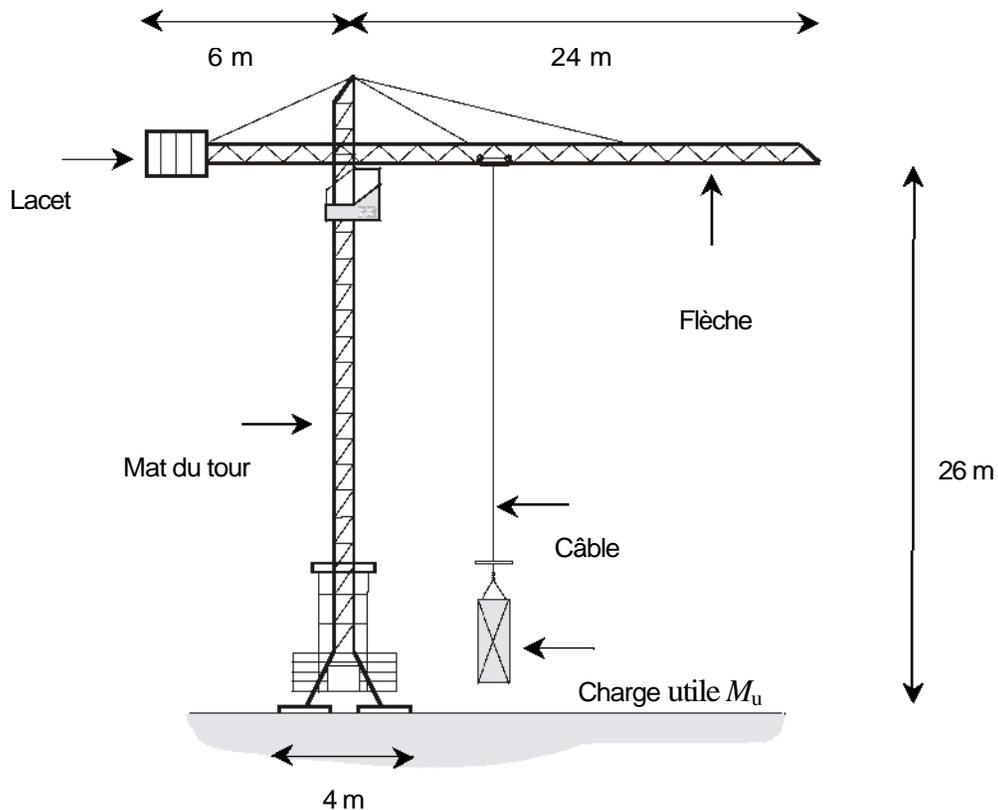


## ETUDE D'UNE GRUE A TOUR



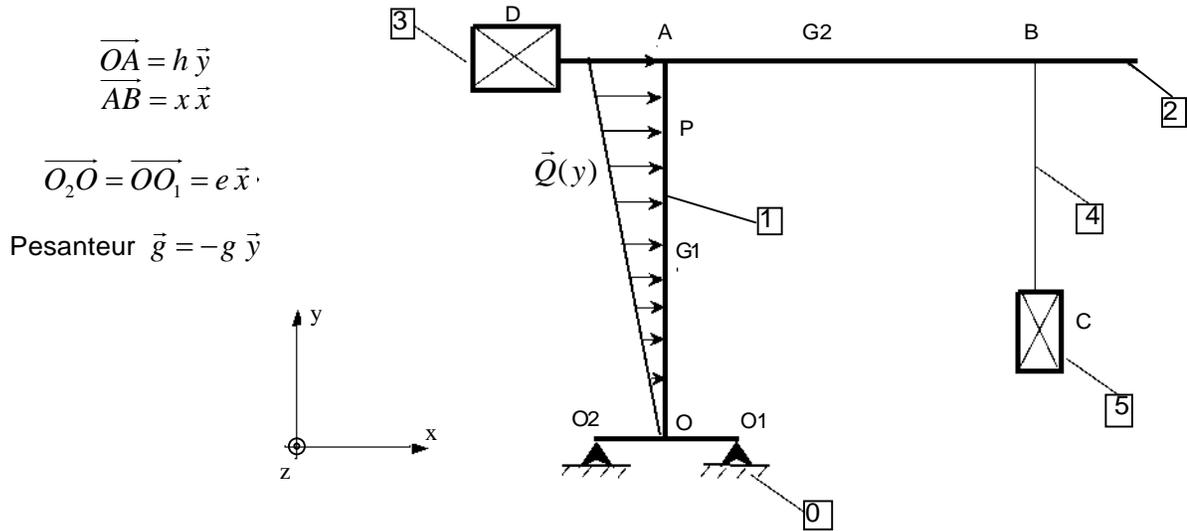
Le système représenté ci-dessus est une grue à tour de la société POTAIN utilisée dans les chantiers de construction des bâtiments et des travaux publics. Ces engins de levage n'ont cessé de se développer.

