CHAINE D'ENERGIE D'UN SCOOTER

A. Schéma technologique de la chaine :

1°- Voir document à rendre 1/2 et le document à rendre 2/2

2°- La roue arrière ne glisse pas sur le sol $\Rightarrow$ vitesse du scooter $V = R_{roue}\omega_{roue}$

Avec $\frac{\omega_{roue}}{\omega_{vil}} = \frac{R1}{R2} \cdot \frac{Z10 \, . Z12}{Z11 \, . Z13}$

Et $\omega_{vil} = \frac{\pi \, N_{vil}}{30}$

$$\boldsymbol{V = (R_{roue}10^{-6}) \, \frac{R1}{R2} \cdot \frac{Z10 \, . Z12}{Z11 \, . Z13} \cdot \left(\frac{\pi \, N_{vil}}{30} . 3600\right) \; en \; \left(km/_h\right)}$$

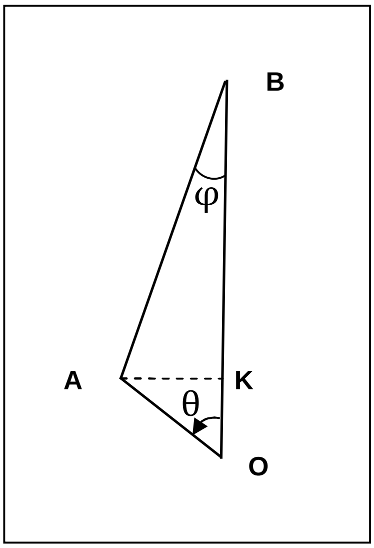
$$\boldsymbol{R_{roue}, R1 \text{ et } R2 \text{ en } (mm); \;\; N_{vil} \; en \; \left(tr/_{min}\right)}$$

3°- Application numérique :

- N_{vil} =5600 tr/min, $R1_{mini}$ = 37,5 , $R2_{maxi}$ = 107,1 : **V = 12,7 (km/h)**
- N_{vil} =6000 tr/min, $R1_{maxi}$ = 77, $R2_{mini}$ = 74,7 : **V = 40,1 (km/h)**
- N_{vil} =6700 tr/min, $R1_{maxi}$ = 77, $R2_{mini}$ = 74,7 : **V = 44,7 (km/h)**

B. Equilibrage du système (piston, bielle, vilebrequin) :

4°-



$$\begin{cases} AK = AB \, \sin\varphi = OA \, \sin\theta \\ OB = OA\cos\theta + AB \, \cos\varphi \end{cases}$$

$avec \quad OA = e \;, \quad AB = L \;, \quad OB = x(t)$

D'où :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sin\varphi = \frac{e\sin\theta}{L}} \\ \boldsymbol{x(t) = e\cos\theta + L\sqrt{1-(\frac{e\sin\theta}{L})^2}} \end{cases}$$

5°-

$$x(t) = e\cos\theta + L\left(1 - \left(\frac{e\sin\theta}{L}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \cong e\cos\theta + L\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{e\sin\theta}{L}\right)^2\right)$$

$$\boldsymbol{x(t) \cong e\cos\theta + L - \frac{e^2}{2L}\sin^2\theta}$$

6°- $\overrightarrow{V_{(A/0)}} = \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{OA}\right]_{R0}$ avec $\overrightarrow{OA} = e\overrightarrow{x_1}$ et $\boldsymbol{\theta = \omega_{vil} t}$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{(A/0)}} = e\dot{\theta}\overrightarrow{y_1} = e\,\omega_{vil}\,\overrightarrow{y_1}}$$

$\overrightarrow{V_{(B/0)}} = \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{OB}\right]_{R0}$ avec $\overrightarrow{OB} = x(t)\overrightarrow{x_0} = \left(e\cos\theta + L - \frac{e^2}{2L}\sin^2\theta\right)\overrightarrow{x_0}$

$$\overrightarrow{V_{(B/0)}} = (-e\omega_{vil}\sin\theta - \frac{e^2}{L}\omega_{vil}\cos\theta\sin\theta)\overrightarrow{x_0}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{V_{(B/0)}} = -e\omega_{vil}(\sin\theta + \frac{e}{2L}\sin 2\theta)\overrightarrow{x_0}}$$

$\overrightarrow{\gamma_{(A/0)}} = e\,\omega_{vil}\,(-\omega_{vil}\overrightarrow{x_1}) = -e{\omega_{vil}}^2\,\overrightarrow{x_1}$ $\boldsymbol{\overrightarrow{\gamma_{(A/0)}} = -e{\omega_{vil}}^2\,\overrightarrow{x_1}}$

$$\overrightarrow{\gamma_{(B/0)}} = -e\omega_{vil}(\omega_{vil}\cos\theta + \frac{e}{2L}(2\omega_{vil}\cos 2\theta))\overrightarrow{x_0}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\gamma_{(B/0)}} = -e{\omega_{vil}}^2(\cos\theta + \frac{e}{L}\cos 2\theta)\overrightarrow{x_0}}$$

