CONCOURS NATIONAL COMMUN

SESSION : 2016 FILIERE : TSI

EPREUVE DE GENIE MECANIQUE

ELEMENTS DE CORRECTION
SYSTEME DE DISTRIBUTION AUTOMATIQUE DE BARRES

1. Etude de l'ensemble module de transfert et module de séparation :

1-1.Etude de la vitesse du centre E du support mobile :

Question1 : *Représenter, à l'échelle proposée, le vecteur vitesse* $\vec{V}(D,5/6)$

Question2 : Par composition des vitesses en D, écrire la relation entre les vecteurs vitesses $\vec{V}(D,5/6)$, $\vec{V}(D,4/0)$ et $\vec{V}(D,6/0)$.

Question3 : *Déterminer* $\vec{V}(D,4/0)$ *.déduire* $\boldsymbol{\omega_{4/0}}$

Question4 : *Tracer la direction de* $\vec{V}(E,4/0)$.

Question5 : *Déterminer la norme de* $\vec{V}(E,4/0)$.

Question1 : $\vec{V}(D\in 5/6)$ est portée par FD, voir DR 1

Question2 : Par composition des vitesses en D :

$\vec{V}(D\in 4/0) = \cancel{\vec{V}(D\in 4/5)} + \vec{V}(D\in 5/6) + \vec{V}(D\in 6/0)$

Question3 :

$\vec{V}(D\in 4/0) \perp (O_4D)$ car $O_4 \equiv$ CIR du mouvement de 4/0.

$\vec{V}(D\in 5/6)$ déjà tracée

$\vec{V}(D\in 6/0) \perp (FD)$ car $F \equiv$ CIR du mouvement de 6/0.

En traçant le parallélogramme on détermine complétement les vitesses $\vec{V}(D\in 4/0)$ et $\vec{V}(D\in 6/0)$.

Donc $\|\vec{V}(D\in 4/0)\| = 0.15 m/s$ et $\omega_{4/0} = \dfrac{\|\vec{V}(D\in 4/0)\|}{O_4D} = \dfrac{0.15}{0.4} = 0.375 rad/s$

Question4 : $\vec{V}(E\in 4/0) \perp (O_4E)$ car $O_4 \equiv$ CIR du mouvement de 4/0.

Question5 : $\vec{V}(E\in 4/0).\overrightarrow{DE} = \vec{V}(D\in 4/0).\overrightarrow{DE}$

Donc $\|\vec{V}(E\in 4/0)\| = 0.36 m/s$

1-2.Etude de la résistance de l'axe (9) :

Question6 : Calculer la contrainte de cisaillement τ.
Sachant que la matière utilisée pour l'axe (9) est de l'acier **S235** , avec un coefficient de sécurité **s=5**.
Question7 : Que signifie **S235.**
Question8 : Vérifier la résistance de l'axe (9) et justifier votre réponse.
On rappelle que pour les aciers doux $\mathbf{R_{eg}=0.5R_e}$

Question6 :

$$\tau = \frac{F}{2S} = \frac{3100x4}{2x\pi x10^2} = 13.735MPa$$

Question7 :

S235 : Acier non allié pour construction mécanique
235 : Limite élastique Re=235MPa

Question8 :

$$Rpg = \frac{\mathrm{Re}\,g}{s} = \frac{0.5\mathrm{Re}}{s} = \frac{0.5x235}{5} = 23.5MPa$$

$\tau \leq Rpg$ **condition de résistance vérifiée**

2. Etude de la pompe hydraulique à cylindrée auto-réglable

2-1. Etude des liaisons

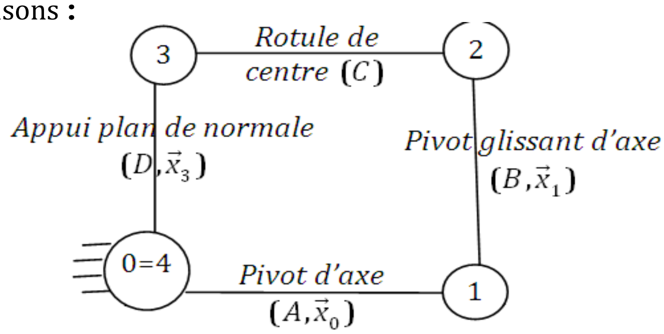
Question9 : Tracer le graphe de liaisons
Question10 : Déterminer les éléments de réduction, au point C, du torseur cinématique de la liaison L_{32} noté $\{V_{3/2}\}$ exprimés dans B_4.

