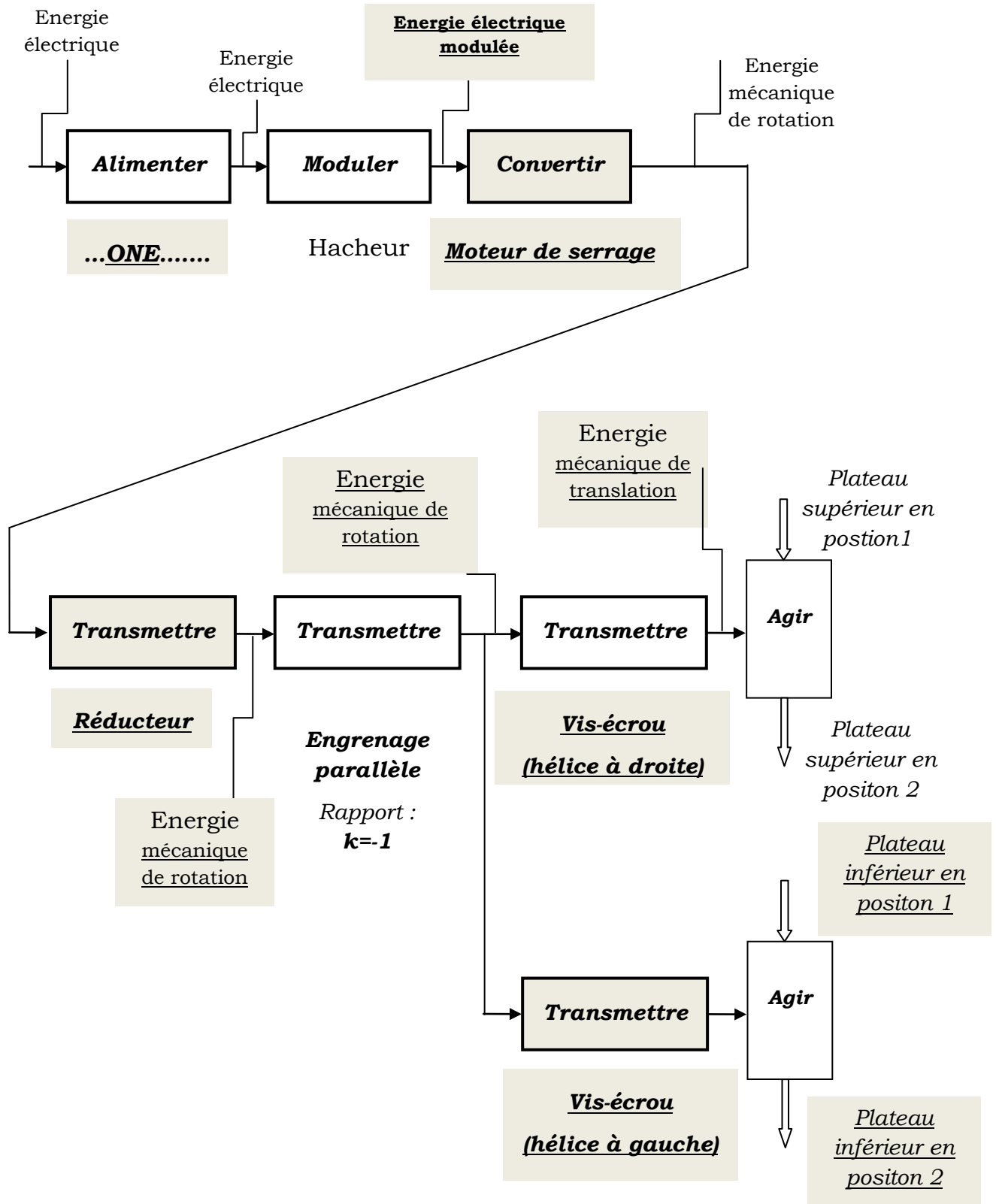


## MELANGEUR DE PEINTURE BI-AXIAL

### Partie I : Partie préliminaire notée : 4 points sur 20.

**Q1.** A partir de la description ci-dessus, du diagramme de contexte (**figure 1**), et du diagramme BDD (**figure 3**), Compléter, sur le document réponses **DR1**, le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'unité de serrage.



**Q2.** Ecrire au point  $O_2$  le torseur cinématique  $\{\mathcal{G}(12/0)\}_{O_2}$ , puis au point  $N_1$  les torseurs cinématiques suivants :  $\{\mathcal{G}(12/0)\}_{N_1}$  et  $\{\mathcal{G}(E_i/0)\}_{N_1}$ .

$$\text{La liaison } L_{12-0} : \text{pivot d'axe } (O_2, \vec{y}_0) \Rightarrow \{\mathcal{G}(12/0)\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(12/0) \\ \vec{v}(O_2 \in 12/0) \end{array} \right\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_{12} \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_2}.$$

$$\vec{v}(N_1 \in 12/0) = \vec{v}(O_2 \in 12/0) + \underbrace{\vec{\Omega}(12/0) \wedge \overline{O_2 N_1}}_{=\vec{0}} \Rightarrow \{\mathcal{G}(12/0)\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(12/0) \\ \vec{v}(N_1 \in 12/0) \end{array} \right\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_{12} \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{N_1}.$$

La liaison  $L_{E_i-0}$  : Glissière d'axe  $(\vec{y}_0)$ .

$$\vec{v}(N_1 \in E_i/0) = \left[ \frac{d\overline{O_0 N_1}}{dt} \right]_{R_0} = -\dot{y} \cdot \vec{y}_0 \Rightarrow \{\mathcal{G}(E_i/0)\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(E_i/0) \\ \vec{v}(N_1 \in E_i/0) \end{array} \right\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -\dot{y} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_{N_1}.$$

**Q3.** En déduire, au point  $N_1$ , le torseur cinématique  $\{\mathcal{G}(E_i/12)\}_{N_1}$  en fonction de  $\omega_{12}$  et  $p$  puis en fonction de  $\omega_{ms}$ ,  $r$  et  $p$ .

$$\{\mathcal{G}(E_i/12)\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(E_i/12) \\ \vec{v}(N_1 \in E_i/12) \end{array} \right\}_{N_1}, \text{ avec } \vec{\Omega}(E_i/12) = \vec{\Omega}(E_i/0) - \vec{\Omega}(12/0) = -\omega_{12} \cdot \vec{y}_0.$$

La liaison  $L_{12-E_i}$  : hélicoïdale à gauche d'axe  $(N_1, \vec{y}_0)$

$$\Rightarrow \vec{v}(N_1 \in E_i/12) = -\frac{p}{2\pi} \vec{\Omega}(E_i/12) = -\frac{p}{2\pi} \left[ \underbrace{\vec{\Omega}(E_i/0)}_{=\vec{0}} - \vec{\Omega}(12/0) \right] = \frac{p}{2\pi} \vec{\Omega}(12/0) = \frac{p}{2\pi} \omega_{12} \cdot \vec{y}_0$$

$$\text{On a : } \omega_{12} = kr \cdot \omega_{ms} = -r \cdot \omega_{ms} \Rightarrow \vec{v}(N_1 \in E_i/12) = -\frac{p}{2\pi} \cdot r \cdot \omega_{ms} \cdot \vec{y}_0 \text{ et } \vec{\Omega}(E_i/12) = r \cdot \omega_{ms} \cdot \vec{y}_0.$$

$$\Rightarrow \{\mathcal{G}(E_i/12)\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} r \cdot \omega_{ms} \cdot \vec{y}_0 \\ -\frac{p}{2\pi} \cdot r \cdot \omega_{ms} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_{N_1}$$

**Q4.** En déduire, au point  $N_2$ , le torseur cinématique  $\{\mathcal{G}(E_s/12)\}_{N_2}$  en fonction de  $\omega_{ms}$ ,  $r$  et  $p$ .

$$\{\mathcal{G}(E_s/12)\}_{N_2} = \left\{ \begin{array}{c} r \cdot \omega_{ms} \cdot \vec{y}_0 \\ \frac{p}{2\pi} \cdot r \cdot \omega_{ms} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_{N_2}$$

**Q5.** En déduire les expressions algébriques des vitesses de translation  $v_{Es}$  et  $v_{Ei}$  des ensemble  $Es$  et  $Ei$  en fonction de  $\omega_{ms}$ ,  $r$  et  $p$ .

$$v_{Es} = -v_{Ei} = \frac{p}{2\pi} \cdot r \cdot \omega_{ms}$$

**Q6.** Donner la forme des torseurs des actions mécaniques des liaisons indiquées dans le tableau du document réponses **DR2**.

Liaisons	Torseurs des actions mécaniques transmissibles dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	Liaisons	Torseurs des actions mécaniques transmissibles dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
$L_{0-12}$	$\{\tau(0 \rightarrow 12)\} = \begin{Bmatrix} X_{0-12} & L_{0-12} \\ Y_{0-12} & 0 \\ Z_{0-12} & N_{0-12} \end{Bmatrix}_{O_2}$	$L_{0-7}$	$\{\tau(0 \rightarrow 7)\} = \begin{Bmatrix} X_{0-7} & L_{0-7} \\ 0 & M_{0-7} \\ Z_{0-7} & N_{0-7} \end{Bmatrix}_{O_0}$
$L_{12-8}$	$\{\tau(12 \rightarrow 8)\} = \begin{Bmatrix} X_{12-8} & L_{12-8} \\ Y_{12-8} & \frac{p}{2\pi} Y_{12-8} \\ Z_{12-8} & N_{12-8} \end{Bmatrix}_{N_1}$	$L_{7-6}$	$\{\tau(7 \rightarrow 6)\} = \begin{Bmatrix} X_{7-6} & L_{7-6} \\ Y_{7-6} & 0 \\ Z_{7-6} & N_{7-6} \end{Bmatrix}_H$
$L_{12-7}$	$\{\tau(12 \rightarrow 7)\} = \begin{Bmatrix} X_{12-7} & L_{12-7} \\ Y_{12-7} & \frac{-p}{2\pi} Y_{12-7} \\ Z_{12-7} & N_{12-7} \end{Bmatrix}_{N_2}$	$L_{Ps-6}$	$\{\tau(6 \rightarrow Ps)\} = \begin{Bmatrix} X_{6-Ps} & 0 \\ Y_{6-Ps} & M_{6-Ps} \\ Z_{6-Ps} & 0 \end{Bmatrix}_C$

**Q7.** Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble  $Es$  ( $7+6+Ps$ ) en projection sur  $\vec{y}_0$ . Déduire l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble  $Ei$  ( $8+Pi$ ) en projection sur  $\vec{y}_0$ .