Le vent était un des grands problèmes qui limitait la hauteur. Les tempêtes de décembre 1999 en France ont montré que des vents violents sont bien capables de renverser ces grues. Les conséquences humaines et matérielles de tel accident étaient considérables.

L'intérêt de cette étude est de caractériser quelques aspects du comportement statique et dynamique de cette grue. Le sujet se compose de quatre parties indépendantes :

- A - Etude de la stabilité de la grue face au vent (étude statique).
- B - Etude dynamique de la grue.
- C - Etude de la résistance de la flèche.
- D - Etude du frein de la charge (étude de construction).

A - Etude de la stabilité de la grue face au vent (étude statique) :



**Données et hypothèses :**

Le mat (1) est modélisé par une tige de masse  $m_1$  et de centre de gravité  $G_1$  ;  $\overline{OG_1} = a \vec{y}$

La flèche (2) est modélisée par une tige de masse  $m_2$  et de centre de gravité  $G_2$  ;  $\overline{AG_2} = b \vec{x}$

Le lacet (3) est de masse  $m_3$  et de centre de gravité D ;  $\overline{AD} = -c \vec{x}$

Le câble (4) est de masse négligeable.

La charge (5) est de masse  $Mu$  et de centre de gravité C ;  $\overline{BC} = -d \vec{y}$

L'action du vent est modélisée par une charge répartie de densité linéique :

$$\vec{Q}(y) = ky\vec{x} \text{ en (N / m) ; } k : \text{ constante positive, } y \in [0, h].$$

Les liaisons en O1 et O2 sont des liaisons ponctuelles, avec :

$$\{T_1 0 \rightarrow 1\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_1 = X_1 \vec{x} + Y_1 \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_1} \qquad \{T_2 0 \rightarrow 1\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_2 = Y_2 \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_2}$$

**Travail demandé :**

A1 : la charge répartie est équivalente au torseur  $\{\text{vent} \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{array}{l} F \vec{x} \\ M_o \vec{z} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} F \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_P$  tel que

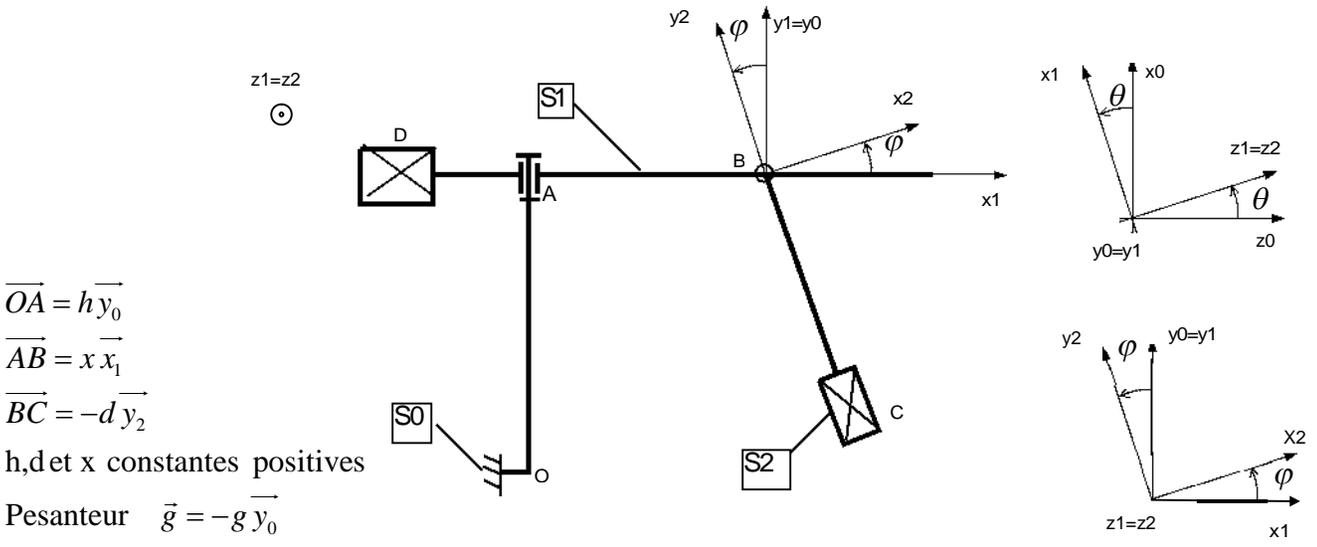
$$\overline{OP} = L\vec{y} ; P \text{ étant le centre de poussée.}$$

