ELEMENT DE CORRECTION

Q1. *Roulement sans glissement en M* $\vec{V}(M,R_M/0)=\vec{0}$

$\vec{V}(C,R_M/0)+\vec{\Omega}(R_M/0)\wedge\overrightarrow{CM}=\vec{0}$ $\quad\quad$ $\vec{V}(C,R_M/1)+\vec{V}(C,1/0)+\omega_{Roue}.\vec{y}_a\wedge -R.\vec{z}_a=\vec{0}$

$\vec{V}(M,R_M/0)=(V-R.\omega_{Roue}).\vec{x}_a$ $\quad\quad$ $v(t)=R.\omega_{Roue}=R.k.\omega_{Mot}\Rightarrow \boxed{\omega_{Mot}=\dfrac{v(t)}{R.k}}$

Q2. $$\{\mathcal{D}(Avion/0)\}=\begin{Bmatrix} m.\vec{a}(G,Avion/0) \\ \vec{\delta}(G,Avion/0)\end{Bmatrix}_G=\begin{Bmatrix} m.\ddot{x}(t).\vec{x}_a \\ \vec{0}\end{Bmatrix}_G$$

$$\vec{a}(G,avion/0)=\frac{d}{dt}v(t).\vec{x}_a=\ddot{x}(t).\vec{x}_a$$

$\vec{\delta}(G,Avion/0)=\vec{0}$ $\quad$ L'inertie des roues est négligée.

L'avion est en mouvement de translation.

Q3. *Le théorème de la résultante dynamique appliqué à l'avion*

$$\vec{R}(\overline{Avion}\to Avion)=m.\vec{a}(G,Avion/0)$$

$$\vec{R}(piste\to TP)+\vec{R}(piste\to TA)+\vec{R}(RR\to Avion)+\vec{R}(pes\to Avion)=m.\ddot{x}(t).\vec{x}_a$$

$$(2.T_1-C_{RR}.m+m.g.Sin\alpha).\vec{x}_a+(4.N_1+N_2-m.g.Cos\alpha).\vec{z}_a=m.\ddot{x}(t).\vec{x}_a$$

En projection dans la base $(\vec{x}_a,\vec{y}_a,\vec{z}_a)$

$$\boxed{\begin{array}{ll} /\vec{x}_a\Rightarrow 2.T_1-C_{RR}.m+m.g.Sin\alpha=m.\ddot{x}(t) & (1) \\ /\vec{z}_a\Rightarrow 4.N_1+N_2-m.g.Cos\alpha=0 & (2)\end{array}}$$

Q4. *Ecrire l'équation scalaire du théorème du moment dynamique appliqué à l'avion au point G.*

$$\vec{M}_G(\overline{Avion}\to Avion)=\vec{\delta}(G,Avion/0)$$

$$\vec{M}_G(piste\to TP)+\vec{M}_G(piste\to TA)+\vec{M}_G(RR\to Avion)+\vec{M}_G(pes\to Avion)=\vec{0}$$

- $\vec{M}_G(piste\to TP)=(2.T_1.\vec{x}_a+4.N_1.\vec{z}_a)\wedge(L_1.\vec{x}_a+h.\vec{z}_a)=(4.N_1.L_1-2.T_1.h).\vec{y}_a$
- $\vec{M}_G(piste\to TA)=(N_2.\vec{z}_a)\wedge(-L_2.\vec{x}_a+h.\vec{z}_a)=(-N_2.L_2).\vec{y}_a$
- $\vec{M}_G(\vec{R}_{RR})=(-C_{RR}.m.\vec{x}_a)\wedge(-L_2.\vec{x}_a+h.\vec{z}_a)=(C_{RR}.m.h).\vec{y}_a$

En projection dans la base $(\vec{x}_a,\vec{y}_a,\vec{z}_a)$

$$\boxed{/\vec{y}_a\Rightarrow 4.L_1.N_1-2.h.T_1-L_2.N_2+m.h.C_{RR}=0 \qquad (3)}$$

Q5. *On isole la roue motrice et on applique le T.M.D. en C en projection sur* $\vec{y}_a$:

$$\vec{y}_a.\vec{M}(C,\bar{R}_M\to R_M)=\vec{y}_a.\vec{\delta}(C,R_M/0)=\vec{0}\ \textit{(Inertie négligeable)}$$

$$\vec{y}_a.\vec{M}(C,avion\xrightarrow{L}R_M)+\vec{y}_a.\vec{M}(C,avion\xrightarrow{moto\_réducteur}R_M)+\vec{y}_a.\vec{M}(C,piste\to R_M)+\vec{y}_a.\vec{M}(C,pes\to R_M)=0$$

$\dfrac{C_M}{k}-R.T_1=0$ $\quad\quad$ $\boxed{T_1=\dfrac{C_M}{R.k}}$

Q6. $\dfrac{2.C_M}{R.k} - C_{RR}.m + m.g.Sin\alpha = m.\ddot{x} \qquad (\alpha < 0)$

$\boxed{C_{Rés}(t) = m.\dfrac{R.k}{2}\left(C_{RR} - g.Sin\alpha\right)}$

$C_M - m.\dfrac{R.k}{2}\left(C_{RR} - g.Sin\alpha\right) = \dfrac{m}{2}.(R.k)^2.\dfrac{d}{dt}\omega_{Mot}(t)$

$\boxed{J_a = \dfrac{m}{2}.(R.k)^2}$

Q7.