▣ Théorème de la résultante statique appliqué à  $(Es)$  en projection sur  $\vec{y}_0$  :

$$\vec{y}_0 \cdot \vec{R}(\bar{E}_s \rightarrow E_s) = \vec{y}_0 \cdot \vec{R}(2 \rightarrow Ps) + \vec{y}_0 \cdot \vec{R}(12 \rightarrow 7) + \underbrace{\vec{y}_0 \cdot \vec{R}(0 \rightarrow 7)}_{=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_s + Y_{12-7} = 0 \quad (1)$$

▣ Théorème de la résultante statique appliqué à  $(Ei)$  en projection sur  $\vec{y}_0$  :

$$\vec{y}_0 \cdot \vec{R}(\bar{E}_i \rightarrow E) = \vec{y}_0 \cdot \vec{R}(2 \rightarrow Pi) + \vec{y}_0 \cdot \vec{R}(12 \rightarrow 8) + \underbrace{\vec{y}_0 \cdot \vec{R}(0 \rightarrow 8)}_{=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad -N_i + Y_{12-8} = 0 \quad (2)$$

**Q8.** Isoler le pot (2), puis déterminer l'expression de l'effort  $N_i$  en fonction de  $M$ ,  $g$  et  $N_s$ .

▣ Théorème de la résultante statique appliqué à (2) en projection sur  $\vec{y}_0$  :

$$-N_s + N_i - Mg = 0 \Rightarrow N_i = N_s + Mg \quad (3)$$

**Q9.** En appliquant le théorème du moment statique à la vis (12) en  $O_2$  en projection sur  $\vec{y}_0$ , déterminer l'expression du couple de freinage  $C_f$  en fonction de  $p$ ,  $M$ ,  $g$  et  $N_s$ .

■ Théorème du moment statique appliqué à la vis (12) en  $O_2$  en projection sur  $\vec{y}_0$  :

$$\vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{O_2} (12 \rightarrow 12) = \underbrace{\vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{O_2} (frein \rightarrow 12)}_{-C_f} + \vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{O_2} (7 \rightarrow 12) + \vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{O_2} (8 \rightarrow 12) + \underbrace{\vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{O_2} (0 \rightarrow 12)}_{=0} = 0.$$

On a :  $\vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{O_2} (7 \rightarrow 12) = \vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{N_2} (7 \rightarrow 12) + \underbrace{[\vec{O}_2 N_2 \wedge \vec{R}(7 \rightarrow 12)] \cdot \vec{y}_0}_{=0} = p \frac{Y_{12-7}}{2\pi}$  ;

De même :  $\vec{y}_0 \cdot \vec{M}_{O_2} (8 \rightarrow 12) = -p \frac{Y_{12-8}}{2\pi} \Rightarrow -C_f + p \frac{Y_{12-7}}{2\pi} - p \frac{Y_{12-8}}{2\pi} = 0$  ;

(1) et (2)  $\Rightarrow C_f = -p \frac{N_s}{2\pi} - p \frac{Ni}{2\pi}$  ; (3)  $\Rightarrow C_f = -\frac{P}{2\pi} (2N_s + Mg)$

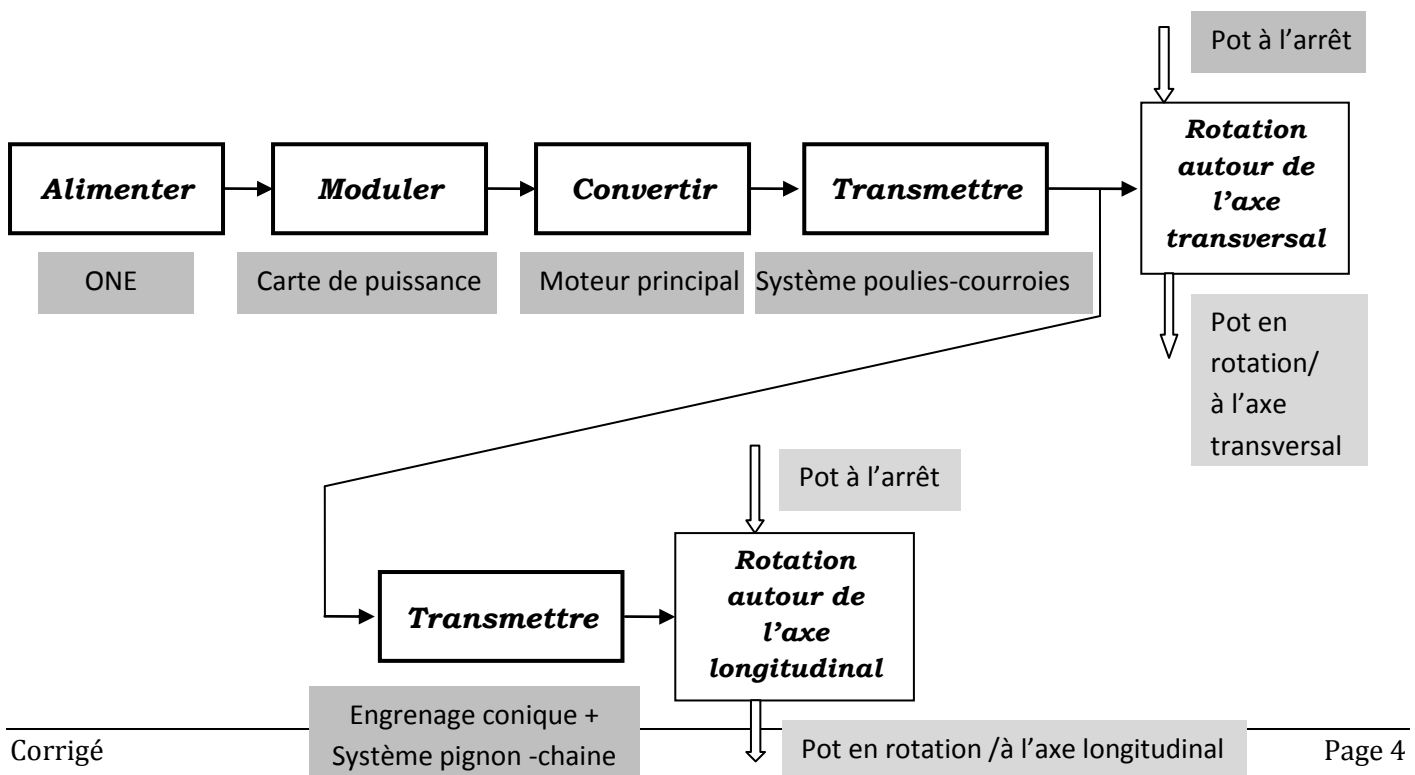
**Q10.** Faire l'application numérique. Le maintien du freinage est-il assuré ?

Au niveau du réducteur :  $C_f = -\frac{5}{2\pi} (2 \times 450 + 40 \times 10) = -1034,5 \text{ (Nmm)}$

Au niveau du moteur :  $C_{f_{mot}} = k.r.C_f = -r.C_f = (-0,2) \cdot (-1034,5) \Rightarrow C_{f_{mot}} = 206,9 \text{ (Nmm)}$

$C_{f_{mot}} < 300 \text{ Nmm}$ , donc le maintien de freinage est assuré.

**Q11.** A partir du diagramme de contexte (figure 1) et du diagramme BDD (figure 3) ; Compléter, sur document réponses DR2, le diagramme correspondant à la chaîne d'énergie de l'unité de rotation.



