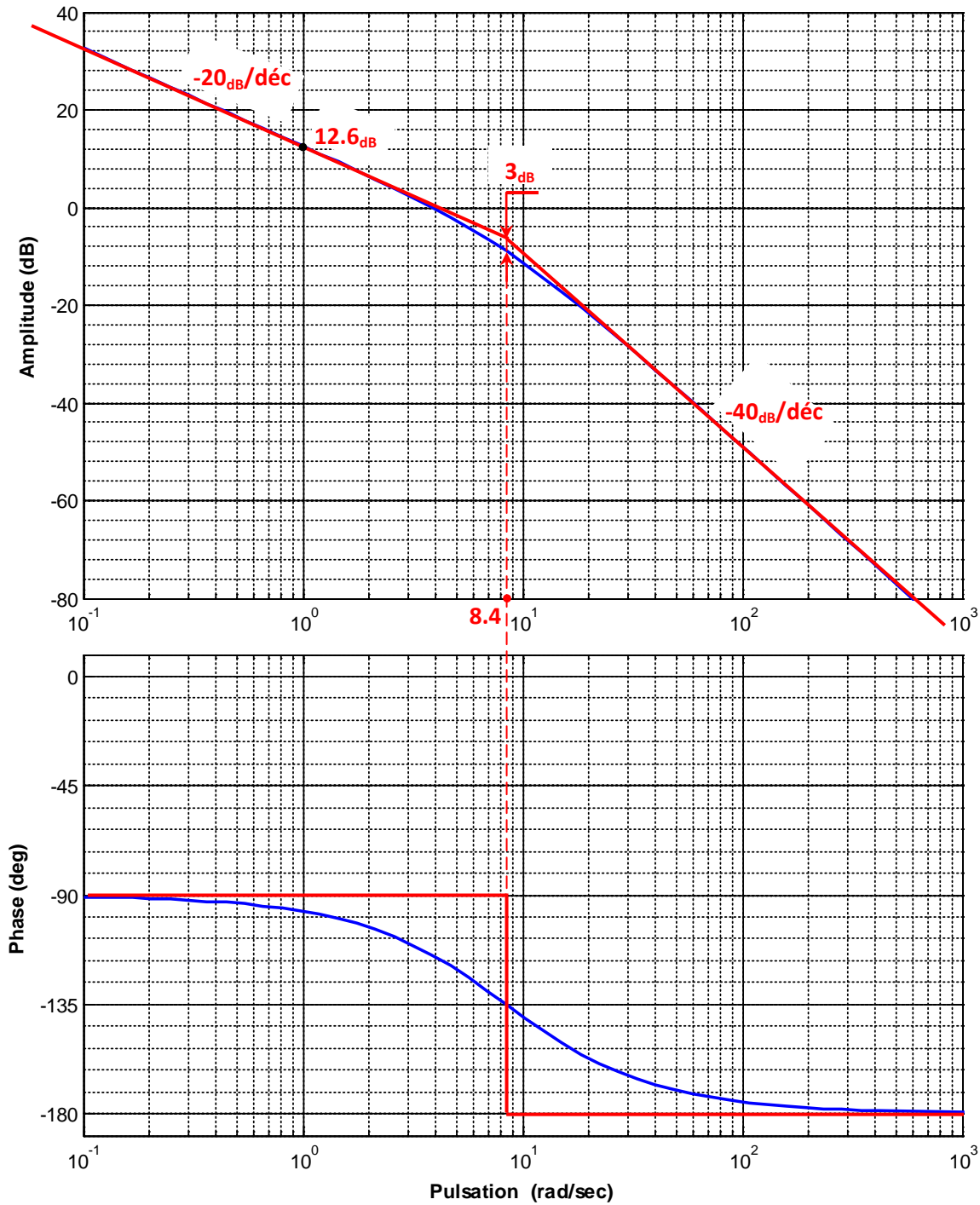


➤ **Question 17:**

- a) Marge de phase $MP_1 = 87.75^\circ$ Marge de gain $MG = \infty$
- b) Pour avoir $\omega_c = \omega_{c2} = 4 \text{ rad/s}$ On doit translater la courbe du gain vers le haut de $K_{x\text{dB}} = 56 \text{ dB}$
 Donc $20 \cdot \log(K_x) = 56 \text{ dB}$ ce qui donne $K_x = 630.95 \approx 631$
 La marge de phase devient $MP_2 = 13.5^\circ$
- c) Conclusion : Pour $K_x = 1$ le critère de stabilité est satisfait par contre celui de la rapidité en termes de la bande passante est non satisfait, pour $K_x = 631$ c'est le contraire qui se produit. Donc le correcteur proportionnel ne peut satisfaire à la fois les exigences de stabilité et rapidité.

Document réponse DR7

Figure r7a



➤ Question 22 :

c)

Critère de comparaison	Première Stratégie	Deuxième stratégie