7°- Principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble (m_1, m_A, m_B) :

$$\{0 \to 1\} + \{0 \to 3\} = \begin{Bmatrix} m_1\overrightarrow{\gamma_{(O/R0)}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} m_A\overrightarrow{\gamma_{(A/R0)}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} m_B\overrightarrow{\gamma_{(B/R0)}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

(Le moment dynamique d'une masse ponctuelle en son centre est nul)

$$\begin{Bmatrix} X_{01}\overrightarrow{x_0} + Y_{01}\overrightarrow{y_0} + Z_{01}\overrightarrow{z_0} \\ Mx_{01}\overrightarrow{x_0} + My_{01}\overrightarrow{y_0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} Y_{03}\overrightarrow{y_0} + Z_{03}\overrightarrow{z_0} \\ My_{03}\overrightarrow{y_0} + Mz_{03}\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_B$$

$$= \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} -e\,m_A{\omega_{vil}}^2\,\overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} -e\,m_B\,{\omega_{vil}}^2(\cos\theta + \frac{e}{L}\cos 2\theta)\overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

$$\vec{x}_0\,.TRD \;\Rightarrow\; \boldsymbol{X_{01} = \;-e\, m_A \omega_{vil}{}^2 \cos\theta \;-e\, m_B\, \omega_{vil}{}^2(\cos\theta + \frac{e}{L}\cos 2\theta)}$$

$$\vec{y}_0\,.TRD \;\Rightarrow\; \boldsymbol{Y_{01} + \;Y_{03} \;=\; -e\, m_A \omega_{vil}{}^2 \sin\theta}$$

8°- $X = X_{01}$ $\qquad Y = (Y_{01} + Y_{03})$

$$\overrightarrow{V_{(K/0)}} = -d\omega_{vil}\,\overrightarrow{y_1}$$

$\overrightarrow{\Gamma_{(K/0)}} = +d\omega_{vil}{}^2\,\overrightarrow{x_1}$ donc sans refaire les calculs on ajoute le torseur $\begin{Bmatrix} +d\, m_K \omega_{vil}{}^2\, \overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$

$$\begin{Bmatrix} X_{01}\overrightarrow{x_0} + Y_{01}\overrightarrow{y_0} + Z_{01}\overrightarrow{z_0} \\ Mx_{01}\overrightarrow{x_0} + My_{01}\overrightarrow{y_0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} Y_{03}\overrightarrow{y_0} + Z_{03}\overrightarrow{z_0} \\ My_{03}\overrightarrow{y_0} + Mz_{03}\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_B$$

$$= \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} +d\, m_K \omega_{vil}{}^2\, \overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K + \begin{Bmatrix} -e\, m_A \omega_{vil}{}^2\, \overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} -e\, m_B\, \omega_{vil}{}^2(\cos\theta + \frac{e}{L}\cos 2\theta)\overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

$$\boldsymbol{X = (d\, m_K - e\, m_A)\omega_{vil}{}^2 \cos\theta \;-e\, m_B\, \omega_{vil}{}^2(\cos\theta + \frac{e}{L}\cos 2\theta)}$$

$$\boldsymbol{Y \;=\; (d\, m_K - e\, m_A)\omega_{vil}{}^2 \sin\theta}$$

9°- X et Y ne peuvent être rendus constants, pour minimiser leurs amplitudes on doit :

- Choisir (d) et (m_K) de façon à annuler le terme $\boldsymbol{(d\, m_K - e\, m_A)}$
- Minimiser l'excentricité **(e)** et la masse $\boldsymbol{m_B = (m_3 + \frac{1}{3}m_2)}$ c'est-à-dire minimiser la masse du piston (3) et de la bielle (2).