$$H_m(p) = \frac{\dfrac{k}{R+L.p}.\dfrac{1}{J_a.p}}{1+\dfrac{k^2}{R+L.p}.\dfrac{1}{J_a.p}} = \frac{k}{k^2+R.J_a.p+J_a.L.p^2} = \frac{\dfrac{1}{k}}{1+\dfrac{R.J_a}{k^2}.p+\dfrac{J_a.L}{k^2}.p^2}$$

$\boxed{k_M = \dfrac{1}{k}}$ $\boxed{\omega_n = \sqrt{\dfrac{k^2}{J_a.L}}}$ $\boxed{z = \dfrac{R}{2.k}.\sqrt{\dfrac{1}{J_a.L}}}$

$$H_R(p) = \frac{\dfrac{1}{J_a.p}}{1+\dfrac{k^2}{R+L.p}.\dfrac{1}{J_a.p}} = \frac{R+L.p}{k^2+R.J_a.p+J_a.L.p^2} = \frac{\dfrac{R}{k^2}.\left(1+\dfrac{L}{R}.p\right)}{1+\dfrac{R.J_a}{k^2}.p+\dfrac{J_a.L}{k^2}.p^2}$$

$\boxed{k_r = \dfrac{R}{k^2}}$ $\boxed{\tau = \dfrac{L}{R}}$

Q8. $\boxed{K_G = \dfrac{K_{Cap}}{\rho.R_m}}$

Q27. $\boxed{H_{BO}(p) = \dfrac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \dfrac{K_C.K}{1+\dfrac{2.z}{\omega_n}.p+\dfrac{p^2}{\omega_n^2}}}$

Q9. $H_{BF}(p) = \dfrac{V(p)}{V_c(p)} = \dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}$ $H_{BF}(p) = \dfrac{K_{BF}}{1+\dfrac{2.\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$

$$\boxed{H_{BF}(p) = \frac{\dfrac{K_C.K}{1+K_C.K}}{1+\dfrac{2.z}{\omega_n.(1+K_C.K)}.p+\dfrac{p^2}{\omega_n^2.(1+K_C.K)}}}$$

$\boxed{K_{BF} = \dfrac{K_C.K}{1+K_C.K}}$

$\dfrac{2.z}{\omega_n.1+K_C.K} = \dfrac{2.\xi}{\omega_0}$

$\boxed{\omega_0 = \omega_n.\sqrt{1+K_C.K}}$

$\boxed{\xi = \dfrac{z}{\sqrt{1+K_C.K}}}$

Q10.a

$20logK = 6dB \quad \Rightarrow \quad K = 2$

$\varphi(\omega_n) = -90° \quad \boxed{\omega_n = 0,16(rad/s)}$

$\left\|H_{BO}(j\omega_n)\right\|_{dB} = 20log\left(\frac{K_C.K}{2.z}\right) = -17dB$

Pour $K_C = 1$ $\boxed{z = 7,08}$

$z > 1 \Rightarrow H_{BO}(p) = \frac{K_C.K}{(1+T_1.p).(1+T_2.p)}$

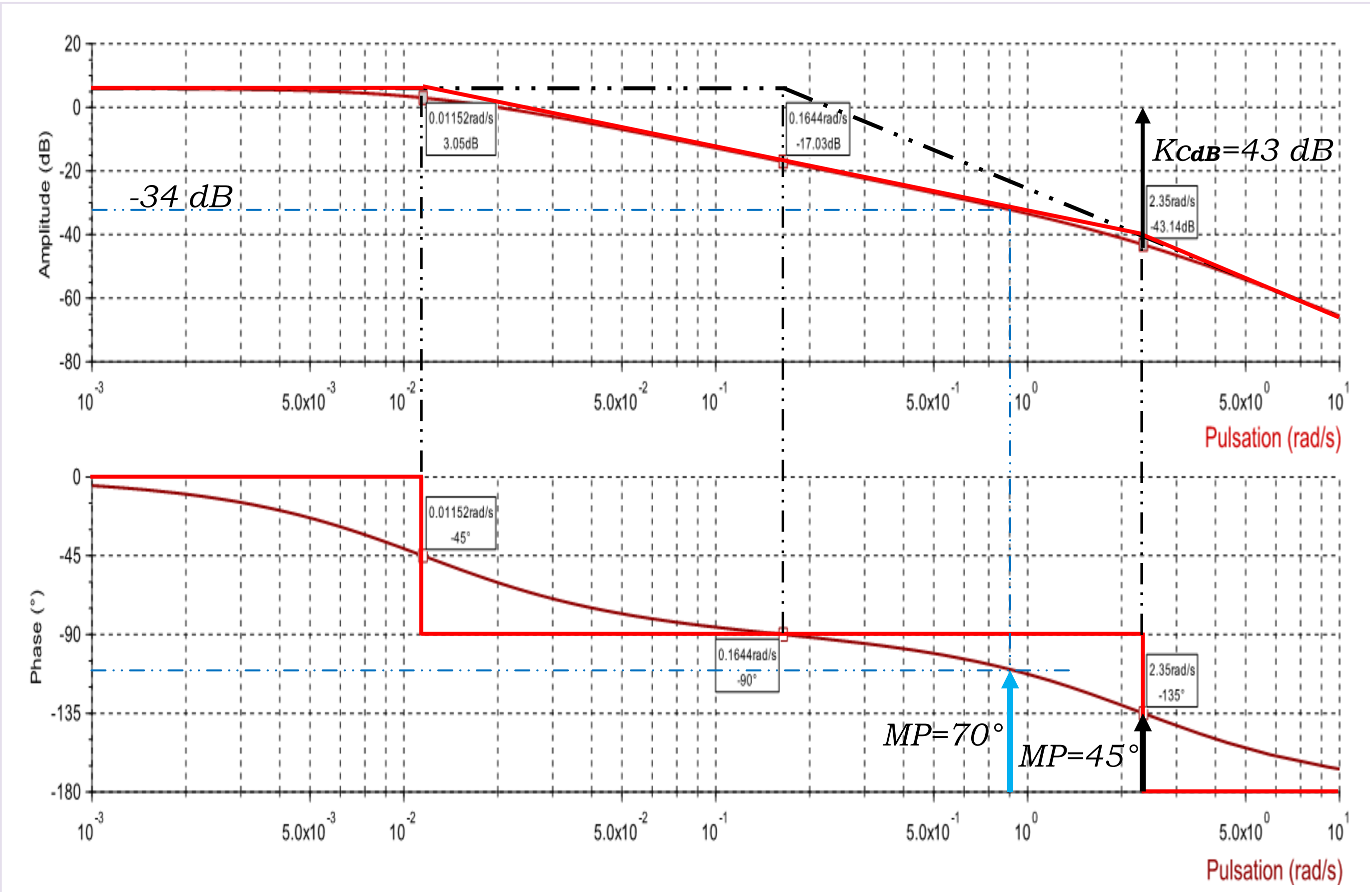
$\varphi\left(\frac{1}{T_2}\right) = -45° \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 0,01152(rad/s) \Rightarrow T_2 = 86,8(s)$