Déterminer F et  $M_o$  en fonction de k et h. En déduire L.

A2 : En isolant l'ensemble (1+2+3+4+5) et en appliquant le théorème du moment statique en O1 projeté sur  $\vec{z}$  déterminer la composante  $Y_2$  en fonction de : (F, L, les masses, g, et les données dimensionnelles).

A3 : Un vent violent peut renverser la grue autour de O1. Quelle est la valeur de  $Y_2$  dans ce cas ? En déduire la charge maximale Mu en fonction de (F, L, les masses, g, et les données dimensionnelles).

**B - Etude dynamique de la grue :**



Un moteur M<sub>01</sub> situé entre S0 et S1 exerce sur S1 un couple :  $\vec{C}_m = C_m \vec{y}_1$

La rotation de S1 autour de (O,  $\vec{y}_1$ ) fait écarter la charge (solide S2) d'un angle φ sous l'effet de la force centrifuge. Un mauvais contrôle de la vitesse de rotation du moteur M<sub>01</sub> peut entraîner des sollicitations dangereuses sur la grue.

Données et hypothèses :

Le modèle d'étude adopté est schématisé ci- dessus. Le système est composé par les solides :

- S0 : bâti ; repère lié  $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- S1 :(tour 1 + flèche 2 + lacet 3) ; Repère lié  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  ; la liaison S1/S0 est une pivot d'axe (A,  $\vec{y}_1$ ). S1 est de moment d'inertie (**I**<sub>A</sub>) par rapport à (A,  $\vec{y}_1$ ).
- S2 :(Charge 5+ Câble 4) ; Repère lié  $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  ; la liaison S2/S1 est une pivot d'axe (B,  $\vec{z}_1$ ). On suppose que le point B est fixe par rapport à  $R_1(x= constante)$ . S2 est de masse Mu, de centre de gravité C et de matrice d'inertie

$$\overline{\overline{I}}(C, 2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

**Travail demandé :**

B1 : Tracer le schéma d'analyse du système.

B2 : Déterminer la vitesse de rotation  $\vec{\Omega}(S2/S0)$ . Exprimer ce vecteur dans R2.

B3 : Déterminer la vitesse  $\vec{V}_C(S2/S0)$ . Exprimer ce vecteur dans R2.

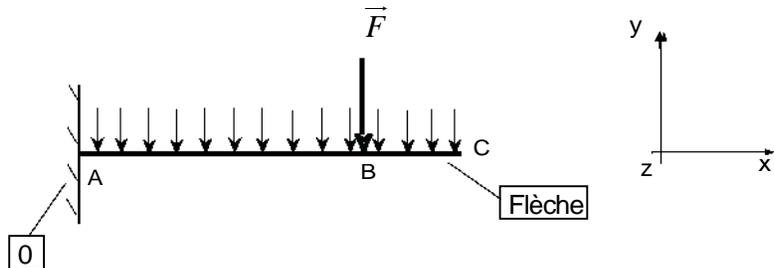
B4 : Déterminer le moment cinétique  $\vec{\sigma}_B(S2/S0)$ . Exprimer ce vecteur dans R2.