Cahier des charges	<input checked="" type="checkbox"/> satisfait <input type="checkbox"/> non satisfait	<input checked="" type="checkbox"/> satisfait <input type="checkbox"/> non satisfait
Convergence de l'asservissement de position vers la valeur finale	<input type="checkbox"/> rapide <input checked="" type="checkbox"/> moins rapide	<input checked="" type="checkbox"/> rapide <input type="checkbox"/> moins rapide
Insensibilité de l'asservissement de position à l'effort perturbateur	<input type="checkbox"/> robuste <input checked="" type="checkbox"/> moins robuste	<input checked="" type="checkbox"/> robuste <input type="checkbox"/> moins robuste

Figure r7b

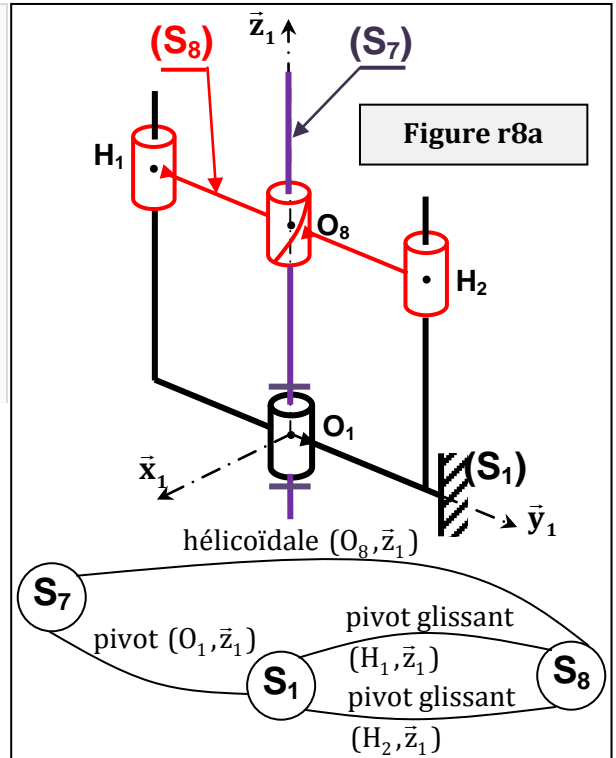
La stratégie que vous jugez meilleure : La deuxième.

Document réponse DR8

➤ **Question préliminaire:** (Filière PSI)

Le mécanisme est représenté dans un premier temps par le schéma cinématique de la **figure r8a** ci-contre. On rappelle que (S₇) est entraîné en mouvement par la poulie (39).