$\varphi\left(\frac{1}{T_1}\right) = -135° \Rightarrow \frac{1}{T_1} = 2,35(rad/s) \Rightarrow T_1 = 0,425(s)$

$$H_{BO}(j\omega) = \frac{K_C.K}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n{}^2}\right) + j.\left(2.z\frac{\omega}{\omega_n}\right)} \qquad \left\|H_{BO}(j\omega)\right\| = \frac{K_C.K}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n{}^2}\right)^2 + \left(2.z\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \qquad \varphi(\omega) = -\arctan\frac{2.z\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_n{}^2}}$$

Q10.c Pour avoir MP=45° il faut que $20logKc = 43dB \Rightarrow \boxed{Kc = 141,25}$

Q10.c



Q12. *Pour avoir un temps de réponse à 5% minimum il faut que* $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$

$$\xi = \frac{z}{\sqrt{1+K_C.K}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_C = \frac{1}{K}.\left(\left(\frac{z}{\xi}\right)^2 - 1\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_C = 50,64}$$

Q13. *Pour un échelon de vitesse d'amplitude* v_0 *, l'erreur statique* $\left(\varepsilon_{SC} = \dfrac{v_0}{1+K_C.K}\right)$

Aucun intégrateur dans la chaine directe.

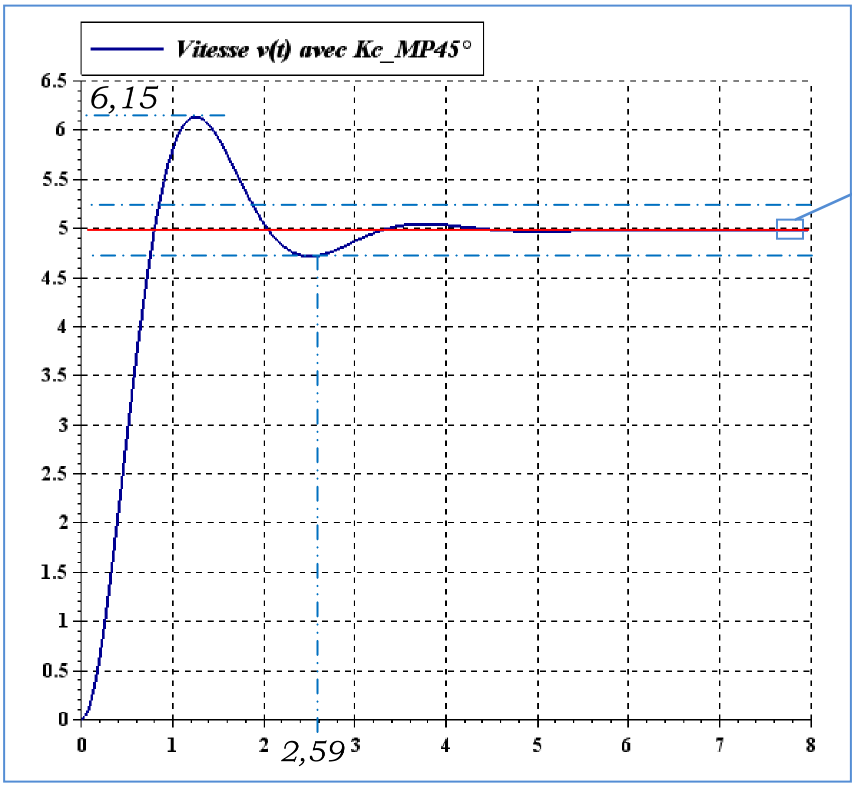
Q14. $H_{CR}(p) = \left.\dfrac{V(p)}{C_{Rés}(p)}\right|_{V_C(p)=0} = -\dfrac{H_{R2}(p)}{1+H_{BO}(p)}$ $\qquad H_{Cr}(p) = -\dfrac{\dfrac{G}{1+K_C.K}.(1+\tau.p)}{1+\dfrac{2.\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{p^2}{\omega_0^{\;2}}}$