**Partie II: Etude cinématique et dynamique de l'unité de rotation**

**Q12.** Ecrire au point  $O$  les torseurs cinématiques suivants  $\{\mathcal{G}(2/4)\}_O$ ,  $\{\mathcal{G}(4/0)\}_O$  et  $\{\mathcal{G}(2/0)\}_O$ .

$$\{\mathcal{G}(2/4)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(2/4) \\ \vec{v}(O \in 2/4) \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O ; \quad \{\mathcal{G}(4/0)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(4/0) \\ \vec{v}(O \in 4/0) \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_4 \cdot \vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

$$\{\mathcal{G}(2/0)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(2/4) \\ \vec{v}(O \in 2/4) \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(4/0) \\ \vec{v}(O \in 4/0) \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_4 \cdot \vec{x}_4 + \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

**Q13.** Déterminer la matrice d'inertie du pot 2 en  $O$  dans la base  $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ .

$$\bar{I}_O(2) = \bar{I}_{G_2}(2) + \bar{I}_O(G_2, M) \text{ et on a : } \overline{OG_2} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} \Rightarrow \bar{I}_O(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 + Ma^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 + Ma^2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} .$$

**Q14.** Déterminer le moment cinétique, au point  $O$ , du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère  $R_0$  :  $\vec{\sigma}(O, 2/R_0)$ .

$$\vec{\sigma}(O, 2/0) = \bar{I}(O, 2) \cdot \vec{\Omega}(2/0) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\theta}_4 \cos \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_4 \sin \theta_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} = \begin{pmatrix} A\dot{\theta}_4 \cos \theta_2 \\ B\dot{\theta}_2 \\ C\dot{\theta}_4 \sin \theta_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} .$$

**Q15.** Déterminer la projection sur  $\vec{x}_0$  du moment dynamique, au point  $O$ , du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère  $R_0$  :  $\vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, 2/R_0)$ .

$$\vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, 2/R_0) = \left[ \frac{d(\vec{x}_0 \cdot \vec{\sigma}(O, 2/0))}{dt} \right]_{R_0} = \left[ \frac{d(A\dot{\theta}_4 \cos^2 \theta_2 + C\dot{\theta}_4 \sin^2 \theta_2)}{dt} \right]_{R_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, 2/R_0) = \ddot{\theta}_4 (A \cos^2 \theta_2 + C \sin^2 \theta_2) + \dot{\theta}_4 \dot{\theta}_2 (C - A) \sin(2\theta_2)}$$

**Q16.** Donner la projection sur  $\vec{x}_0$  du moment dynamique, au point  $O$ , du moyeu (4) dans son mouvement par rapport au repère  $R_0$  :  $\vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, 4/R_0)$ .

$$\vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, 4/0) = \vec{x}_0 \cdot \left\{ \bar{I}(O, 4) \cdot \vec{\Omega}(4/0) \right\} = \vec{x}_0 \cdot \left\{ \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_4, \vec{z}_4)} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\theta}_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_4, \vec{z}_4)} \right\} = A_4 \cdot \dot{\theta}_4$$

$$\vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, 4/R_0) = \left[ \frac{d(\vec{x}_0 \cdot \vec{\sigma}(O, 4/0))}{dt} \right]_{R_0} \Rightarrow \boxed{\vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, 4/R_0) = A_4 \ddot{\theta}_4}$$

**Q17.** Déterminer, par application du théorème du moment dynamique à l'ensemble **E** au point **O** en projection sur  $\vec{x}_0$ , l'expression du couple  $C_{m4}$  en fonction de  $\theta_2, \theta_4$ , leurs dérivées et des données.

Théorème du moment dynamique appliqué à l'ensemble E au point O en projection/  $\vec{x}_0$  :

$$\vec{x}_0 \cdot \vec{M}_O (\bar{E} \rightarrow E) = \vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, E/R_0)$$

$$\underbrace{\vec{x}_0 \cdot \vec{M}_O (0 \rightarrow 4)}_{=0} + \vec{x}_0 \cdot \vec{M}_O (mot \rightarrow 4) + \vec{x}_0 \cdot \vec{M}_O (pes \rightarrow E) = \vec{x}_0 \cdot \vec{\delta}(O, E/R_0)$$

$$C_{m4} + \vec{x}_0 \cdot (a \cdot \vec{x}_2 \wedge -Mg \cdot \vec{y}_0) = \vec{x}_0 \cdot (\vec{\delta}(O, 4/R_0) + \vec{\delta}(O, 2/R_0))$$

$$C_{m4} - Mg \cdot a \sin \theta_2 \cos \theta_4 = \ddot{\theta}_4 (A \cos^2 \theta_2 + C \sin^2 \theta_2) + \dot{\theta}_4 \dot{\theta}_2 (C - A) \sin(2\theta_2) + A_4 \ddot{\theta}_4$$

$$\boxed{C_{m4} = Mg \cdot a \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_4 + \ddot{\theta}_4 (A_4 + A \cdot \cos^2 \theta_2 + C \cdot \sin^2 \theta_2) + \dot{\theta}_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (C - A) \cdot \sin(2\theta_2)}$$

**Q18.** Donner les rapports de réduction  $r_1 = \frac{\omega_{31/0}}{\omega_{1/0}}$  et  $r_2 = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{32/0}}$  en fonction des diamètres.

$$r_1 = \frac{\omega_{31/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{D_1}{D_{31}}, r_2 = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{32/0}} = \frac{D_{32}}{D_4}$$

**Q19.** Déterminer l'énergie cinétique par rapport à  $R_0$  de l'ensemble  $\Sigma = \{1, 3, 4\}$ . En déduire le moment d'inertie équivalent  $J_{\text{éq}}$  ramené sur l'arbre moteur en fonction de  $J_1, J_3, J_4, r_1$  et  $r_2$ .

$$T(\Sigma/R_0) = T(1/R_0) + T(3/R_0) + T(4/R_0) \quad T(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2} \cdot (J_1 \cdot \omega_1^2 + J_3 \cdot \omega_3^2 + J_4 \cdot \omega_4^2)$$

$$T(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2} \cdot (J_1 + J_3 \cdot r_1^2 + J_4 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2) \cdot \omega_1^2 = \frac{1}{2} J_{\text{éq}} \cdot \omega_1^2 \Rightarrow \boxed{J_{\text{éq}} = J_1 + J_3 \cdot r_1^2 + J_4 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}$$

**Q20.** Appliquer le théorème de l'énergie cinétique et déterminer une expression littérale du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $C_{m4}, J_{\text{éq}}, \dot{\omega}_m, r_1$  et  $r_2$ . En déduire l'expression du couple résistant ramené sur l'arbre moteur : **Cr**, tel que :

$$Cm(t) - Cr(t) = J_{\text{éq}} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (1).$$

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble  $\Sigma = \{1, 3, 4\}$  :

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma / R_0) + \underbrace{P_{\text{int}}(\Sigma)}_{=0 \rightarrow \text{liaisons parfaites}} = \frac{d}{dt} T(\Sigma / R_0)$$

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma / R_0) = \underbrace{P(0 \xrightarrow{L} \Sigma / R_0)}_{\substack{0 \\ \text{liaisons} \\ \text{parfaites}}} + \underbrace{P(\text{pes} \rightarrow \Sigma / R_0)}_{\substack{0 \\ \text{équilibre} \\ \text{dynamique}}} + P(\text{moteur} \rightarrow 1 / R_0) + P(\text{récepteur} \rightarrow 4 / R_0)$$

$$= C_m \cdot \omega_m - C_{m4} \cdot \omega_4$$

$$C_m \cdot \omega_m - C_{m4} \cdot \omega_4 = J_{\text{éq}} \cdot \left( \frac{d\omega_m(t)}{dt} \right) \cdot \omega_m \quad \Rightarrow \quad C_m - C_{m4} \cdot r_1 \cdot r_2 = J_{\text{éq}} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{Cr = C_{m4} \cdot r_1 \cdot r_2}$$

**Q21.** Donner l'expression du torseur cinématique au point  $O_0$  du mouvement de (2) par rapport à (0) :  $\{\mathcal{G}(2/0)\}_{O_0}$ .

$$\{\mathcal{G}(2/0)\}_{O_0} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(2/0) \\ \vec{V}(O_0 \in 2/0) \end{array} \right\}_{O_0} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_4 \cdot \vec{x}_4 + \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_0}$$

**Q22.** Déterminer, en utilisant la condition de roulement sans glissement en  $M$ ,  $\dot{\theta}_2$  en fonction de  $\dot{\theta}_4$ .

Roulement sans glissement en  $M$  :

$$\vec{V}(O_0, 2/0) = \vec{V}(M, 2/0) + \vec{\Omega}(2/0) \wedge \overrightarrow{MO_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{0} = \vec{0} + (\dot{\theta}_4 \cdot \vec{x}_4 + \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_4) \wedge (R_2 \cdot \vec{x}_4 + 2R_2 \cdot \vec{y}_4)$$

$$\Rightarrow 2R_2 \dot{\theta}_4 \cdot \vec{z}_4 - R_2 \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_4 = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{\theta}_2 = 2\dot{\theta}_4}$$

**Q23.** Justifier, en exploitant les schémas cinématiques de la **figure 11** et de **l'annexe 1**, l'intérêt de la liaison glissière entre (5) et (2). En déduire la vitesse de rotation  $\vec{\Omega}_{5/0}$ .

La liaison glissière entre 5 et 2 permet la transmission du mouvement de rotation de l'arbre (2) au pignon (5) tout en gardant la translation du plateau supérieur par rapport à l'axe d'entrée du mouvement longitudinal (4).

$$\vec{\Omega}(5/0) = \underbrace{\vec{\Omega}(5/2)}_{=0} + \vec{\Omega}(2/0) = \vec{\Omega}(2/0) \quad \Rightarrow \quad \vec{\Omega}(5/0) = \vec{\Omega}(2/0) = \dot{\theta}_4 \cdot \vec{x}_4 + \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y}_4$$

**Q24.** Donner le rapport des vitesses  $\frac{\omega_{6/0}}{\omega_{2/0}}$ , puis déduire la relation entre la vitesse de rotation autour de l'axe longitudinal  $\omega_{6/0}$  et celle autour de l'axe transversal  $\omega_{4/0}$ . Conclure vis-à-vis de l'exigence « Id : 1.3.2.2 ».

$$\frac{\omega_{6/0}}{\omega_{2/0}} = \frac{\omega_{6/0}}{\omega_{5/0}} = \frac{R_5}{R_6} = 1 \Rightarrow \omega_{6/0} = \omega_{2/0}$$