Question11 : Déterminer les éléments de réduction, au point D, du torseur cinématique de la liaison L_{43} noté $\{V_{4/3}\}$ exprimés dans B_4. .

Question12 : Déterminer la forme du torseur cinématiquement équivalent à l'association des liaisons L_{32} et L_{43}.
En déduire le nom et les caractéristiques de la liaison équivalente notée L_{42} ainsi réalisée. Quel est l'intérêt d'une telle réalisation?

Question9 :

Graphe de liaisons **:**



Question10 :

La liaison L_{32} est une liaison rotule de centre C dont le torseur distributeur des vitesses s'écrit :

$$\left\{v_{3/2}\right\}=\begin{Bmatrix}\alpha_{32} & 0\\ \beta_{32} & 0\\ \gamma_{32} & 0\end{Bmatrix}_{C,B_4}=\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}_{3/2}=\alpha_{32}.\vec{x}_4+\beta_{32}.\vec{y}_4+\gamma_{32}.\vec{z}_4\\ \vec{V}_{(C\in 3/2)}=\vec{0}\end{Bmatrix}_C$$

Question11 :

La liaison L_{43} est une liaison plane de normale $\vec{x}_4$ dont le torseur distributeur des vitesses s'écrit :

$$\left\{v_{4/3}\right\}=\begin{Bmatrix}\alpha_{43} & 0\\ 0 & v_{43}\\ 0 & w_{43}\end{Bmatrix}_{D,B_4}=\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}_{4.3}=\alpha_{43}.\vec{x}_4\\ \vec{V}_{(D\in 4/3)}=v_{43}.\vec{y}_4+w_{43}.\vec{z}_4\end{Bmatrix}_D$$

Question12 :

Le torseur cinématique de la liaison équivalente à l'association des liaisons L_{32} et L_{43} s'exprime par :

$$\boxed{\left\{v_{4/2}\right\}_c=\left\{v_{4/3}\right\}_c+\left\{v_{3/2}\right\}_c}$$

avec

$$\vec{V}_{(C\in 4/3)}=\vec{V}_{(D\in 4/3)}+\vec{\Omega}_{4/3}\wedge\overrightarrow{DC}=\vec{V}_{(D\in 4/3)}+\underbrace{\alpha_{43}.\vec{x}_4\wedge d.\vec{x}_4}_{\vec{0}}=\vec{V}_{(D\in 4/3)}$$

Ou en effectuant le calcul sous forme projetée

$$\vec{V}_{(C\in 4/3)}=\begin{pmatrix}0\\ v_{43}\\ w_{43}\end{pmatrix}_{B_3}+\begin{pmatrix}\alpha_{43}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}_{B_3}\wedge\begin{pmatrix}h\\ 0\\ 0\end{pmatrix}_{B_3}=\begin{pmatrix}0\\ v_{43}\\ w_{43}\end{pmatrix}_{B_3}$$ c'est-à-dire que $$\left\{v_{4/3}\right\}=\begin{Bmatrix}\alpha_{43} & 0\\ 0 & v_{43}\\ 0 & w_{43}\end{Bmatrix}_{C,B_4}$$