Q15. $\varepsilon_{Pert} = -v(+\infty)$ *Avec* $v(+\infty) = \lim\limits_{t\to+\infty} v(t) = \lim\limits_{p\to 0} p.V(p)\Big|_{VC=0} = \lim\limits_{p\to 0} p.H_{Cr}(p).C_{Rés}(p) = -\dfrac{G.C_0}{1+K_C.K}$

$$\boxed{\varepsilon_{Pert} = \frac{G.C_0}{1+K_C.K}}$$

Q16. $V(p) = \dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}.V_C(p) - \dfrac{H_{R2}(p)}{1+H_{BO}(p)}.C_{Rés}(p)$ *les deux fonctions* $H_{BF}(p)$ *et* $H_{CR}(p)$ *ont le même dénominateur* $\Rightarrow$ *elles ont les mêmes pôles* $\Rightarrow$ *si le système est stable sans perturbation, il reste stable en sa présence.*

Q17.



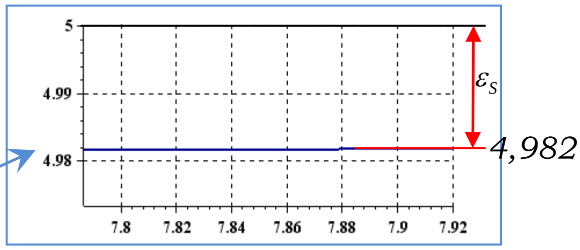


*Tableau **T***

Stabilité : *MP*	*45°*
Précision : ε_S	*0,018 m/s*
Rapidité : *tr5%*	*2,59 (s)*
Dépassement : *D%*	23,5%

Augmentation de K_C *entraîne :*

Détérioration de la stabilité : $MP \downarrow$

Détérioration de l'amortissement : $D\% \uparrow (\downarrow \xi)$

Amélioration de la rapidité dans le cas :

$(K_C < K_C\_tr5\% \ (\downarrow \xi \Rightarrow \xi > 0,7 \Rightarrow t_{r5\%} \downarrow)$

Amélioration de la précision : $\varepsilon_S \downarrow$

Détérioration de la rapidité : $t_{r5\%} \uparrow$

$(K_C > K_C\_tr5\% \ (\downarrow \xi \Rightarrow \xi < 0,7 \Rightarrow t_{r5\%} \uparrow)$

Q18. *Le correcteur* $C(p)=\dfrac{K_I}{p}$ *est placé dans la chaine directe, en amont du point d'injection de la perturbation :*

Présence d'intégrateur dans la chaine directe $\Rightarrow \varepsilon_{consigne}=0$

Présence d'intégrateur en amont du point d'injection de la perturbation $\Rightarrow \varepsilon_{pert}=0$

Q19. $H_{BO}(p)=\dfrac{K_I.K}{p.\left(1+\dfrac{2.z}{\omega_n}.p+\dfrac{p^2}{\omega_n{}^2}\right)}$ $\qquad H_{BF}(p)=\dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}=\dfrac{K_I.K}{K_I.K+p+\dfrac{2.z}{\omega_n}.p^2+\dfrac{1}{\omega_n{}^2}.p^3}$

Par critère de Routh : *1er condition :* $K_I>0$

Tableau donne :

$$\begin{array}{|cc|}\dfrac{1}{\omega_n{}^2} & 1 \\ \dfrac{2.z}{\omega_n} & K_I.K \\ \hline -\dfrac{2.z}{\omega_n} & \end{array}$$