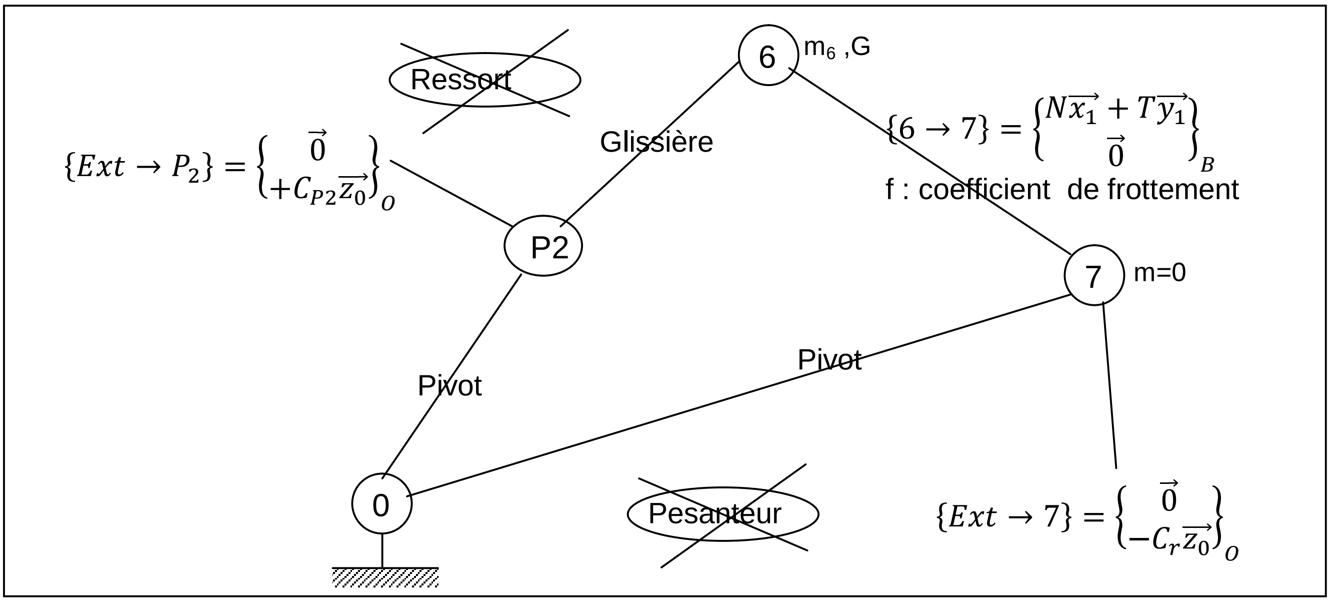
Ainsi on aura : $\boldsymbol{X = \;-e\, m_B\, \omega_{vil}{}^2(\cos\theta + \frac{e}{L}\cos 2\theta)}$

$\boldsymbol{Y \;=\; 0}$

Remarque : il existe d'autres solutions qui permettent d'annuler (X) aussi.

C. Embrayage centrifuge :

10°- Graphe d'analyse dynamique :



11°- PFD appliqué à (6) : $\{P_2 \to 6\} + \{7 \to 6\} = \begin{Bmatrix} m_6\overrightarrow{\gamma_{(G/R0)}} \\ \vec{\delta}_G(6/R_0) \end{Bmatrix}_G$

$\overrightarrow{V_{(G/0)}} = L\dot{\theta}\overrightarrow{y_1}$

$\overrightarrow{\gamma_{(G/0)}} = L\ddot{\theta}\overrightarrow{y_1} - L\dot{\theta}^2\overrightarrow{x_1}$

$$\begin{Bmatrix} Y_{26}\overrightarrow{y_1} + Z_{26}\overrightarrow{z_0} \\ Mx_{26}\overrightarrow{x_1} + My_{26}\overrightarrow{y_1} + Mz_{26}\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} -N\overrightarrow{x_1} - T\overrightarrow{y_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} m_6(L\ddot{\theta}\overrightarrow{y_1} - L\dot{\theta}^2\overrightarrow{x_1}) \\ \vec{\delta}_G(6/R_0) \end{Bmatrix}_G$$

$\vec{x}_1 . TRD \Rightarrow -N = -m_6L\dot{\theta}^2$ d'où $\boldsymbol{N = m_6L\dot{\theta}^2}$

12°- Non glissement de la masselotte (6) sur la cloche (7) $\Rightarrow T \leq fN \Rightarrow \boldsymbol{T \leq f\, m_6L\dot{\theta}^2}$

13°- PFD appliqué à (7) : $\{Ext \to 7\} + \{0 \to 7\} + \{6 \to 7\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$ (la masse de (7) est nulle)

$$\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -C_r\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} X_{07}\overrightarrow{y_0} + Y_{07}\overrightarrow{y_0} + Z_{07}\overrightarrow{z_0} \\ Mx_{07}\overrightarrow{x_0} + My_{07}\overrightarrow{y_0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} N\overrightarrow{x_1} + T\overrightarrow{y_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$\vec{M}_O = \vec{0} + \overrightarrow{OB} \wedge (N\overrightarrow{x_1} + T\overrightarrow{y_1}) = RT\overrightarrow{z_0}$

$\vec{z}_0 . TMD \Rightarrow -C_r + RT = 0$ $\Rightarrow \boldsymbol{C_r = RT}$ et pour (n) masselottes $\boldsymbol{C_r = nRT}$

14°- $\frac{C_r}{nR} \leq f\ m_6 L\dot{\theta}^2$ $\qquad \boldsymbol{m_6 \ \geq \ \frac{C_r}{fnRL\dot{\theta}^2}}$

Application numérique : $m_6 \ \geq \ 0{,}1709\ (kg) \ \Rightarrow$ $\qquad \boldsymbol{m_6 \ \geq 170{,}9\ (g)}$