B5 : Déterminer la projection du moment dynamique  $\vec{z}_2 \vec{\delta}_B(S2/S0)$

B6 : Quel système faut-il isoler et quelle équation écrire pour déterminer l'équation de mouvement relative à  $\varphi$ . Trouver cette équation.

### C - Etude de la résistance de la flèche :

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= a \vec{x} \\ \vec{BC} &= b \vec{x} \\ \vec{AC} &= h \vec{x}\end{aligned}$$



Les dimensions de la flèche, qui peuvent atteindre 24 m, créent un grand problème.

On étudie dans cette partie la déformation de cette flèche sous l'effet de son propre poids et sous l'effet de la charge à soulever qui peut aller jusqu'à 2 tonnes.

Le poids propre de la flèche est modélisé par une force répartie de densité linéique constante Q en (N/m).

Le poids de la charge est modélisé par une force  $\vec{F}$  en (N).

La flèche a un moment quadratique  $I_{Gz}$  par rapport à l'axe (G, z) et un module de Young E.

Elle est modélisée par une poutre droite encastree en A.

#### Travail demandé :

C1 : ce problème peut être résolu par le principe de superposition. Expliquer ce principe.

**On suppose dans la suite que  $\vec{F} = \vec{0}$ .**

C2 : Déterminer la réaction de l'encastrement en A en fonction Q et h.

C3 : Montrer que l'expression du moment fléchissant est :  $Mf_z(x) = -\frac{Q}{2}x^2 + Qhx - \frac{Qh^2}{2}$ .

C4 : Quelles sont les conditions aux limites ?

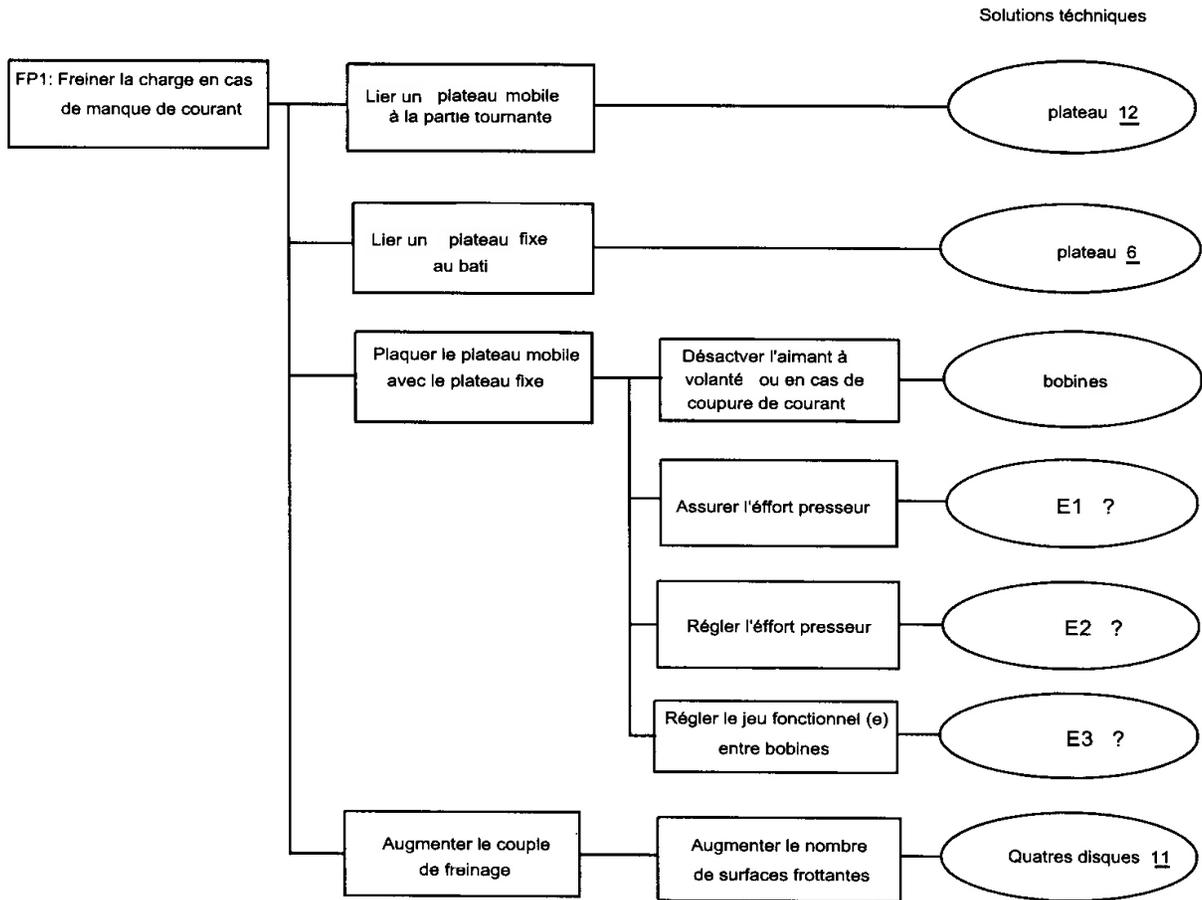
C5 : Déterminer l'expression de l'équation de la déformée. Déduire le déplacement du point C.