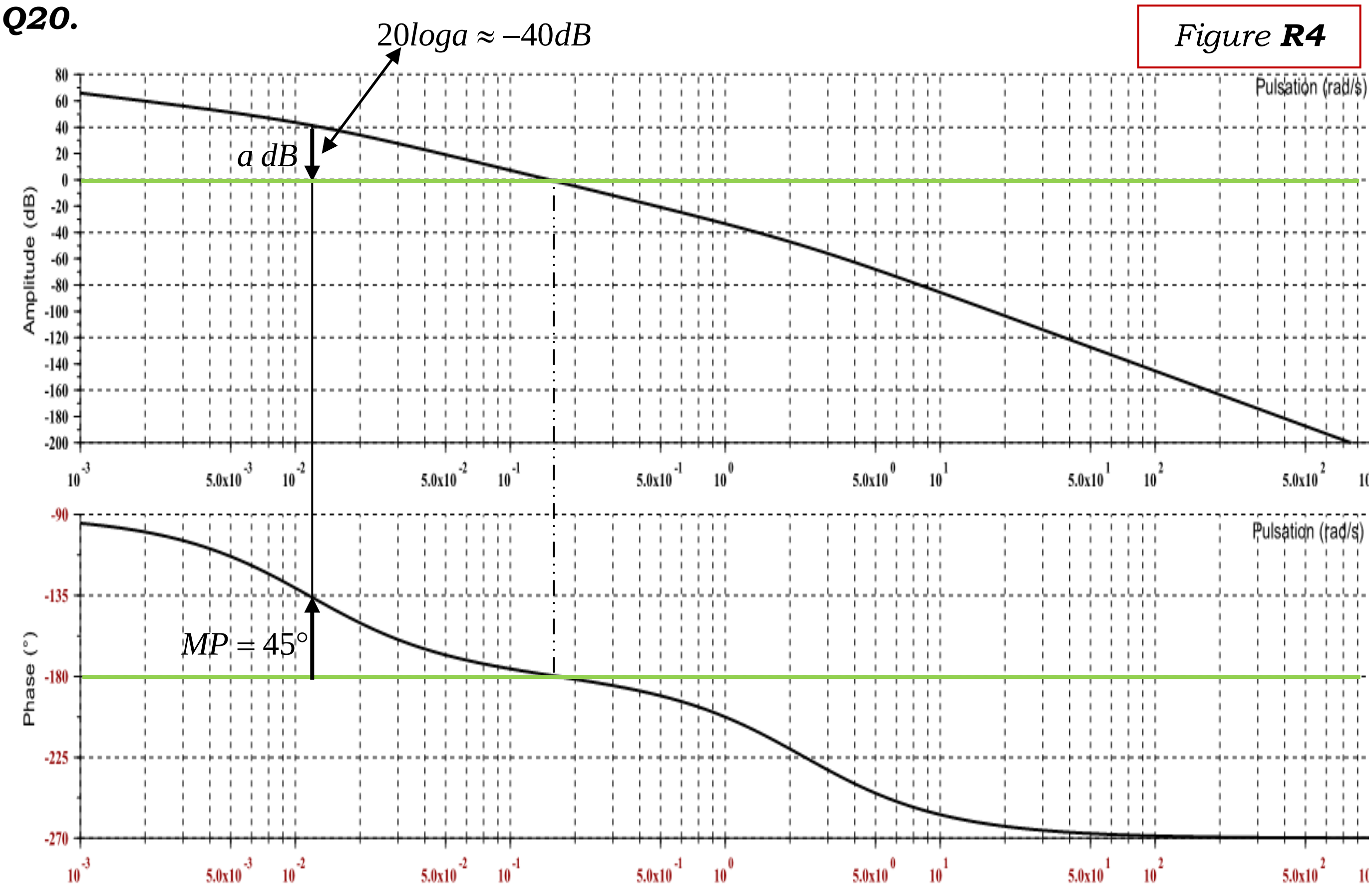
2ième condition : $\dfrac{2.z}{\omega_n}-\dfrac{K_I.K}{\omega_n{}^2}>0$

Système stable SI $0<K_I<\dfrac{2.z.\omega_n}{K}$

$$\boxed{K_{I\_limite}=\dfrac{2.z.\omega_n}{K}}$$

Q20.

Figure ***R4***



$\boxed{a=10^{-2}}$ $\qquad C(p)=\dfrac{10^{-2}.K_{I\_limite}}{p}$ $\qquad MP=45°$ *et* $\boxed{MG=40dB}$

Q21. K_I _tr5% *pour avoir le système le plus rapide ;* $\xi_{BF} = 0,7$

$$H_{BF}(p) = \frac{H_{BOC}(p)}{1+H_{BOC}(p)} = \frac{K_I.\dfrac{4,65}{p.(1+0,43.p)}}{1+K_I.\dfrac{4,65}{p.(1+0,43.p)}} = \frac{1}{1+\dfrac{p}{K_I.4,65}+\dfrac{0,43}{K_I.4,65}.p^2}$$

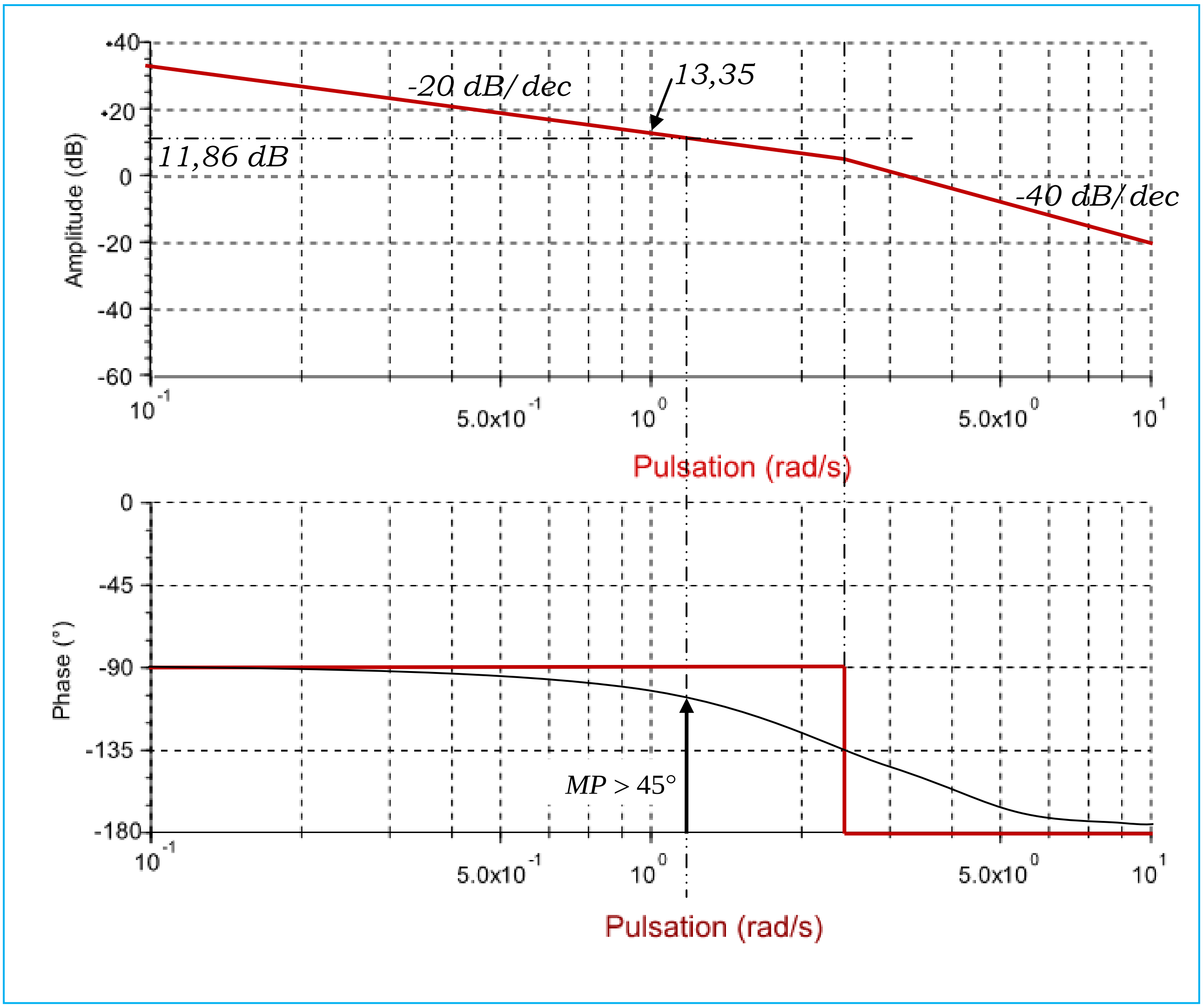
$$\left(\frac{2.\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}\right)^2 = \frac{4.\xi_{BF}{}^2.0,43}{\cancel{K_I.4,65}} = \frac{1}{\cancel{K_I.4,65}}.\frac{1}{K_I.4,65} \qquad K_I = \frac{1}{4.\xi_{BF}{}^2.0,43.4,65} \qquad \boxed{K_I = 0,255}$$