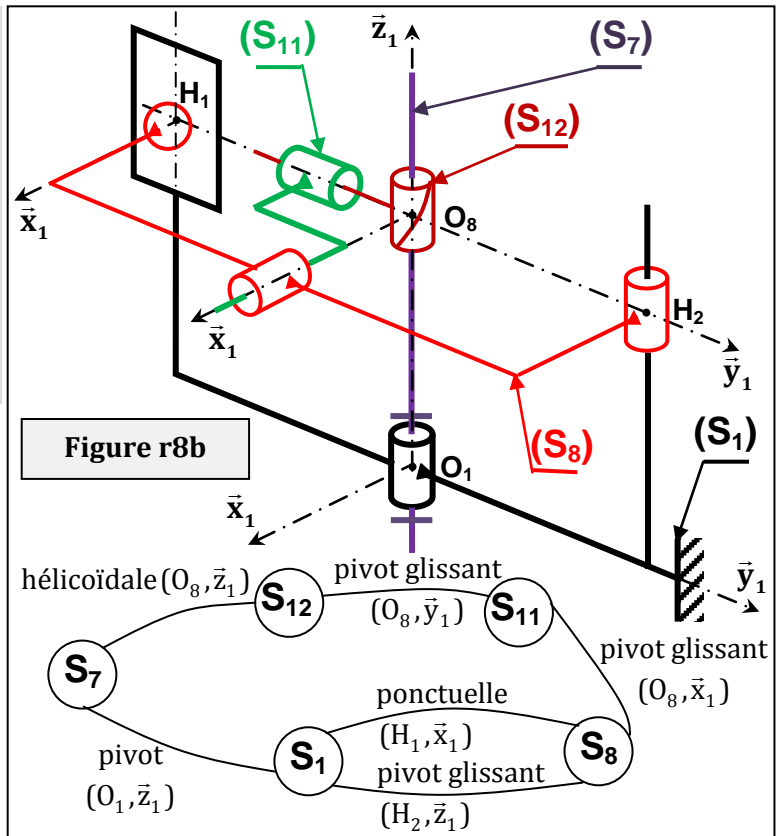
- a) Quelle est sans aucun calcul, la liaison équivalente L_{éq18} aux deux liaisons en // entre (S₁) et (S₈).
- b) Déterminer le degré d'hyperstatisme noté h₁₈ de la liaison équivalente L_{éq18}.
- c) Déterminer le degré d'hyperstatisme noté h de tout le système. Conclure.



- a) L_{éq18} = Glissière de direction \vec{z}_1
- b) $h_{18} = N_s - 6(n-1) + m$ avec $N_s = 2 \times 4$, $n=2$ et $m=1$
h₁₈ = 3
- c) $h = N_s - 6(n-1) + m$ avec $N_s = 2 \times 4 + 2 \times 5 = 18$ incs statiques, $n=3$ solides, $m = m_u + m_i$
 mobilité utile $m_u = 1$ (rotation de S₇/S₁ autour de (O₁, \vec{z}_1))
 mobilité interne $m_i = 0$.
 Ce qui donne h=7
Conclusion : Le mécanisme est hyperstatique d'ordre 7.

On envisage maintenant de modifier le mécanisme par l'utilisation d'un écrou flottant (S₁₂), cette solution (figure r8b) oblige l'ajout de 2 solides et 2 liaisons. De plus on a décidé de modifier la liaison en H₁.

- d) Pourquoi a-t-on modifié la liaison en H₁ ?
- e) Evaluer à nouveau h pour tout le système. Conclure.
- f) Pourquoi le constructeur n'a-t-il pas choisi cette deuxième solution ?



- d) Pour rendre L_{éq18} isostatique, en effet h₁₈ devient nul ($h_{18} = N_s - 6(n-1) + m = 4 + 1 - 6 + 1 = 0$)
- e) $h = N_s - 6(n-1) + m$ avec $N_s = 3 \times 4 + 2 \times 5 + 1 = 23$ incs statiques, $n=5$ solides, $m = m_u + m_i$
 mobilité utile $m_u = 1$ (inchangée)
 mobilité interne $m_i = 0$.
 Ce qui donne h=0
Conclusion : Le mécanisme devient isostatique

f) La première solution est plus rigide.