D'après la question 22:  $\dot{\theta}_2 = 2\dot{\theta}_4 \Rightarrow \omega_{2/0} = 2\omega_{4/0} \Rightarrow$

$$\omega_{6/0} = 2\omega_{4/0}$$

l'exigence « Id :1.3.2.2 » est vérifiée

**Partie III: Etude de l'asservissement en vitesse du mouvement autour de l'axe transversal**

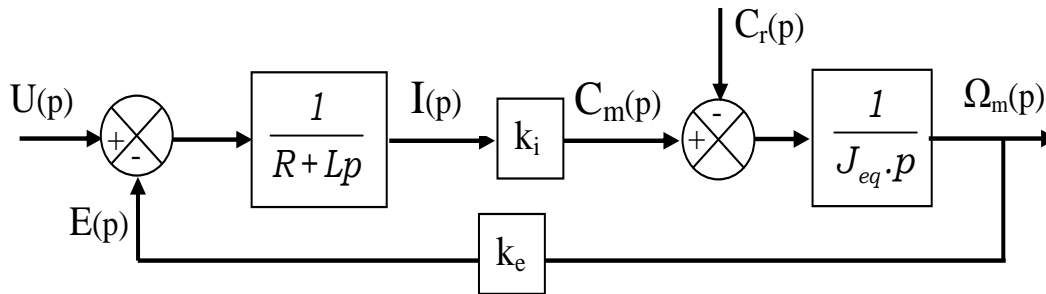
**Q25.** En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, donner les quatre équations précédentes dans le domaine de Laplace, puis compléter le schéma bloc du document réponses **DR3**.

$$Cm(p) - Cr(p) = J_{eq} \cdot p \Omega_m(p) \quad (1)$$

$$U(p) = (R + Lp)I(p) + E(p) \quad (2)$$

$$Cm(p) = k_i I(p) \quad (3)$$

$$E(p) = k_e \Omega_m(p) \quad (4)$$



**Q26.** Déterminer les fonctions de transfert  $A_1(p)$  et  $A_2(p)$ . En déduire les expressions des gains statiques  $K_1$  et  $K_2$ , de la constante du temps  $\tau$ , du facteur d'amortissement  $\xi$  et de la pulsation propre  $\omega_n$ .

$$U(p) = 0 : \quad \frac{\Omega_m(p)}{-Cr(p)} = \frac{\frac{1}{J_{eq} \cdot p}}{1 + \frac{k_i \cdot k_e}{(R+Lp) \cdot J_{eq} \cdot p}} = A_2(p)$$

$$\Rightarrow A_2(p) = \frac{(R+Lp)}{(R+Lp) \cdot J_{eq} \cdot p + k_i \cdot k_e} = \frac{\frac{R}{k_i \cdot k_e} (1 + \frac{L}{R} p)}{1 + \frac{RJ_{eq}}{k_i \cdot k_e} p + \frac{LJ_{eq}}{k_i \cdot k_e} p^2}$$

On a :  $A_2(p) = \frac{K_2(1 + \tau \cdot p)}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \Rightarrow \boxed{K_2 = \frac{R}{k_i \cdot k_e}} ; \boxed{\tau = \frac{L}{R}} ; \boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{k_i \cdot k_e}{LJ_{eq}}}}$



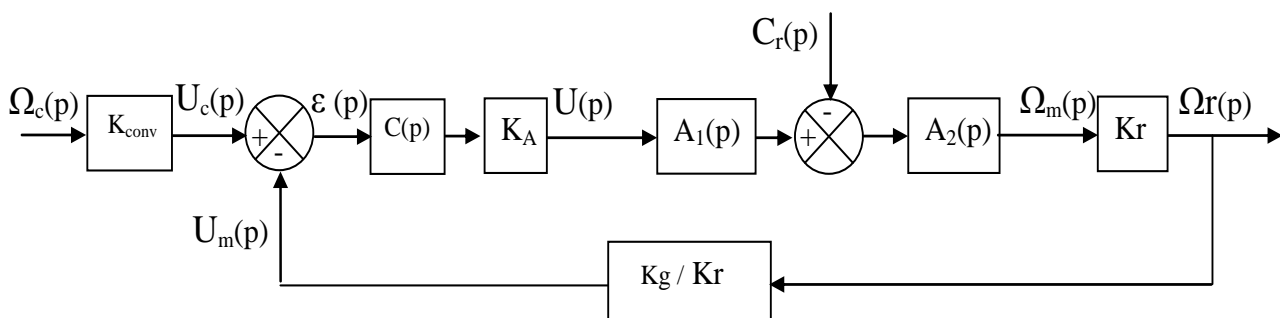
$$\frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{RJ_{eq}}{k_i \cdot k_e} \Rightarrow \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{J_{eq}}{L \cdot k_i \cdot k_e}}$$

$$Cr(p) = 0 : \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{k_i}{(R+Lp) \cdot J_{eq} \cdot p}}{1 + \frac{k_i \cdot k_e}{(R+Lp) \cdot J_{eq} \cdot p}} = A_1(p) \cdot A_2(p)$$

$$\Rightarrow A_1(p) \cdot A_2(p) = \frac{k_i}{(R+Lp) \cdot J_{eq} \cdot p + k_i \cdot k_e} = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{RJ_{eq}}{k_i \cdot k_e} p + \frac{LJ_{eq}}{k_i \cdot k_e} p^2}$$

$$A_1(p) \cdot A_2(p) = \frac{K_1 \cdot K_2}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \Rightarrow K_1 \cdot K_2 = \frac{1}{k_e} \Rightarrow K_1 = \frac{1}{k_e K_2} \Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{k_i}{R}}$$

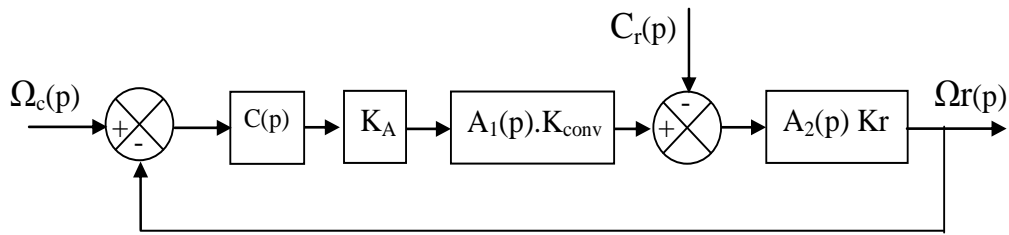
**Q27.** Quelle doit être la fonction de transfert  $K_{conv}$  du convertisseur de consigne si l'on veut que l'écart  $\varepsilon$  soit nul, quand la vitesse  $\omega_r$  est égale à la vitesse de consigne  $\omega_c$ , en régime permanent ?



$$\varepsilon(p) = \Omega_c(p) K_{conv} - \Omega_r(p) \frac{K_g}{K_r} ; \text{Système précis} \Rightarrow \varepsilon = 0 \text{ et } \omega_c = \omega_r \Rightarrow \boxed{K_{conv} = \frac{K_g}{K_r}}$$

**Q28.** Déterminer les expressions des fonctions de transferts :  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$ .

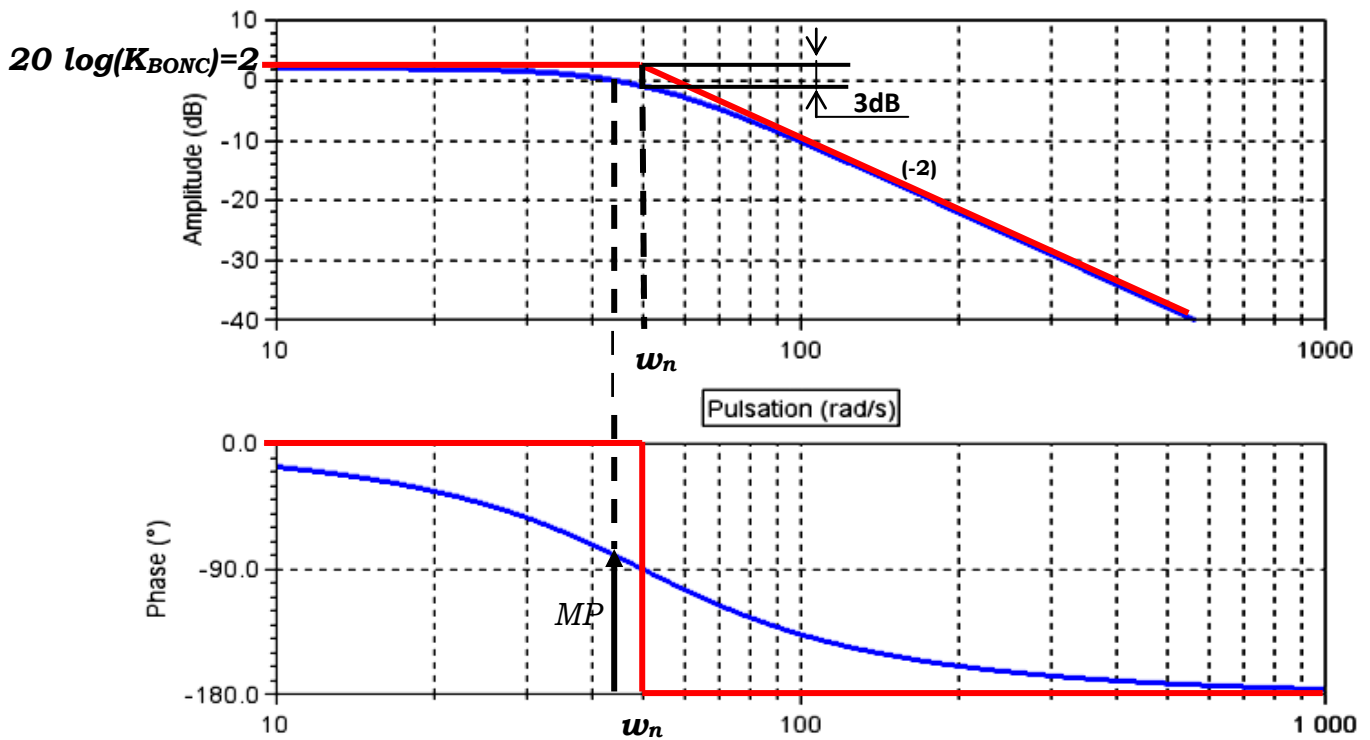
Le schéma bloc de l'asservissement peut se mettre sous la forme suivante :



$$H_1(p) = A_1(p).K_{conv} ; H_2(p) = A_2(p).K_r$$

**Q29.** Tracer les asymptotes, puis identifier les paramètres de la FTBO non corrigée ; Justifier votre réponse.

Le diagramme de Bode de la FTBO du système non corrigé :  $H_{BONC}(p)$



$$H_{BONC}(p) = \frac{K_{BONC}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$

On a :  $\varphi(\omega_n) = -90^\circ$ , courbe de phase  $\Rightarrow \omega_n = 50 \text{ rad/s}$ .