$$\omega_{0BF} = 1,66\,rad/s$$

$$D = \exp\left(\frac{-\pi.\xi_{BF}}{\sqrt{1-\xi_{BF}{}^2}}\right) \qquad \xi_{BF} = 0,7 \qquad \boxed{D = 4,6\%}$$

Q22.

$K_I = 0,255$ $\quad 20logK_I = -11,86dB$ $\quad MP > 45°$



Q23.

$$\vec{V}(D,avion/0)=\vec{V}(I,avion/0)+\vec{\Omega}(avion/0)\wedge\overrightarrow{ID}$$
$$=\vec{0}+\omega_{avion}.\vec{z}_a\wedge\lambda_M.\vec{y}_a$$
$$=-\omega_{avion}.\lambda_M.\vec{x}_a\Rightarrow\boxed{\vec{V}(D,avion/0)=-\frac{L_1+L_2}{tan\beta}.\omega_{avion}.\vec{x}_a}$$

$$\omega_{avion}=-\frac{v(t)}{\lambda_M}\qquad tan\beta=\frac{L_1+L_2}{\lambda_M}$$
$$\omega_{avion}=-\frac{v(t)}{L_1+L_2}.tan\beta$$

Q24. *Roulement sans glissement en M_1 entre le roue motorisée R_d et la piste*

$$\vec{V}(M_1,R_d/0)=\vec{0}\qquad\vec{V}(C_1,R_d/0)+\vec{\Omega}(R_d/0)\wedge\overrightarrow{C_1M_1}=\vec{0}$$
$$\vec{V}(C_1,R_d/Avion)+\vec{V}(C_1,Avion/0)+\left(\vec{\Omega}(R_d/Avion)+\vec{\Omega}(Avion/0)\right)\wedge\overrightarrow{C_1M_1}=\vec{0}$$
$$\vec{V}(C_1,Avion/0)=\left(v(t)+L_3.\omega_{avion}\right).\vec{x}_a\qquad v(t)-L_3.\frac{v(t)}{L_1+L_2}.tan\beta-R.\dot{\theta}_d=0$$
$$v(t)-L_3.\frac{v(t)}{L_1+L_2}.tan\beta-R.k.\omega_{Mot}=0\qquad\boxed{\omega_{M1}=\left(1-L_3.\frac{tan\beta}{L_1+L_2}\right).\frac{v(t)}{R.k}}$$

Q25. *Roulement sans glissement en M_2 entre le roue motorisée R_g et la piste :*

$$\boxed{\omega_{M2}=\left(1+L_3.\frac{tan\beta}{L_1+L_2}\right).\frac{v(t)}{R.k}}$$

Q26. $\{C(avion/0)\}=\left\{\begin{matrix}m.\vec{V}(G,avion/0)\\ \vec{\sigma}(G,avion/0)\end{matrix}\right\}_G$ $\qquad\boxed{\{C(avion/0)\}=\left\{\begin{matrix}m.\left(-L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a+L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a\right)\\ -E.\dot{\psi}.\vec{x}_a+C.\dot{\psi}.\vec{z}_a\end{matrix}\right\}_G}$

$$\vec{V}(G,avion/0)=\left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{M_1G}\right]_0=-L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a+L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a$$

$$\vec{\sigma}(G,avion/0)=I(G,avion).\vec{\Omega}(avion/0)=\begin{pmatrix}A&0&-E\\0&B&0\\-E&0&C\end{pmatrix}_{(\vec{x}_a,\vec{y}_a,\vec{z}_a)}.\begin{pmatrix}0\\0\\\dot{\psi}\end{pmatrix}_{(\vec{x}_a,\vec{y}_a,\vec{z}_a)}=\begin{pmatrix}-E.\dot{\psi}\\0\\C.\dot{\psi}\end{pmatrix}_{(\vec{x}_a,\vec{y}_a,\vec{z}_a)}$$