Alors

$$\left\{v_{4/2}\right\}=\begin{Bmatrix}\alpha_{32} & 0\\ \beta_{32} & 0\\ \gamma_{32} & 0\end{Bmatrix}_{C,B_4}+\begin{Bmatrix}\alpha_{43} & 0\\ 0 & v_{43}\\ 0 & w_{43}\end{Bmatrix}_{C,B_4}=\begin{Bmatrix}\alpha_{32}+\alpha_{43} & 0\\ \beta_{32} & v_{43}\\ \gamma_{32} & w_{43}\end{Bmatrix}_{C,B_4}=\begin{Bmatrix}\alpha_{42} & 0\\ \beta_{42} & v_{42}\\ \gamma_{42} & w_{42}\end{Bmatrix}_{C,B_4}$$

C'est le torseur d'une liaison ponctuelle d'axe $(C,\vec{x}_4)$

L'intérêt d'une telle réalisation est de remplacer un contact ponctuel par deux contacts surfaciques pour diminuer la pression de contact entre les matériaux.

2-2. Etude cinématique

Question13 : Ecrire la fermeture géométrique de la boucle(A,B,C,D,E) en projection dans la base $B_0=(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$

Question14 : En déduire w, v et λ en fonction des paramètres donnés d, R, h, α et θ.

Question15 : Exprimer la course du piston $c=\lambda_{\max}-\lambda_{\min i}$ en fonction de R et α.

Question16 : Si **S** désigne la section d'un piston, quelle est l'expression de la cylindrée totale de la pompe notée V_T en fonction de R, S, n, et α ? .

Question17 : Calculer numériquement V_T.

On donne $R\approx 50\ mm$, $\alpha=\alpha_M=15°, n=9$ et le diamètre du piston $\Phi_{piston}\approx 24\ mm$.

Question18 : Exprimer la vitesse du piston $\vec{V}_{(C\in 2/1)}$ en fonction de $\dot{\lambda}$ puis en fonction de R ,α ,

θ et $\dot{\theta}$.

Question19 : En déduire le débit instantané d'un piston de cette pompe noté $q_v(\theta)$ en fonction de R, S, α, θ et $\dot{\theta}$.

Question20 : Pour quelles valeurs de θ le piston étudié est-il en phase de refoulement et en phase d'admission ?

Question21 : Déterminer la vitesse du point D du *mouvement de (4) par rapport à (3)*. $\vec{V}_{(D\in 4/3)}$, en fonction de R ,α, $\dot{\gamma}$, θ et $\dot{\theta}$.

Question22 : Que représente le vecteur $\vec{V}_{(D\in 4/3)}$? Quelle est la valeur de $\vec{V}_{(D\in 4/3)}.\vec{x}_3$?Justifier ce résultat.

Question23 : En vous aidant du document 4, justifier l'utilité de l'orifice T et donner la fonction du ressort (15).

Question13 :

La relation vectorielle de fermeture de boucle s'écrit :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EA}=\vec{0}$$

relation qui s'exprime en fonction des vecteurs unitaires de l'énoncé :

$$\boxed{R.\vec{y}_1-\lambda.\vec{x}_0-h.\vec{x}_3-v.\vec{y}_0-w.\vec{z}_4+d.\vec{x}_0=\vec{0}}$$

Projetons cette relation vectorielle dans la base B_0

$/.\vec{x}_0=0 \quad\Rightarrow\quad -\lambda-h.\cos\alpha+d+w.\sin\alpha=0$

$/.\vec{y}_0=0 \quad\Rightarrow\quad R.\cos\theta-v=0$

$/.\vec{z}_0=0 \quad\Rightarrow\quad R.\sin\theta-h.\sin\alpha-w.\cos\alpha=0$

Question14 :

Immédiatement il vient :

$$\boxed{v=R.\cos\theta}$$

$$\boxed{w=\frac{R.\sin\theta-h.\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{R.\sin\theta}{\cos\alpha}-h.\tan\alpha}$$

Puis

$$\lambda=d+w.\sin\alpha-h.\cos\alpha=d+\frac{R.\sin\theta-h.\sin\alpha}{\cos\alpha}.\sin\alpha-h.\cos\alpha=d+R.\sin\theta.\tan\alpha-h.(\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos\alpha})$$

$$\boxed{\lambda=d+R.\sin\theta.\tan\alpha-\frac{h}{\cos\alpha}}$$

Remarque :