D. <u>Estimation du couple moteur nécessaire au fonctionnement</u> :

15°- $Ec\left({}^{S}/_{R_0}\right) = \frac{1}{2} J_{éléments\ tournants}\omega^2{}_{vil} + \frac{1}{2}\ M\dot{x}^2$

Avec $\qquad k = \frac{\omega_{roue}}{\omega_{vilebrequin}}$

et $(non\ glissement\ de\ la\ roue\ arrière) \Longrightarrow\ \dot{x} = \ R_{roue}\ \omega_{roue}$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{\omega_{vilebrequin} = \frac{\dot{x}}{k\ R_{roue}}}$$

$$\Longrightarrow \qquad Ec\left({}^{S}/_{R_0}\right) = \frac{1}{2} J_{élém\ tourn} \frac{\dot{x}^2}{k^2 R^2{}_{roue}} + \frac{1}{2}\ M\dot{x}^2$$

$$\Longrightarrow \qquad \boldsymbol{Ec\left({}^{S}/_{R_0}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{J_{élém\ tourn}}{k^2 R^2{}_{roue}} + \ M\right)\dot{x}^2}$$

16°- Théorème de l'énergie cinétique appliqué à (S) :

$$\frac{d}{dt}\ Ec\left({}^{S}/_{R_0}\right) = P\left(pasanteur \longrightarrow {}^{S}/_{R_0}\right) + P\left(moteur \longrightarrow {}^{S}/_{R_0}\right) + P\left(air \longrightarrow {}^{S}/_{R_0}\right)$$

$P\left(pasanteur \longrightarrow {}^{S}/_{R_0}\right) = \begin{Bmatrix} -Mg\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{x}\ \overrightarrow{x_1} \end{Bmatrix}_G \ = \ -Mg\dot{x}\sin\alpha$ (Le poids est résistant)

$P\left(gaz\ brulés \longrightarrow {}^{S}/_{R_0}\right) = \ C_{vil}\omega_{vil}$ (Puissance motrice)

$P\left(air \longrightarrow {}^{S}/_{R_0}\right) = \begin{Bmatrix} -0{,}3\ \dot{x}^2\ \overrightarrow{x_1} \\ \dots \end{Bmatrix}_G \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{x}\ \overrightarrow{x_1} \end{Bmatrix}_G \ = \ -0{,}3\ \dot{x}^3$ (Action de l'air résistante)

$$\Longrightarrow \qquad \frac{1}{2}\left(\frac{J_{élém\ tourn}}{k^2 R^2{}_{roue}} + \ M\right) 2\dot{x}\ddot{x} = \ -Mg\dot{x}\sin\alpha + \ C_{vil}\omega_{vil} \ - 0{,}3\ \dot{x}^3$$

$$\Longrightarrow \qquad \left(\frac{J_{élém\ tourn}}{k^2 R^2{}_{roue}} + \ M\right)\dot{x}\ddot{x} = \ -Mg\dot{x}\sin\alpha + \ C_{vil}\frac{\dot{x}}{k\ R_{roue}} \ - 0{,}3\ \dot{x}^3$$

$$\Longrightarrow \qquad \boldsymbol{C_{vil} \ = \ k\ R_{roue}\left[\left(\frac{J_{élém\ tourn}}{k^2 R^2{}_{roue}} + \ M\right)\ddot{x} + \ Mg\sin\alpha + 0{,}3\ \dot{x}^2\right]}$$

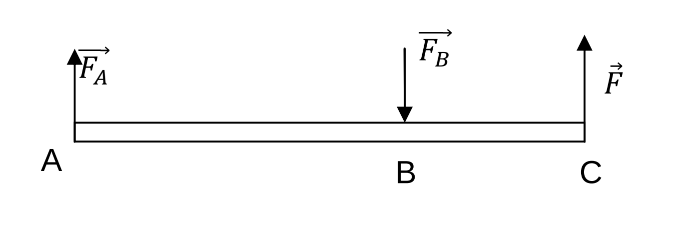
Application numérique :

* $\dot{x} = 15\ {}^{km}/_{h}$ et $\ddot{x} = 0\ {}^{m}/_{s^2}$ $\boldsymbol{C_{vil} = 2,03\ (mN)}$

* $\dot{x} = 15\ {}^{km}/_{h}$ et $\ddot{x} = 0,8\ {}^{m}/_{s^2}$ $\boldsymbol{C_{vil} = 4,32\ (mN)}$

E. **Résistance et montage de l'axe de roue arrière :**

17°- Equilibre de la poutre :