Q27. *On isole l'avion et on applique le T.M.D. en M_1 en projection sur $\vec{z}_a$:*

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,\overline{avion}\rightarrow avion\right)=\vec{z}_0.\vec{\delta}\left(M_1,avion/0\right)\qquad\vec{z}_0.\vec{\delta}\left(M_1,avion/0\right)=\frac{d}{dt}\vec{z}_0.\vec{\sigma}\left(M_1,avion/0\right)$$
$$\vec{z}_0.\vec{\sigma}\left(M_1,avion/0\right)=\vec{z}_0.\vec{\sigma}(G,avion/0)+\vec{z}_0.\left(m\vec{V}(G,avion/0)\wedge\overrightarrow{GM1}\right)$$
$$=C.\dot{\psi}+m.\vec{V}(G,avion/0).\left(-L_3.\vec{x}_a+L_1.\vec{y}_a\right)$$

$$\vec{z}_0.\vec{\sigma}\left(M_1,avion/0\right)=\left(C+m.\left(L_3^{\,2}+L_1^{\,2}\right)\right).\dot{\psi}$$
$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,\overline{avion}\rightarrow avion\right)=\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\rightarrow R_d\right)+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\rightarrow R_g\right)+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,piste\rightarrow TA\right)$$
$$+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,RR\rightarrow avion\right)+\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1,pes\rightarrow avion\right)$$

$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1, piste \to R_d\right) = \vec{0}$ $\quad\quad$ $\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1, piste \to TA\right) = \vec{z}_0\left(.\overrightarrow{M_1N} \wedge \vec{R}\left(piste \to TA\right)\right) = 0$

$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1, piste \to R_g\right) = \vec{z}_0\left(.\overrightarrow{M_1M_2} \wedge \vec{R}\left(piste \to Rg\right)\right) = -2.L_3.T_{1g}$

$$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1, RR \to avion\right) = \vec{z}_0.\left(.\overrightarrow{M_1N} \wedge \vec{R}\left(RR\right)\right) = \vec{z}_0.\left(\left(L_3.\vec{y}_a + \left(L_1+L_2\right).\vec{x}_a\right) \wedge -C_{RR}.m.\left(\frac{-L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a + L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a}{|\dot{\psi}|.\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right)\right)$$

$$= -C_{RR}.m.\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}.\frac{\dot{\psi}}{|\dot{\psi}|}$$

$\vec{z}_0.\vec{M}\left(M_1, pes \to avion\right) = \vec{z}_0.\left(\overrightarrow{M_1G} \wedge -m.g.\vec{z}_0\right) = 0$

$$\boxed{-2.L_3.T_{1g} - C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right).\frac{\dot{\psi}}{|\dot{\psi}|} = \left(C + m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\ddot{\psi}}$$

Q28. $\vec{V}\left(M_2, R_g/0\right) = \vec{0}$

$\vec{V}\left(C_2, R_g/0\right) + \vec{\Omega}\left(R_g/0\right) \wedge \overrightarrow{C_2M_2} = \vec{0}$

$\vec{V}\left(C_2, R_g/Avion\right) + \vec{V}\left(C_2, Avion/0\right) + \left(\vec{\Omega}\left(R_g/Avion\right) + \vec{\Omega}\left(Avion/0\right)\right) \wedge \overrightarrow{C_2M_2} = \vec{0}$

$\vec{V}\left(C_2, Avion/0\right) = -2.L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a$ $\quad\quad$ $-2.L_3.\dot{\psi} - R.\dot{\theta}_g = 0$ $\quad\quad$ $\boxed{\dot{\psi} = \frac{-R.k}{2.L_3}.\omega_{M2}}$

Q29. $\frac{C_{M2}}{k} = R.T_{1g} \Rightarrow T_{1g} = \frac{C_{M2}}{k.R}$

$$-2.L_3.\frac{C_{M2}}{k.R} + C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right) = \left(C + m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\left(\frac{-R.k}{2.L_3}.\frac{d}{dt}\omega_{M2}\right)$$

$$C_{M2} = \left(C + m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)^2.\frac{d}{dt}\omega_{M2} + C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)$$

$$\boxed{J = \left(C + m.\left(L_3^2+L_1^2\right)\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)^2} \quad\quad \boxed{C_r = C_{RR}.m.\left(\frac{L_3^2+L_1^2+L_1.L_2}{\sqrt{L_3^2+L_1^2}}\right).\left(\frac{R.k}{2.L_3}\right)}$$

Q30.