Si α=0 nous trouvons bien λ = d – h

Question15 :

Course $c=\lambda_{\max}-\lambda_{\min i}=2.R.\tan\alpha$

car $\lambda_{\max}=d+R.\tan\alpha-\dfrac{h}{\cos\alpha}$ pour $\theta=+\dfrac{\pi}{2}$

et $\lambda_{\min i} = d - R.\tan\alpha - \dfrac{h}{\cos\alpha}$ pour $\theta = +\dfrac{3.\pi}{2}$

Question16 :

La cylindrée est le volume de fluide déplacé durant un tour. Chaque piston "aspire" un volume d'huile égal au produit de sa surface par sa course.
D'où

$$\boxed{V_T = 2.n.S.R.\tan\alpha = n^b \text{ de pistons*surface d'un piston * course d'un piston}}$$

Question17 :

Application numérique

$$V_T = 2x9x\frac{2{,}4^2}{4}x\pi x5x\tan 15° = 109{,}095cm^3 \text{ c'est-à-dire } \boxed{V_T \approx 110cm^3}$$

Question18 :

B est un point fixe dans (1) et C est un point fixe dans (2). $\overrightarrow{BC} = -\lambda.\vec{x}_0$ représente donc un vecteur position du point $C \in (2)$ dans le repère lié à (1).

Par définition : $\vec{V}_{(C\in 2/1)} = \left[\dfrac{d\ \overrightarrow{BC}}{dt}\right]_{B_0} = -\dot{\lambda}.\vec{x}_1 = -R.\dot{\theta}.\cos\theta.\tan\alpha.\vec{x}_1$

Question19 :

Le débit instantané est le produit de la surface normale d'un piston par sa vitesse.

$$\boxed{q_v(\theta) = -\dot{\lambda}.S = -R.S.\dot{\theta}.\cos\theta.\tan\alpha}$$

Question20 :

Le débit doit être positif si le piston est en phase de refoulement (c'est une pompe).

Admission si $q_v(\theta) < 0$ c'est-à-dire pour $\theta \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, +\dfrac{\pi}{2}\right[$

Refoulement si $q_v(\theta) > 0$ c'est-à-dire pour $\theta \in \left]+\dfrac{\pi}{2}, +\dfrac{3.\pi}{2}\right[$

Question21 :

D est un point fixe dans (3) et E est un point fixe dans (4). $\overrightarrow{ED} = v.\vec{y}_0 + w.\vec{z}_4$ représente donc un vecteur position du point $D \in (3)$ dans le repère lié à (4).

Par définition : $\vec{V}_{(D\in 4/3)} = -\left[\dfrac{d\ \overrightarrow{ED}}{dt}\right]_{B_0} = -\dot{v}.\vec{y}_0 - \dot{w}.\vec{z}_4$

Or $\boxed{\dot{v} = \dfrac{d}{dt}(R.\cos\theta) = -R.\dot{\theta}.\sin\theta}$ et $\boxed{\dot{w} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{R.\sin\theta - h.\sin\alpha}{\cos\alpha}\right) = \dfrac{R.\dot{\theta}.\cos\theta}{\cos\alpha}}$

Alors $\boxed{\vec{V}_{(D\in 4/3)} = R.\dot{\theta}.(\sin\theta.\vec{y}_4 - \dfrac{\cos\theta}{\cos\alpha}.\vec{z}_4)}$

Question22 :

$\vec{V}_{(D\in 4/3)}$ représente la vitesse de glissement de (4) par rapport à (3) au point D.

$\vec{V}_{(D\in 4/3)}.\vec{x}_4 = 0$ car L_{43} est une liaison plane de normale $\vec{x}_4$.

Question23 :

-L'orifice T permet la lubrification des surfaces de contact entre (2) et (3) ainsi qu'entre (3) et (4).