$20\log(K_{BONC}) = 2 \Rightarrow K_{BONC} = 10^{\frac{2}{20}} \Rightarrow K_{BONC} = 1,26$ .

$G_{dB}(\omega_n) = 20\log\left(\frac{K_{BONC}}{2\xi}\right)$ ; Courbe de gain  $\Rightarrow 20\log(K_{BONC}) - G_{dB}(\omega_n) = 3\text{dB} = 20\log(\sqrt{2})$

$\Rightarrow 20\log(2\xi) = 20\log(\sqrt{2}) \Rightarrow 2\xi = \sqrt{2} \Rightarrow \xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Q30.** Représenter graphiquement les marges de stabilité, puis donner leurs valeurs.  
Conclure sur l'exigence de stabilité.

Marges de stabilité :

$$\begin{cases} MP = 100^\circ \\ MG = +\infty \end{cases}$$

Conclusion :  $MP > 40^\circ$  et  $MG > 12\text{dB}$ , donc l'exigence de stabilité est respectée.

**Q31.** Déterminer les valeurs numériques des paramètres canoniques de la fonction de transfert en boucle fermée.

$$H_{BF}(p) = \frac{\Omega_r(p)}{\Omega_C(p)} = \frac{K_A \cdot H_1(p) \cdot H_2(p)}{1 + K_A \cdot H_1(p) \cdot H_2(p)} = \frac{K_A \cdot 0,254}{1 + \frac{K_A \cdot 0,254}{(1 + 0,02\sqrt{2} \cdot p + 4 \cdot 10^{-4} p^2)}}, \text{ avec } K_A = 5$$

$$\Rightarrow H_{BF}(p) = \frac{1,27}{1 + 0,02\sqrt{2} \cdot p + 4 \cdot 10^{-4} p^2 + 1,27} = \frac{1,27}{1 + \frac{0,02\sqrt{2}}{2,27} \cdot p + \frac{4 \cdot 10^{-4}}{2,27} p^2} \Rightarrow \boxed{K_{BF} = 0,56}$$

$$\frac{1}{\omega_{nBF}^2} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{2,27} \Rightarrow \omega_{nBF} = \sqrt{\frac{2,27}{4 \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow \boxed{\omega_{nBF} = 75,33 \text{ rad/s}};$$

$$\frac{2\xi}{\omega_{nBF}} = \frac{0,02\sqrt{2}}{2,27} \Rightarrow \xi = \frac{0,02\sqrt{2}}{2 \cdot 2,27} \sqrt{\frac{2,27}{4 \cdot 10^{-4}}} = 50\sqrt{2,27} \Rightarrow \boxed{\xi = 0,47}.$$

**Q32.** Déterminer le temps de réponse à 5%.

$$t_{r5\%} \omega_{nBF} = 5,2$$

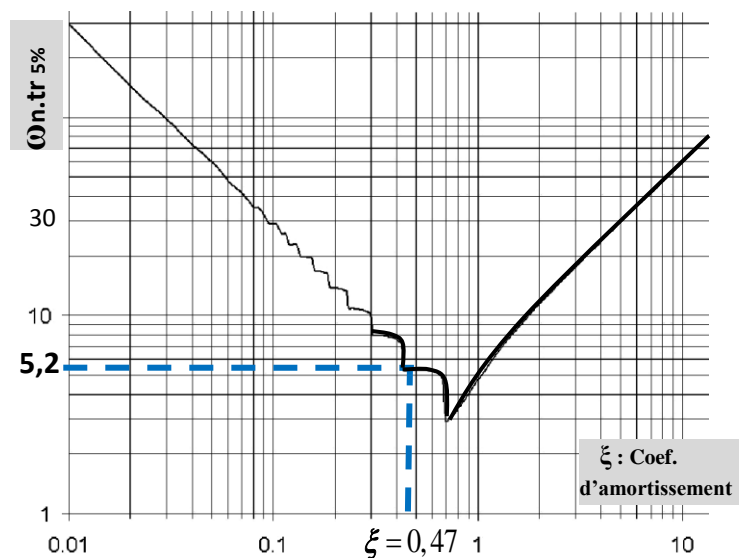
$$\Rightarrow t_{r5\%} = \frac{5,2}{\omega_{nBF}} = \frac{5,2}{75,33}$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{r5\%} = 0,069 \text{ (s)}}.$$

**NB :** On acceptera les valeurs suivantes :

$$5 \leq t_{r5\%} \omega_{nBF} \leq 5,3$$

$$\Rightarrow 0,066 \leq t_{r5\%} \leq 0,07 \text{ (s)}$$



**Q33.** Tracer sur le document réponse **DR4**, l'allure de la réponse temporelle  $\omega_r(t)$  de ce système en faisant apparaître :

- Le signal de consigne pour une commande en échelon  $\omega_c$  de 30 rad/s.
- L'amplitude du premier dépassement  $D_1$
- La pseudo période  $T_p$

Conclure sur les exigences de précision, de rapidité.

On a un système de second ordre, avec une entrée échelon :  $\omega_r(t) = \omega_c \cdot u(t)$  ;  $\omega_c = 30 \text{ rad/s}$ .

$$\omega_r(0) = 0 \quad ; \quad \dot{\omega}_r(0) = 0 \quad ;$$

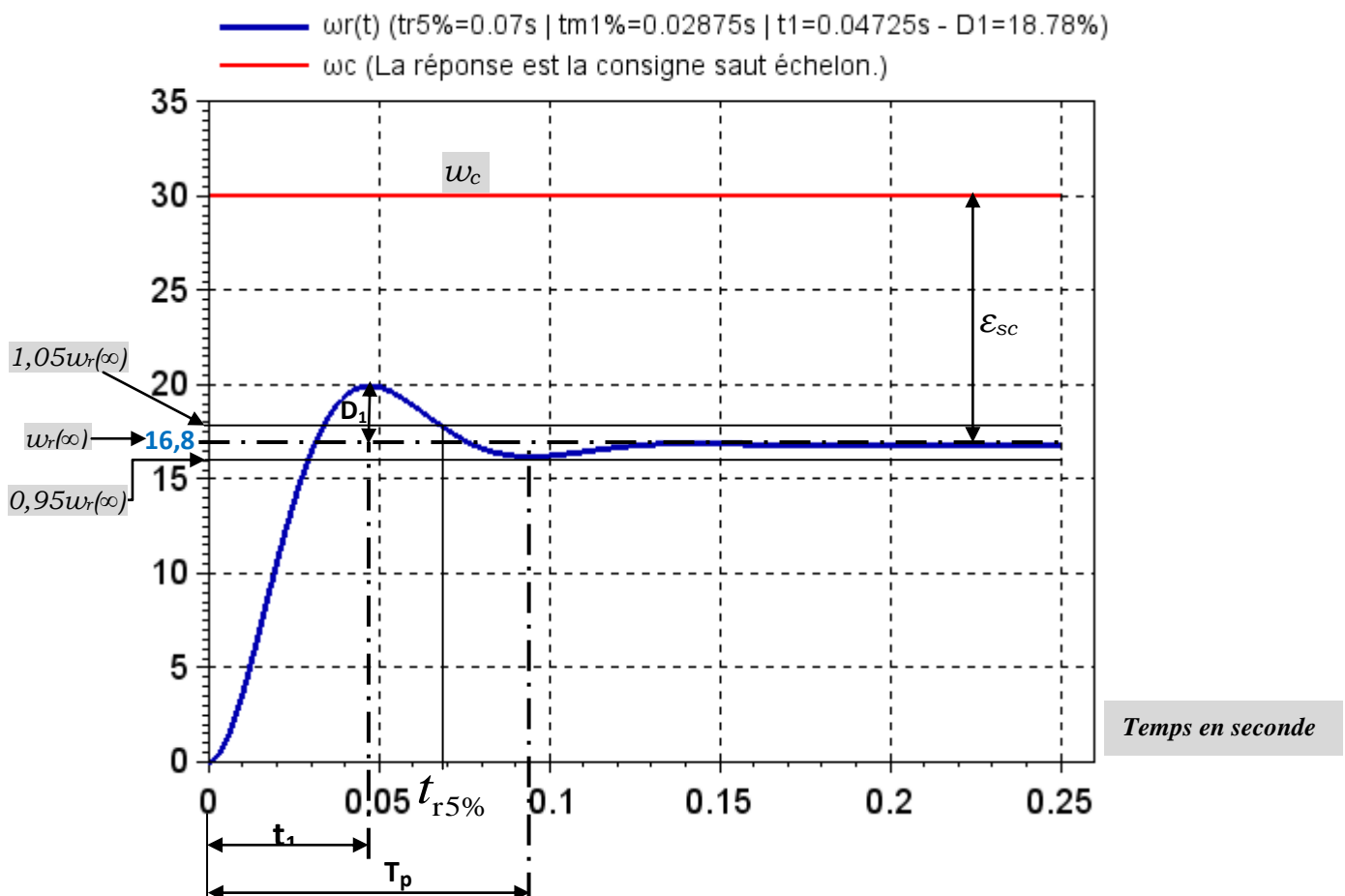
$$\omega_r(\infty) = K_{BF} \cdot \omega_c \Rightarrow \omega_r(\infty) = 0,56 \cdot 30 \Rightarrow \omega_r(\infty) = 16,8 \text{ rad/s.}$$

