

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

|| Questions à réponse précise, Partie I ||

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))	
Questions	Réponses
<p>Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?</p> <p>(a) Toute application injective d'un ensemble dans lui même est bijective</p> <p>(b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$</p> <p>(c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$</p> <p>(d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$</p> <p>(e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel</p>	
<p>Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes :</p> <p>(a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$</p> <p>(b) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E</p> <p>(c) La fonction h, définie sur \mathbb{R}, atteint toutes les valeurs de \mathbb{N}</p> <p>(d) Tout réel possède une racine carré dans \mathbb{R}</p> <p>(e) Etant donnés trois réels, il y en a au moins deux de même signe</p>	

|| Questions à réponse précise, Partie II ||

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Déterminer l'ensemble des polynômes P tels que $P(x^2) = (x^2 + 1)P(x)$	
Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $198x + 216y = 36$	
E, F et G étant trois ensembles finis exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles $E, F, G, E \cap F, E \cap G, F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	
Exprimer à l'aide d'intervalles de \mathbb{R} l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, * et /	
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20}$	
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	
Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A, B et C de coordonnées : $A(2, 4), B(-2, 1)$ et $C(4, 3)$. On note d la distance du point A à la droite (BC) . Donner la valeur de d .	
Calculer la limite de la suite dont le terme général est donné par : $u_1 = \sqrt{2}, u_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}, u_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$	

|| Questions à réponse précise, Partie III ||

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation : $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $ E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x	
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$	
Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f , définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{2e^x+1}{1-e^x}$	
Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1 $	
On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$	
Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ xe^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ Calculer $F(x) = \int_0^x f(x) dx$ avec $x \in I$	
Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$	
Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x $ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	
Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?	