**D - Etude du frein de la charge (étude de construction) :** (Voir document 1)

Le moteur du treuil de levage est équipé d'un frein électromagnétique à manque de courant, monté à l'arrière du moteur, sur le deuxième bout d'arbre.

Le diagramme FAST ci-dessous décrit le fonctionnement de ce frein :

Diagramme FAST du frein



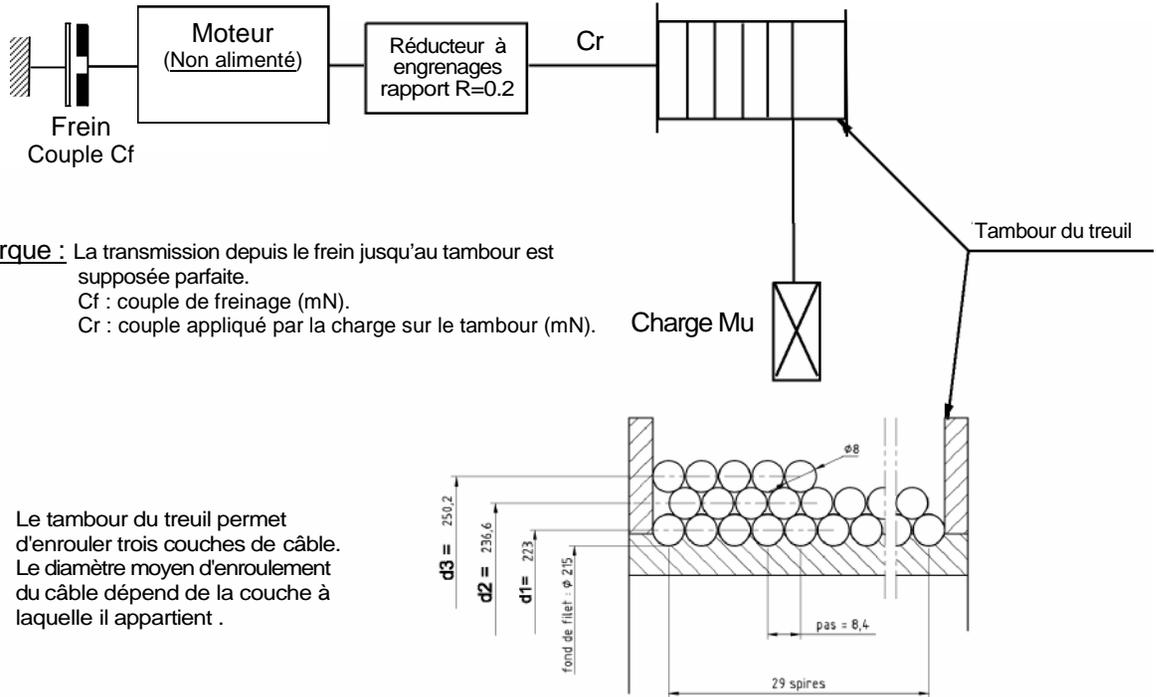
Travail demandé :

D1 : Justifier l'utilisation d'un frein électromagnétique à manque de courant.

D2 : Compléter le diagramme FAST en donnant les éléments E1, E2 et E3. (Répondre sur votre copie) .Pour l'élément E3 expliquer comment se fait ce réglage.

D3 : Le frein doit être dimensionné pour immobiliser la charge à soulever dans tous les cas.