-Le ressort (15) permet d'assurer le contact dans la liaison plane entre (12-3) et (12-4) en phase d'aspiration d'un piston. Il exerce l'effort nécessaire pour assurer l'étanchéité par l'intermédiaire de la rondelle (16), des 3 aiguilles (19) et de la rotule (11)
De plus, par l'intermédiaire de la rondelle (17) et l'anneau élastique (18), il exerce un effort presseur au niveau du plan de contact entre l'équipage mobile (12-1) et le carter de distribution (1) pour assurer l'étanchéité lorsque la pompe ne fonctionne pas (il n'y a alors pas de pression dans les pistons).

2-3. Etude hyperstatique de la chaîne simple fermée représentée (document 7)

Question24 : Donner, en spécifiant les mouvements concernés, les mobilités utile et interne du système.
Question25 : Calculer le degré d'hypersatisme h du système.conclure.

Question24 :

Mobilité : $m = m_u + m_i$

Mobilité utile : $m_u = 1$ (la transformation de la rotation de l'équipage mobile (1) en translation alternative du piston (2)).

Mobilité interne : mi = 2 (la rotation de ce même piston (2) autour de son axe et la rotation du patin (3) autour de l'axe $(C, \vec{x}_4)$)

Question25 :

Degré d'hyperstatisme : $h = m + E_c - I_c = 3 + 6x1\ - 9 = 0$ système isostatique

2-4. Etude dynamique

Question26 : Déterminer $\vec{V}_{(G_2\in 2/0)}$ la vitesse du point G_2 du mouvement de (2) *par rapport à* R_0.
Question27 : Déterminer $\vec{\Gamma}_{(G_2\in 2/0)}.\vec{x}_0$ la projection sur de l'accélération du point G_2 du mouvement de (2) *par rapport à* R_0.
Question28 : Isoler l'ensemble $\Sigma = (2) \cup (3)$ et faire le bilan des actions mécanique extérieures.
Question29 : Appliquer le théorème de la résultante dynamique à Σ, en projection sur $\vec{x}_0$ et Déterminer l'action de contact $\vec{R}_{(4\to 3)} = X_{43}.\vec{x}_4$ en fonction de p, S, α, R, F, m_2, θ, $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$.
Question30 : En déduire la valeur de F garantissant le non décollement du patin (3) par rapport à la plaque d'appui (4).

Question26 :

$$\vec{V}_{(G_2\in 2/0)}=\left[\frac{d\overrightarrow{AG_2}}{dt}\right]_{B_0}=-\dot{\lambda}.\vec{x}_1+R\left[\frac{d\overrightarrow{y_1}}{dt}\right]_{B_0}=-R.\dot{\theta}.\cos\ \theta.\tan\ \alpha.\vec{x}_1+R.\dot{\theta}\vec{z}_1$$

Alors : $\boxed{\vec{V}_{(G_2\in 2/0)}=-R.\dot{\theta}.\cos\ \theta.\tan\ \alpha.\vec{x}_1+R.\dot{\theta}\vec{z}_1}$

Question27 :

$$\vec{\Gamma}_{(G_2\in 2/0)}.\vec{x}_0=\left[\frac{d\vec{V}_{(G_2\in 2/0)}}{dt}\right]_0.\vec{x}_0=\frac{d\vec{V}_{(G_2\in 2/0)}.\vec{x}_0}{dt}=-R.\tan\ \alpha.(\ddot{\theta}\cos\theta-\dot{\theta}^2\sin\theta)$$

Alors : $\boxed{\vec{\Gamma}_{(G_2\in 2/0)}.\vec{x}_0=-R.\tan\ \alpha.(\ddot{\theta}\cos\theta-\dot{\theta}^2\sin\theta)}$

Question28 :

Isolons l'ensemble $\Sigma=(2)\cup(3)$ constitué d'un piston (2) et d'un patin (3).
Cet ensemble Σ est soumis à :

- L'action du plateau (4) sur le patin (3), liaison plane parfaite de normale $\vec{x}_4$
- L'action du barillet sur le piston (2), liaison pivot glissant parfaite d'axe $(C,\vec{x}_0)$.
- L'action de l'huile sur le piston (2), modélisable par un glisseur d'axe $(B,\vec{x}_0)$.
- L'action de la plaque de retenu (5) sur le patin (3), modélisable par un glisseur d'axe $(D,\vec{x}_3)$
- L'action de la pesanteur.