- L'amplitude du premier dépassement  $D_1$  :

$$D_1 = K_{BF} \cdot \omega_c \exp\left(\frac{-\pi \cdot \xi_{BF}}{\sqrt{1 - \xi_{BF}^2}}\right) = 16,8 \exp\left(\frac{-\pi \cdot 0,47}{\sqrt{1 - 0,47^2}}\right) \Rightarrow D_1 = 3,15.$$

- La pseudo période  $T_p$  :  $T_p = \frac{2\pi}{\omega_{nBF} \sqrt{1 - \xi_{BF}^2}} = \frac{2\pi}{75,33 \sqrt{1 - 0,47^2}} \Rightarrow T_p = 0,094 \text{ (s)}$

Allure de la réponse :  $\omega_r(t)$



**Conclusion :**

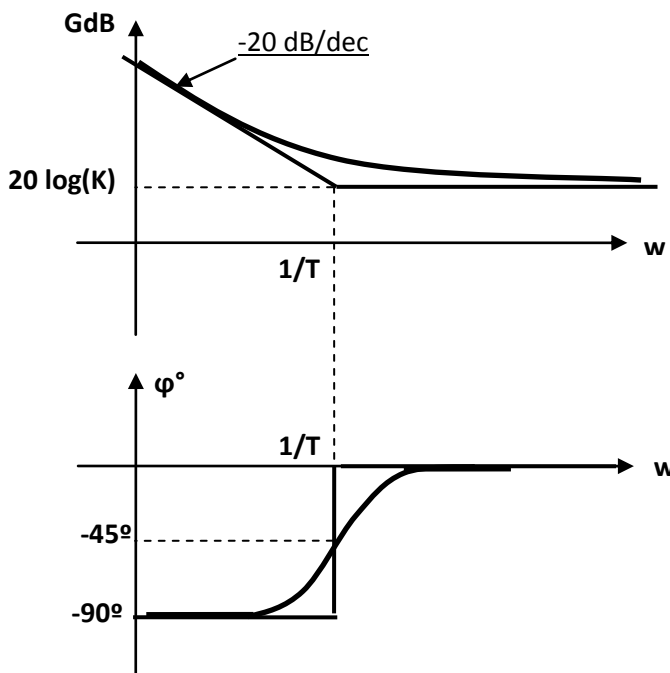
- Exigence de rapidité respectée :  $t_{r5\%} = 0,069 < 0,6(s)$ .
- Exigence de précision non respectée : Ecart vis-à-vis la consigne  $\varepsilon_{sc} = 13,2 \text{ rad/s} > 0$ .

**Q34.** Si l'on considère dans un premier temps que le correcteur est proportionnel de fonction de transfert :  $C(p) = K_c$ . Justifier, sans calcul, que l'écart vis-à-vis de la perturbation  $C_r(p)$  est non nul. Conclure sur l'exigence de précision.

Absence d'intégrateur en amont du point d'application de la perturbation  $C_r(p) \Rightarrow \varepsilon_{sp} \neq 0$

**Q35.** Tracer, sur votre copie, le diagramme de Bode (asymptotique et allure du diagramme réel) du correcteur. Indiquer les pentes et points caractéristiques en fonction de  $K$  et  $T$ .

**Q36.** Quel est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité.



A stabilité égale, le correcteur proportionnel-intégral améliore la précision

**Q37.** Déterminer l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée, sous la forme canonique suivante

$$H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}(1+T.p)}{p(1 + \frac{2.\xi_{BO}}{\omega_{nBO}} p + \frac{1}{\omega_{nBO}^2} p^2)}$$

. Indiquer son gain, son ordre et sa classe. Justifier la valeur de  $T=0,2 \text{ s}$ .

$$H_{BO}(p) = C(p).K_A.H_1(p).H_2(p) = \frac{1,27.K}{T} \frac{(1+T.p)}{p(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4} p^2)}$$

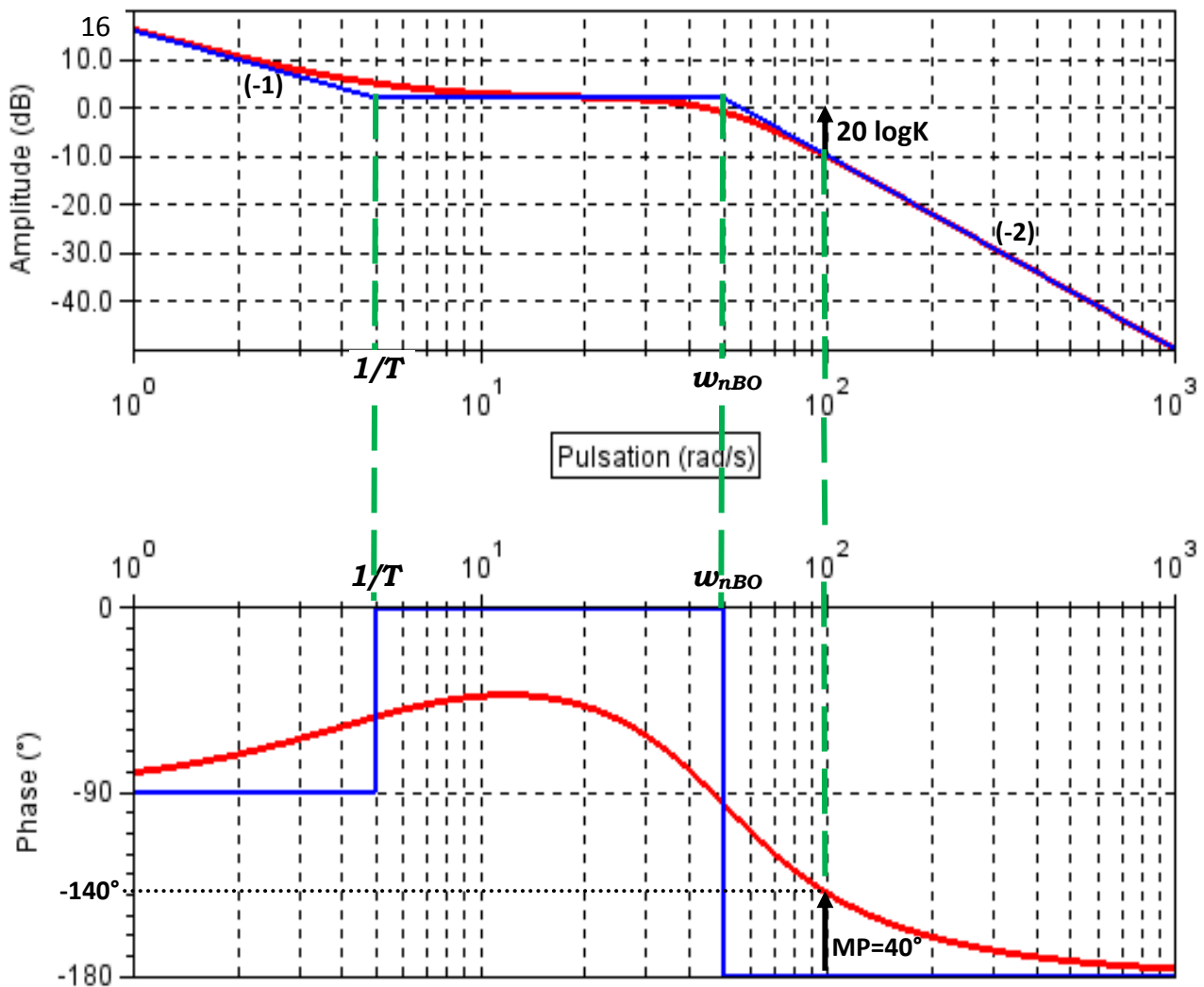
$$\text{Gain} = \frac{1,27.K}{T} \quad ; \quad \text{Ordre} : 3 \quad ; \quad \text{classe} = 1 \quad ;$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{10} \Rightarrow T = \frac{10}{\omega_n} \Rightarrow T = \frac{10}{50} \Rightarrow T = 0,2 (s) \quad .$$

**Q38.** Tracer dans le plan de Bode du document réponse **DR5**, les asymptotes et la courbe réelle de gain de la FTBO corrigée avec  $K = 1$ . Indiquer les pentes et points caractéristiques.

$$H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}(1+T.p)}{p(1+\frac{2.\xi_{BO}}{\omega_{nBO}}p+\frac{1}{\omega_{nBO}^2}p^2)} ; \text{avec} : K_{BO}=6,35 ; \frac{1}{T} = 5 \text{rad/s} ; \omega_{nBO}=50 \text{rad/s} \text{ et } \xi = \frac{\sqrt{2}}{2} .$$

$$\text{Pour } \omega \rightarrow 0 : H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{p} \rightarrow G_{dB}(\omega) = 20 \log K_{BO} - 20 \log \omega. \quad \text{Pour } \omega = 1 : G_{dB} = 20 \log K_{BO} = 16 \text{dB} .$$



**Q39.** Déterminer la plus grande valeur de  $K$  (notée  $K_{stab}$ ) permettant de satisfaire les critères de stabilité (répondre sur **DR 6**). Porter sur les courbes les tracés nécessaires.