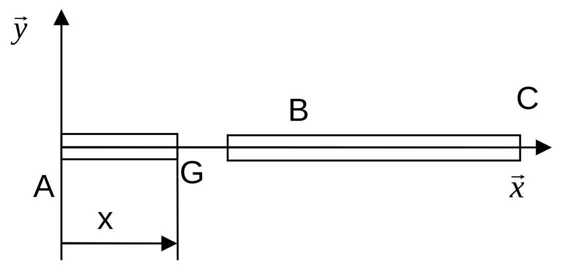
$$\begin{Bmatrix} F_A\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} -F_B\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} F\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_A\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} -F_B\vec{y} \\ -a\,F_B\vec{z} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} F\vec{y} \\ L\,F\vec{z} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F_B = \frac{L}{a}\,F} \qquad \boldsymbol{et} \qquad \boldsymbol{F_A = \left(\frac{L}{a} - 1\right)F = \frac{(L-a)}{a}\,F}$$

18°-

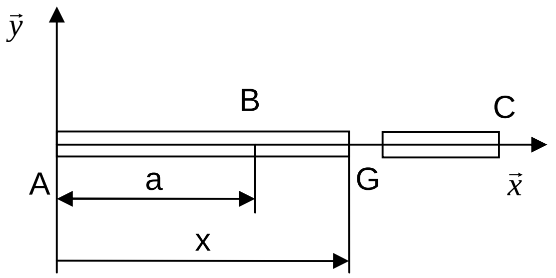
Zone AB $\quad x \in \,]0, a[$



$$\{\tau_{coh}\}_G = -\begin{Bmatrix} F_A\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} -F_A\vec{y} \\ \overrightarrow{GA} \wedge (-F_A\vec{y}) \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} -F_A\vec{y} \\ xF_A\vec{z} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} -\frac{(L-a)}{a}\,F\,\vec{y} \\ \frac{(L-a)}{a}\,F\,x\,\vec{z} \end{Bmatrix}_G =$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{N = 0} & \boldsymbol{M_t = 0} \\ \boldsymbol{T_y = -\frac{(L-a)}{a}\,F} & \boldsymbol{M_{fy} = 0} \\ \boldsymbol{T_z = 0} & \boldsymbol{M_{fz} = \frac{(L-a)}{a}\,F\,x} \end{Bmatrix}_G$$

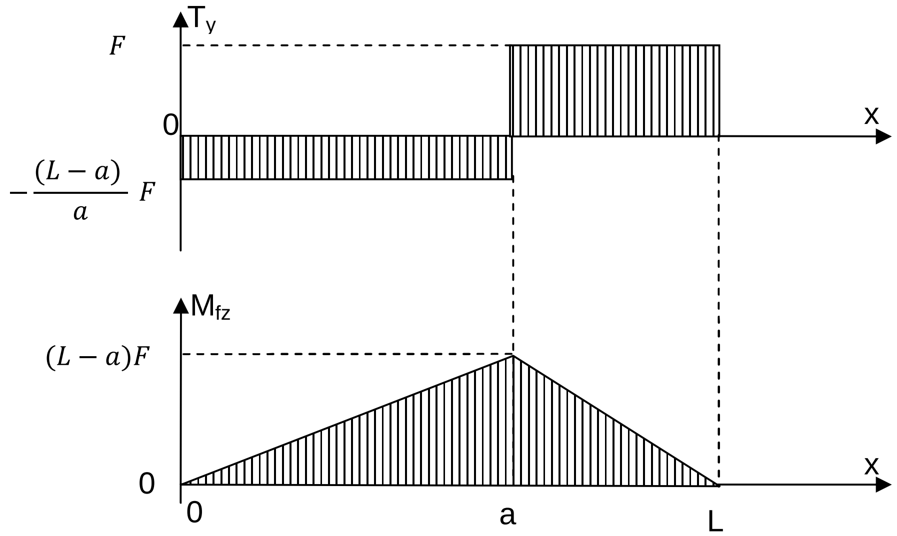
Zone BC $x \in \,]a, L[$



$$\{\tau_{coh}\}_G = +\begin{Bmatrix} F\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} F\vec{y} \\ \overrightarrow{GC} \wedge (F\vec{y}) \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} F\,\vec{y} \\ F\,(L-x)\vec{z} \end{Bmatrix}_G =$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{N = 0} & \boldsymbol{M_t = 0} \\ \boldsymbol{T_y = F} & \boldsymbol{M_{fy} = 0} \\ \boldsymbol{T_z = 0} & \boldsymbol{M_{fz} = F(L-x)} \end{Bmatrix}_{\boldsymbol{G}}$$

19°- Tracé des éléments non nuls du torseur de cohésion :



20°- Condition de résistance en flexion de l'axe :

$$|\sigma_{maxi}| \leq \frac{\sigma_e}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{|Mfz_{maxi}|}{\frac{IGz}{v}} \leq \frac{\sigma_e}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{(L-a)F}{\left(\frac{\pi d^4/_{64}}{d/_2}\right)} \leq \frac{\sigma_e}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{32(L-a)F}{\pi d^3} \leq \frac{\sigma_e}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{d} \geq \sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{32(L-a)F\,s}}{\boldsymbol{\pi\sigma_e}}}$$

$$\boldsymbol{d \geq 13{,}05\ mm\ (flexion)}$$

21°- Condition de résistance en torsion de l'axe :