Soit  $C_f$  le couple minimale limite de ce frein .Déterminer la valeur numérique de  $C_f$  moyennant les données ci-dessous :  $\mu=2$  tonnes et  $g=9.8$  (N/Kg).



**Remarque :** La transmission depuis le frein jusqu'au tambour est supposée parfaite.  
 $C_f$  : couple de freinage (mN).  
 $C_r$  : couple appliqué par la charge sur le tambour (mN).

Le tambour du treuil permet d'enrouler trois couches de câble. Le diamètre moyen d'enroulement du câble dépend de la couche à laquelle il appartient .

D4 : Montrer, en traçant un schéma de calcul, que le couple de freinage  $C_f$  est déterminé par la relation :

$$\|\vec{M}_O(\text{Bati} \rightarrow \text{Arbre})\| = C_f = \frac{2}{3} n \cdot f \cdot F \cdot \frac{(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)}$$

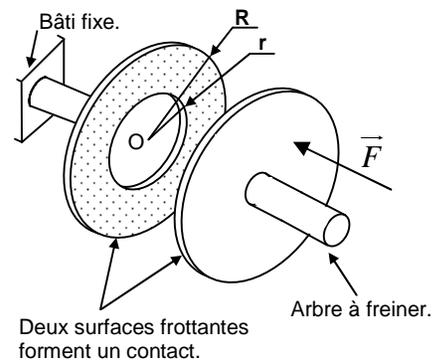
$n$  : nombre de **contacts** (voir forme des surfaces frottantes ci-contre).

$f$  : coefficient de frottement entre les surfaces frottantes.

$F$  : Effort presseur en (N), on suppose que  $F$  génère une pression  $p$  (N/m<sup>2</sup>) uniforme entre les surfaces frottantes.

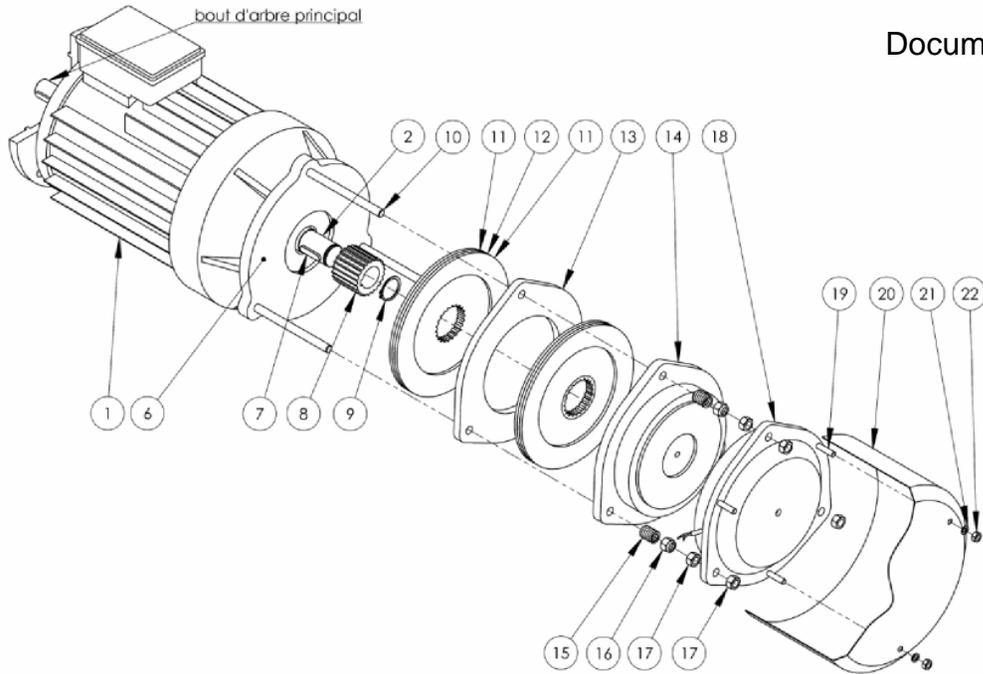
$R$  : rayon extérieur.

$r$  : rayon intérieur.



Que vaut  $n$  dans le cas du frein du document 1 (coupe A-A) ?

Document 1



A-A