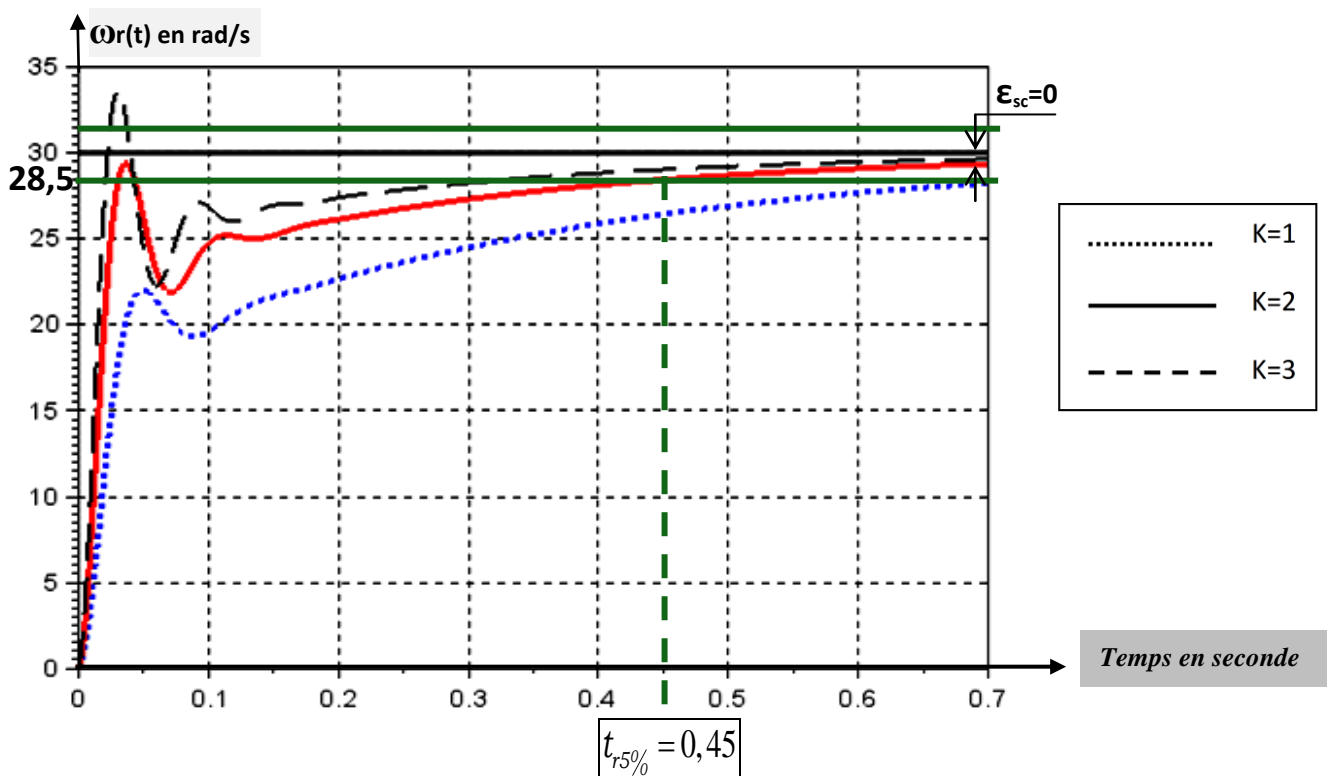
- Critères de stabilité :  $MG=+\infty$  (respectée)

- Pour une phase de  $-140^\circ$ , on mesure un gain de  $-10\text{dB}$ .

Pour avoir une marge de phase  $MP \geq 40^\circ$ , il faut donc remonter la courbe de gain de  $10\text{dB}$ . Ce qui correspond à :  $20\log(K) \leq 10\text{dB}$

$$\Rightarrow K \leq 10^{\frac{10}{20}} \Rightarrow K \leq 3,16 \Rightarrow \boxed{K_{stab} = 3,16}$$

**Q40.** Choisir la valeur de  $K$  permettant de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement, rapidité et précision. Justifier vos réponses et porter sur les courbes les tracés nécessaires.



Dans les trois cas,  $K < 3.16$ , le critère de stabilité est donc respecté.

- Pour  $K=3$ , il y a dépassement de la consigne, donc le critère de l'amortissement n'est pas respecté.

- Pour  $K=1$ , il n'y a pas dépassement de la consigne, mais le temps de réponse à **5%** est supérieur à  $0,6$  (s), donc le critère de la rapidité n'est pas respecté.

- Pour  $K=2$ , il n'y a pas dépassement de la consigne, l'écart statique vis-à-vis la consigne est nul et le temps de réponse à **5%** est inférieur à  $0,6$  (s), donc  **$K=2$  permet de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement, rapidité et précision.**

**Q41.** Déterminer la valeur de l'erreur de trainage en régime permanent  $\epsilon_{tp}$  à un couple perturbateur en rampe  $C_r(t) = C_0 \cdot t \cdot u(t)$ , avec  $C_0 = 40\text{Nmm}$ .  
L'exigence identifiée **1.3.2.1.1.1.3** est-elle respectée ? Justifier.

$$\Omega_c(p) = 0 ; \text{ On aura donc : } \varepsilon(p) = -\Omega_r(p) = -F(p)[\varepsilon(p).G(p) - C_r(p)] \Rightarrow \varepsilon(p) = \frac{F(p).C_r(p)}{1 + F(p).G(p)}$$

$$\text{On a : } G(p) = \frac{12,7(1+0,2p)}{p(1+2.10^{-3}p)} ; F(p) = \frac{(1+2.10^{-3}p)}{(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}p^2)} \text{ et } C_r(p) = \frac{C_0}{p^2}$$

$$\varepsilon_{tp} = \lim_{p \rightarrow 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} C_0 \frac{1+2.10^{-3}p}{p.(1+0,02\sqrt{2}.p+4.10^{-4}p^2)+12,7(1+0,2p)} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{tp} = \frac{C_0}{12,7}}$$

$$\text{AN : } \varepsilon_{tp} = \frac{40.10^{-3}}{12,7} \cdot \frac{60}{2\pi} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{tp} = 0,03 \text{ tr/min}}$$

### Conclusion :

- Erreur statique nulle vis-à-vis la consigne (voir courbe précédente) :  $\varepsilon_{sc}=0$  ;
  - Erreur statique nulle vis-à-vis la perturbation (Présence d'intégrateur en amont du point d'application de la perturbation  $C_r(p)$ ) :  $\varepsilon_{sp}=0$  ;
  - Erreur de trainage à un couple perturbateur en rampe :  $\varepsilon_p < 0,5 \text{ tr/min}$
- L'exigence **1.3.2.1.1.1.3** est finalement respectée.

### **Partie IV : Etude du risque de glissement du pot**

On considère les vitesses de rotations  $\dot{\theta}_4$  et  $\dot{\theta}_2$  **constantes**.

**Q42.** Déterminer les équations scalaires issues de l'application du théorème de la résultante dynamique au pot de peinture (2) en projection dans la base  $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ .

$$\text{TRD appliqué à 2 : } \begin{cases} \vec{R}(\bar{2} \rightarrow 2) = M.\vec{\Gamma}(G_2 \in 2/R_0) \\ \vec{R}(6s \rightarrow 2) + \vec{R}(6i \rightarrow 2) + \vec{R}(pes \rightarrow 2) = M.(\Gamma_x.\vec{x}_2 + \Gamma_y.\vec{y}_2 + \Gamma_z.\vec{z}_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bullet \quad Txs + Txi - Mg \sin \theta_4 \sin \theta_2 = M.\Gamma_x & (1) \\ \bullet \quad Tys + Tyi - Mg \cos \theta_4 = M.\Gamma_y & (2) \\ \bullet \quad Tzs + Tzi + Mg \sin \theta_4 \cos \theta_2 = M.\Gamma_z & (3) \end{cases}$$

**Q43.** Déterminer les équations scalaires issues de l'application du théorème du moment dynamique en O, au pot de peinture (2) en projection sur les axes :  $(O, \vec{x}_2)$  et  $(O, \vec{z}_2)$ .

■ TMD en O, appliqué à 2 en projection sur l'axe  $(O, \vec{x}_2)$  :

$$\overline{M}_O(\bar{2} \rightarrow 2).\vec{x}_2 = \vec{\delta}(O, 2/R_0).\vec{x}_2 \Rightarrow \overline{M}_O(6s \rightarrow 2).\vec{x}_2 + \overline{M}_O(6i \rightarrow 2).\vec{x}_2 + \overline{M}_O(pes \rightarrow 2).\vec{x}_2 = \delta_x$$

On a :



$$\begin{aligned}\overline{M}_O(6s \rightarrow 2) \cdot \vec{x}_2 &= \overline{M}_A(6s \rightarrow 2) \cdot \vec{x}_2 + \{\overline{OA} \wedge \vec{R}(6s \rightarrow 2)\} \cdot \vec{x}_2 = \left\{ (a \cdot \vec{x}_2 + \frac{H}{2} \vec{y}_2) \wedge (T_{xs} \cdot \vec{x}_2 + T_{ys} \cdot \vec{y}_2 + T_{zs} \cdot \vec{z}_2) \right\} \cdot \vec{x}_2 \\ &= \frac{H}{2} T_{zs}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{M}_O(6i \rightarrow 2) \cdot \vec{x}_2 &= \overline{M}_B(6i \rightarrow 2) \cdot \vec{x}_2 + \{\overline{OB} \wedge \vec{R}(6i \rightarrow 2)\} \cdot \vec{x}_2 = \left\{ (a \cdot \vec{x}_2 - \frac{H}{2} \vec{y}_2) \wedge (T_{xi} \cdot \vec{x}_2 + T_{yi} \cdot \vec{y}_2 + T_{zi} \cdot \vec{z}_2) \right\} \cdot \vec{x}_2 \\ &= -\frac{H}{2} T_{zi}\end{aligned}$$

$$\overline{M}_O(pes \rightarrow 2) \cdot \vec{x}_2 = \{\overline{OG}_2 \wedge -Mg\vec{y}_0\} \cdot \vec{x}_2 = \{a \cdot \vec{x}_2 \wedge -Mg\vec{y}_0\} \cdot \vec{x}_2 = 0. \quad \text{D'où : } \boxed{\frac{H}{2} (T_{zs} - T_{zi}) = \delta_x} \quad (4)$$