$r_{54} = \frac{\omega_5}{\omega_4} = -\frac{Z_{4b}}{Z_5}$ $\quad\quad$ $r_{24} = \frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{Z_{4a}}{Z_{3b}}.\frac{Z_{3a}}{Z_2}$ $\quad\quad$ $r_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{Z_{4a}}{Z_{3b}}$

$\boxed{r_{54} = \frac{\omega_5}{\omega_4} = -\frac{32}{127} = -0,252}$ $\quad\quad$ $\boxed{r_{24} = \frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{71.79}{21.20} = 13,53}$ $\quad\quad$ $\boxed{r_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{71}{21} = -3,38}$

Q31. $T\left(\Sigma/1\right) = T\left(2/1\right) + T\left(3/1\right) + T\left(4/1\right)$ $\quad\quad$ $T\left(\Sigma/1\right) = \frac{1}{2}.\left(J_2.\omega_2^2 + J_3.\omega_3^2 + J_4.\omega_4^2\right)$

$T\left(\Sigma/1\right) = \frac{1}{2}.\left(J_2.r_{24}^2 + J_3.r_{34}^2 + J_4\right).\omega_4^2$ $\quad\quad$ $\boxed{J_{éq} = J_2.r_{24}^2 + J_3.r_{34}^2 + J_4}$

Q32. *On appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble* $\Sigma = \{2,3,4\}$:

$$\frac{d}{dt}T(\Sigma/1) = P_{EXT} + \underbrace{P_{INT}}_{\substack{0\\ \text{liaisons}\\ \text{parfaites}}} \qquad P_{EXT} = \underbrace{P(1 \xrightarrow{L} \Sigma/1)}_{\substack{0\\ \text{liaisons}\\ \text{parfaites}}} + \underbrace{P(pes \to \Sigma/1)}_{\substack{0\\ \text{équilibage}\\ \text{dunamique}}} + P(Roue.5 \to 4b/1)$$

$$P(Roue.5 \to 4b/1) = \vec{R}(Roue5 \to 4b).\vec{V}(I,4b/1) \qquad \vec{V}(I,4b/1) = \omega_4.\vec{y}_a \wedge -R_{4b}.\vec{z}_a = -\omega_4.R_{4b}.\vec{x}_a$$

$$P(Roue.5 \to 4b/1) = F.\omega_4.R_{4b}.cos(20°)$$

$$F.R_{4b}.cos(20°) = J_{éq}.\frac{d}{dt}\omega_4 \qquad r_{54} = \frac{\omega_{Roue}}{\omega_4} \qquad \boxed{F = \frac{1}{R_{4b}.cos(20°)}.\frac{J_{éq}}{r_{54}}.\frac{d}{dt}\omega_{Roue}}$$

Q33°- *Calculer la valeur de* F .

$$F = \frac{1}{R_{4b}.cos(20°)}.\frac{J_{éq}}{r_{54}}.\frac{d}{dt}\omega_{Roue} \qquad \frac{d}{dt}\omega_{Roue} = \frac{1750}{0,1}.\frac{\pi}{30} = 1832,6$$

$$J_{éq} = 0,0152(13,53)^2 + 0,013(3,38)^2 + 0,0561 \qquad \boxed{\Rightarrow J_{éq} = 2,98(Kg.m)}$$

$$F = \frac{10^3}{64.0,94}.\frac{2,98}{0,252}.1832,6 \qquad \boxed{F = 306226,43(N)}$$

Q34. $F_e = \vec{y}_a.\vec{R}(A_m \to A_S) = \int \vec{y}_a.\vec{f}_M(A_m \to A_S).ds = -P.S$ $\qquad \boxed{F_e = -\pi.(R_e^2 - R_i^2).P}$

Q35. $C_{Am} = \vec{y}_a.\vec{M}_A(AM \to AS) = \int \vec{y}_a.(\overrightarrow{AM} \wedge \vec{f}_M(A_m \to A_S)).ds = \int r.\vec{u}.\vec{f}_M(A_m \to A_S).ds$

$$\vec{V}(M, A_S/A_m) = -r.\omega_{AM/AS}.\vec{u} \Rightarrow \vec{t}_M(A_m \to A_S) = \mu.P.\vec{u} \qquad \boxed{C_{Am} = \frac{2}{3}.\mu.P.\pi.(R_e^3 - R_i^3)}$$

Q36. $\vec{V}(B, Am/vis) = \frac{p_v}{2.\pi}.\vec{\Omega}(Am/vis) \Rightarrow \vec{V}(B, Am/1) - \vec{V}(B, vis/1) = \frac{p_v}{2.\pi}.(\vec{\Omega}(Am/1) - \vec{\Omega}(vis/1))$

$$v_e.\vec{y}_a = -\frac{p_v}{2.\pi}\omega_{vis}.\vec{y}_a \qquad \Rightarrow \boxed{v_e = -\frac{p_v}{2.\pi}.\lambda.\omega_{me}}$$

Q37. $P_{INT} = P_{dissipée} = (\eta_{global} - 1).P_{mot}$ $\qquad \boxed{P_{INT} = P_{dissipée} = (\eta_r.\eta_v - 1).C_{me}.\omega_{me}}$

Q38. $P_{EXT} = C_{me}.\omega_{me} + F_e.v_e$

Q39. $\frac{d}{dt}T(\Sigma/1) = P_{EXT} + P_{INT}$ $\qquad 0 = \eta_r.\eta_v.C_{me}.\omega_{me} - F_e\frac{p_v}{2.\pi}.\lambda.\omega_{me}$

$$\boxed{F_e = \eta_r.\eta_v.\frac{2.\pi}{p_v.\lambda}.C_{me}}$$

Q40. $\boxed{P = \frac{2\pi}{p_v.\lambda.\pi.(R_e^2 - R_i^2)}.\eta_r.\eta_v.C_{me}}$