Question29 :

la masse du patin (3) étant négligée, les caractéristiques dynamiques de l'ensemble Σ sont celles du piston (2).
Alors le théorème de la résultante dynamique, en projection sur $\vec{x}_0$ s'écrit :

$$\vec{R}_{(4\to 3)}.\vec{x}_0+\underbrace{\vec{R}_{(1\to 2)}.\vec{x}_0}_{\vec{0}\ \text{car}\ \mathcal{L}_{1/2}=PG\ (C.\vec{x}_0)}+\vec{R}_{(H\to 2)}.\vec{x}_0+\vec{R}_{(5\to 3)}.\vec{x}_0=m_\Sigma.\vec{\Gamma}_{(G_\Sigma/R_g=R_0)}.\vec{x}_0+\vec{P}_\Sigma.\vec{x}_0=m_2.\vec{\Gamma}_{(G_2\in 2/0)}.\vec{x}_0$$

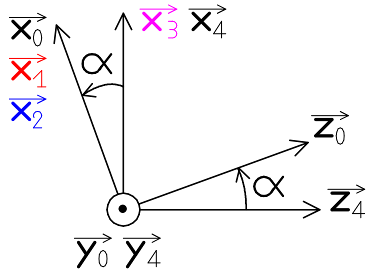
$$X_{43}.\vec{x}_4.\vec{x}_0-p.S-F.\vec{x}_4.\vec{x}_0=-m_2.R.\tan\ \alpha.(\ddot{\theta}\cos\theta-\dot{\theta}^2\sin\theta)$$

alors

$$X_{43}.\cos\ \alpha\ -\ p.S-\ F.\cos\ \alpha=-m_2.R.\tan\ \alpha.(\ddot{\theta}\cos\theta-\dot{\theta}^2\sin\theta)$$

Finalement

$$\boxed{X_{43}=F+\frac{1}{\cos\alpha}(m_2.R.\tan\alpha.(\dot{\theta}^2.\sin\theta-\ddot{\theta}.\cos\theta)+p.S)}$$



Question30 :

La condition de non-décollement se traduit par

$X_{43} > 0$ ou encore $\boxed{F > \frac{1}{\cos\alpha}(m_2.R.\tan\alpha.(\ddot{\theta}.\cos\theta - \dot{\theta}^2.\sin\theta) - p.S)}$

2-5. Validation de choix du roulement (5)

Question31 : *En utilisant* ***les annexes 1 et 2 du document8 (pages17/18)****,calculer la durée de vie de ce roulement.*

On donne :

- *Effort radial :* $F_r = 120daN$
- *Effort axial :* $F_a = 410daN$
- *Fréquence de rotation de l'arbre(7) :* $N = 1800 \ \ tr.mm^{-1}$

Question32 : *Le roulement est-il compatible avec le cahier des charges.*

Question31 :

Calculons $\frac{F_a}{C_0} = \frac{410}{3200} = 0.128$ *alors 0.3<e<0.34*

Et $\frac{F_a}{F_r} = \frac{410}{120} = 3.41 > e$ *d'où X=0.56 et par intérpolation lineaire on trouve*

$$Y = \frac{1.45 - 1.31}{0.11 - 0.17} * (0.128 - 0.17) + 1.31 = 1.408$$

Donc P = X.Fr+Y.Fa = 644.48daN

Finalement $L_h = \frac{10^6}{60N}(\frac{C}{P})^K = \frac{10^6}{60*1800}(\frac{5300}{644.48})^3 = 5150$ *heures de fonctionnement*

Question32 :

Le roulement convient $L_h = 5150 > 4380$

Fin