■ TMD en O, appliqué à 2 en projection sur l'axe  $(O, \vec{z}_2)$  :

$$\overline{M}_O(\vec{2} \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 = \vec{\delta}(O, 2/R_0) \cdot \vec{z}_2 \quad \Rightarrow \quad \overline{M}_O(6s \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 + \overline{M}_O(6i \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 + \overline{M}_O(pes \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 = \delta_z \cdot$$

$$\begin{aligned}\overline{M}_O(6s \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 &= \overline{M}_A(6s \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 + \{\overline{OA} \wedge \vec{R}(6s \rightarrow 2)\} \cdot \vec{z}_2 = \left\{ (a \cdot \vec{x}_2 + \frac{H}{2} \vec{y}_2) \wedge (T_{xs} \cdot \vec{x}_2 + T_{ys} \cdot \vec{y}_2 + T_{zs} \cdot \vec{z}_2) \right\} \cdot \vec{z}_2 \\ &= aT_{ys} - \frac{H}{2} T_{xs}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{M}_O(6i \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 &= \overline{M}_B(6i \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 + \{\overline{OB} \wedge \vec{R}(6i \rightarrow 2)\} \cdot \vec{z}_2 = \left\{ (a \cdot \vec{x}_2 - \frac{H}{2} \vec{y}_2) \wedge (T_{xi} \cdot \vec{x}_2 + T_{yi} \cdot \vec{y}_2 + T_{zi} \cdot \vec{z}_2) \right\} \cdot \vec{z}_2 \\ &= aT_{yi} + \frac{H}{2} T_{xi}\end{aligned}$$

$$\overline{M}_O(pes \rightarrow 2) \cdot \vec{z}_2 = \{\overline{OG}_2 \wedge -Mg\vec{y}_0\} \cdot \vec{z}_2 = \{a \cdot \vec{x}_2 \wedge -Mg\vec{y}_0\} \cdot \vec{z}_2 = -Mg a \underbrace{\{\vec{z}_2 \wedge \vec{x}_2\}}_{\vec{y}_{24}} \cdot \vec{y}_0 = -Mg a \cos \theta_4 \cdot$$

$$\text{D'où : } \boxed{a \cdot (T_{ys} + T_{yi}) + \frac{H}{2} (T_{xi} - T_{xs}) - Mg a \cos \theta_4 = \delta_z} \quad (5)$$

**Q44.** En déduire les expressions des efforts tangentiels  $T_{xs}$ ,  $T_{zs}$ ,  $T_{xi}$  et  $T_{zi}$ , en fonction des données du problème.

$$(5) - a \cdot (2) \quad \Rightarrow \quad \frac{H}{2} (T_{xi} - T_{xs}) = \delta_z - M a \Gamma_y \quad (6)$$

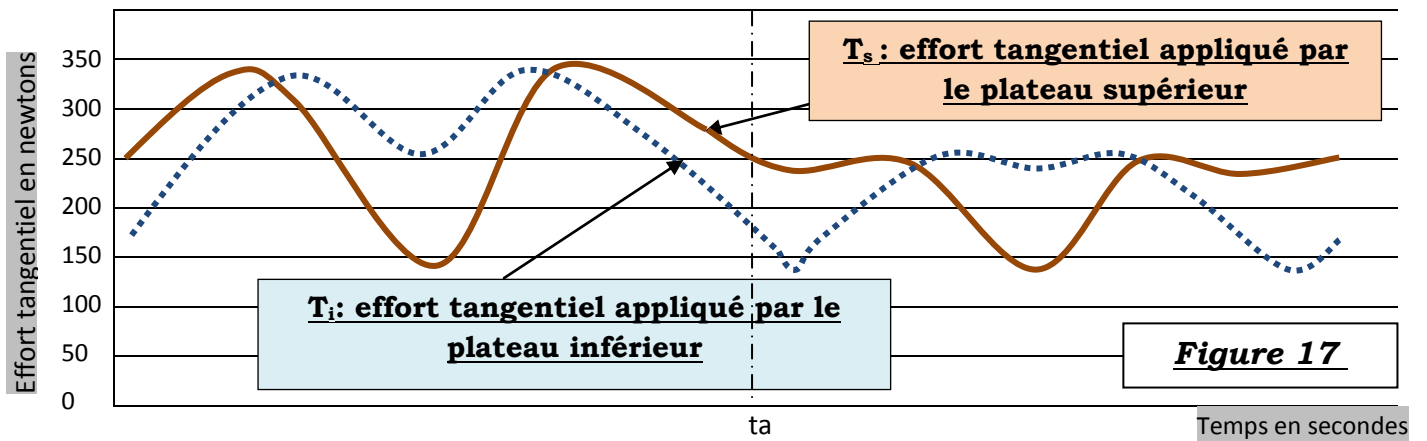
$$\frac{H}{2} \cdot (1) + (6) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{xi} = \frac{M}{2} (g \sin \theta_4 \sin \theta_2 + \Gamma_x - \frac{2a}{H} \Gamma_y) + \frac{\delta_z}{H}}$$

$$\frac{H}{2} \cdot (1) - (6) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{xs} = \frac{M}{2} (g \sin \theta_4 \sin \theta_2 + \Gamma_x + \frac{2a}{H} \Gamma_y) - \frac{\delta_z}{H}}$$

$$(4) + \frac{H}{2} \cdot (3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{zs} = \frac{M}{2} (\Gamma_z - g \sin \theta_4 \cos \theta_2) + \frac{\delta_x}{H}}$$

$$\frac{H}{2} \cdot (3) - (4) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{zi} = \frac{M}{2} (\Gamma_z - g \sin \theta_4 \cos \theta_2) - \frac{\delta_x}{H}}$$

**Q45.** Commenter les courbes et déduire le module des efforts normaux  $N_s$  et  $N_i$  à la limite de glissement.



$t < Ta$  : Régime transitoire → risque du glissement du pot (efforts tangentiels maximaux).  
 $t > Ta$  : Régime permanent

**A la limite du glissement**, l'effort normal maxi est de l'ordre de :

$$Ns(\max) \approx Ni(\max) = \frac{Ts}{f} = \frac{Ti}{f} \quad ; \quad AN : Ns(\max) \approx Ni(\max) = \frac{350}{0.8} = 437,5N$$

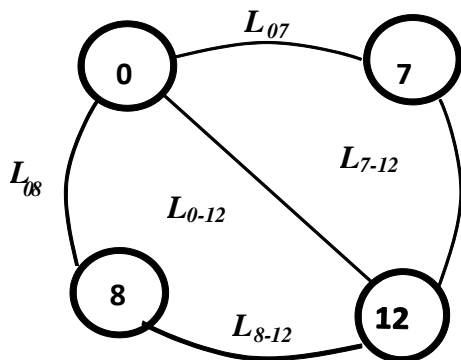
**Conclusion :**

L'effort de serrage appliqué au pot est  $N_s=450 N$  (voir étude statique – partie I)

**$Ns(\max) < 450 N$ , donc l'exigence identifiée 1.3.1.2.3 est validée.**

**Partie IV : Etude de l'hyperstatisme du système de serrage**

**Q46.a-** Tracer le graphe de liaisons du mécanisme



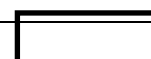
- $L_{8-12}$  : hélicoïdale ( $N_1, \vec{y}_0$ )
- $L_{0-12}$  : pivot ( $O_2, \vec{y}_0$ )
- $L_{0-7}$  : glissière ( $\vec{y}_0$ )
- $L_{0-8}$  : glissière ( $\vec{y}_0$ )
- $L_{7-12}$  : hélicoïdale ( $N_2, \vec{y}_0$ )

**Q46.b-** Donner en le justifiant, sa mobilité utile et interne.

- $m_u = 1$  : Une seule loi entrée/sortie (transformation de mouvement : rotation/translation)
- $m_i = 0$  : Aucun mouvement interne

**Q46.c-** En appliquant la formule de mobilité, déterminer son degré d'hyperstaticité  $h_1$

- Degré d'hyperstaticité :  $h_1 = m + 6 \cdot \gamma - N_c$



$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_u + \mathbf{m}_i = 1 \quad ; \quad \boldsymbol{\gamma} = 2 \quad ; \quad \mathbf{N}_c = 5 \quad ; \quad \text{donc} \quad \mathbf{h}_1 = 8$$

**Q46.d**-Proposer une nouvelle solution permettant de rendre le degré d'hyperstaticité :  $\mathbf{h}_2 = 2$ .

$\mathbf{L}_{0-7}$  : linéaire annulaire d'axe  $(\vec{y}_0)$  et  $\mathbf{L}_{0-8}$  : linéaire annulaire  $(\vec{y}_0)$  , tel que :

$$\mathbf{h}_2 = 6 \cdot \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{m} - \mathbf{N}_c, \quad \boldsymbol{\gamma} = 2 \quad ; \quad \mathbf{N}_c = 11 \quad ; \quad \mathbf{m} = 1. \quad \text{Alors : } \mathbf{h}_2 = 12 + 1 - 11 = 2$$

**Q46.e**-Justifier pourquoi le constructeur a opté pour la première solution.

La première solution est choisie pour **la rigidité du système**.

**FIN**