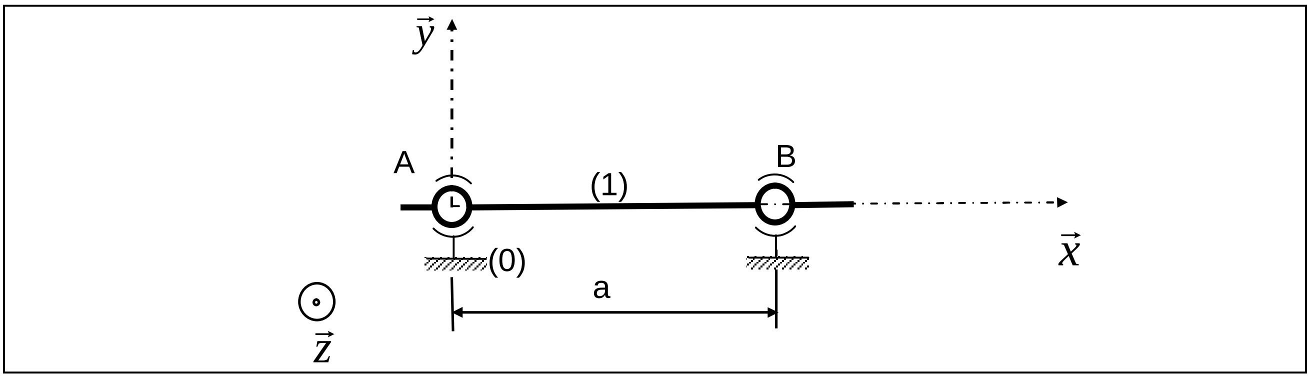
$$\tau_{maxi} \leq \frac{\tau_e}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{Mt}{\frac{IG}{v}} \leq \frac{\tau_e}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{C_{roue}}{(\frac{\pi d^4/_{32}}{d/_2})} \leq \frac{\tau_e}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{16C_{roue}}{\pi d^3} \leq \frac{\tau_e}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{d \geq \sqrt[3]{\frac{16\ C_{roue}s}{\pi\tau_e}}}$$

$$\boldsymbol{d \geq 20,33\ mm\ (torsion)}$$

Nota : L'effet de la torsion est plus important sur l'arbre que celui de la flexion dans notre cas.

22°- Schéma cinématique :



- Etude statique : Liaisons en parallèle

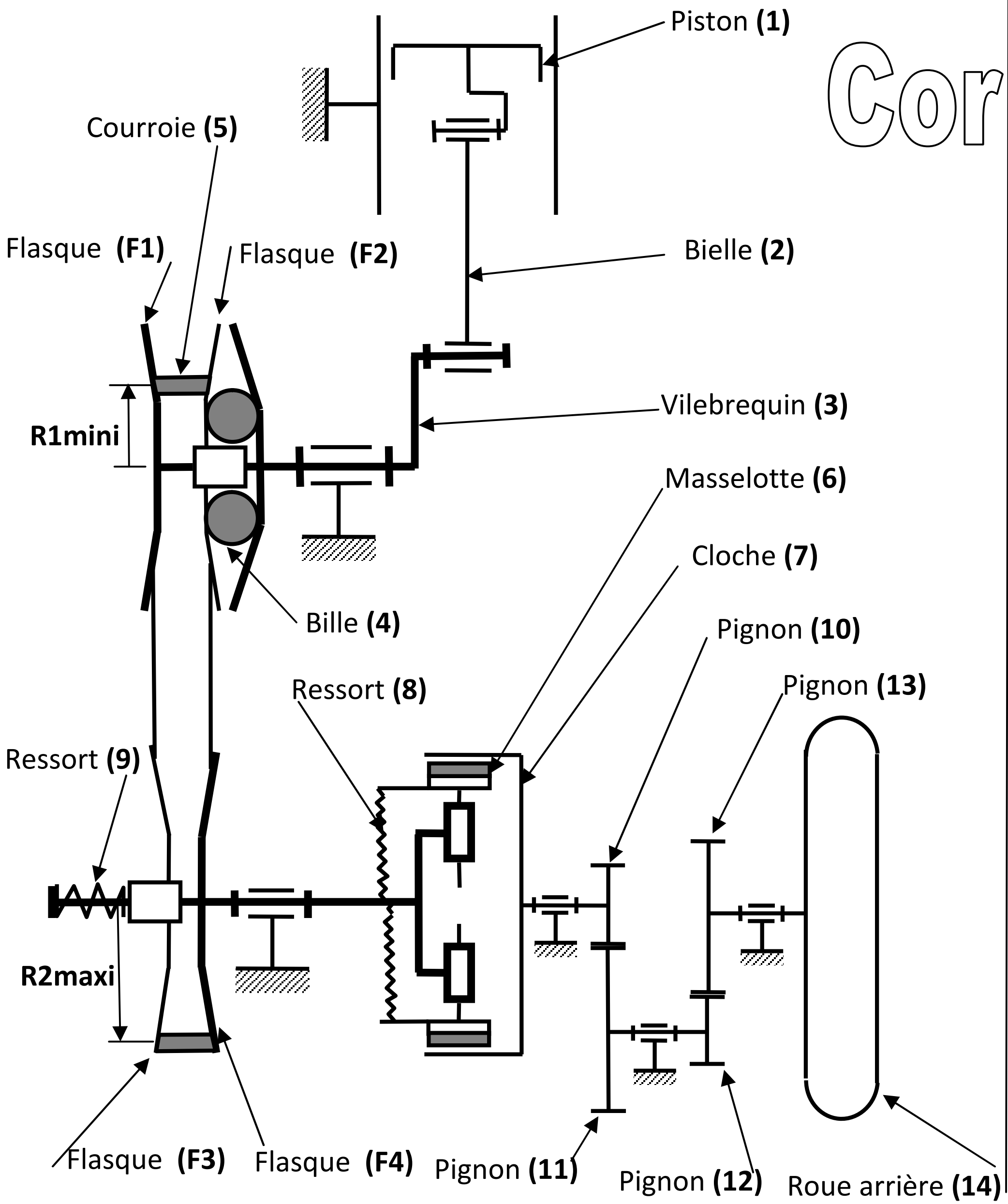
$$\{\tau_{Equivalent}\} = \{\tau_{LiA}\}_A + \{\tau_{LiB}\}_B = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_B, \overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_B} + \overrightarrow{AB} \wedge \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix}$$

$$\{\tau_{Equivalent}\} = \begin{Bmatrix} X & M_x \\ Y & M_y \\ Z & M_z \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_A + X_B & 0 \\ Y_A + Y_B & -aZ_B \\ Z_A + Z_B & aY_B \end{Bmatrix}_A \Rightarrow \begin{cases} X = X_A + X_B \\ Y = Y_A + Y_B \\ Z = Z_A + Z_B \\ M_x = 0 \\ M_y = -aZ_B \\ M_z = aY_B \end{cases}$$

La liaison équivalente est donc une pivot d'axe (AB) dont l'une des deux inconnues X_A ou X_B est hyperstatique (car elle ne peut pas être déterminée dans le système d'équations ci-dessus). Cela se traduit par une incertitude des contacts dans la direction $\vec{x}$ lors du montage.

- Le jeu (j) permet de palier à ce problème, on est donc sûr que les deux roulements ne sont pas **sur-contraints axialement** (roulements sur-contraints axialement → usure rapide). En plus il a un rôle de permettre une marge de dilatation de l'axe sous l'effet de l'échauffement.

Figure 1 : Phase de ralenti



Corrigé

Figure 2 : Phase de glissement dans l'embrayage

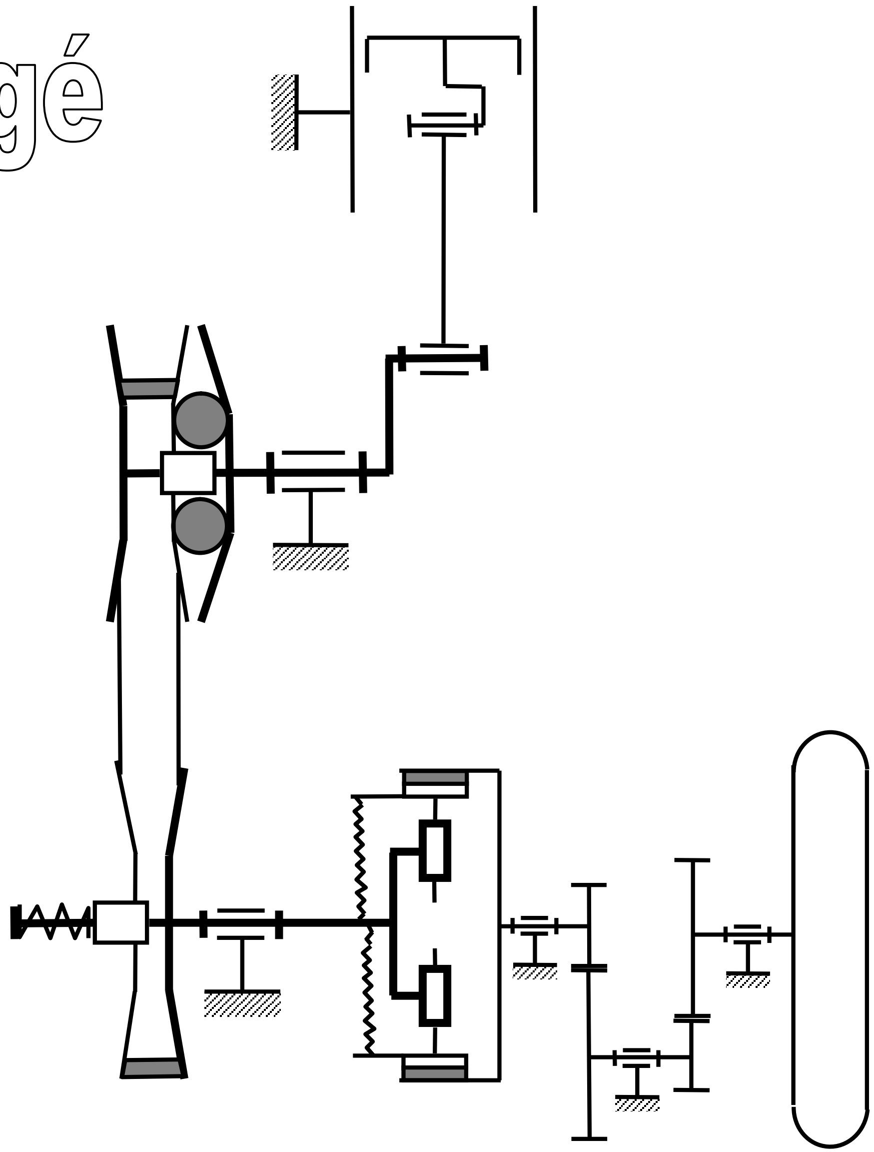
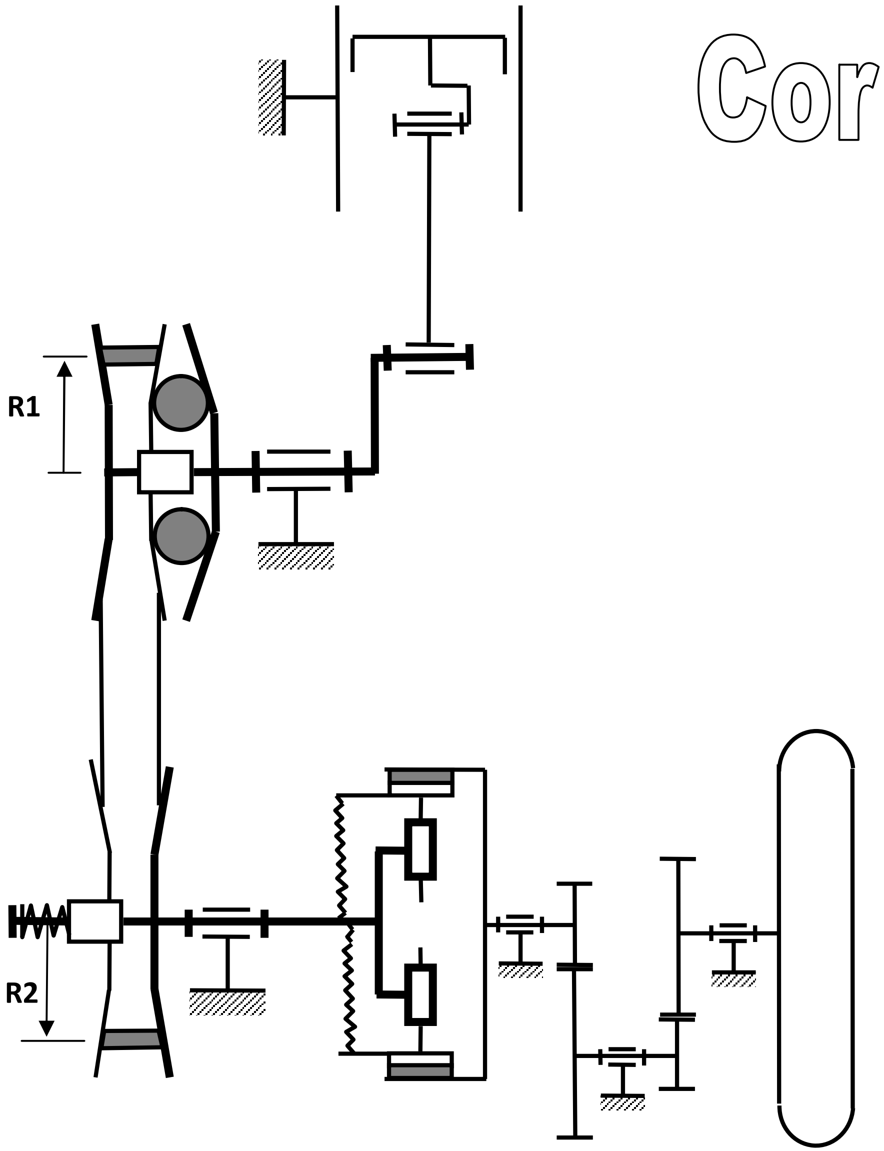


Figure 3 : Phase de non glissement dans l'embrayage et variation des rayons des poulies du variateur à courroie



Corrigé

Figure 4 : Phase de vitesse maximale du scooter