

**Session 2019**

**PE2-19-PG2**  
*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES**

**09 avril 2019**

**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**Mathématiques**

**Durée : 4 heures**  
**Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

**5 points** au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1 à 8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

*L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.*

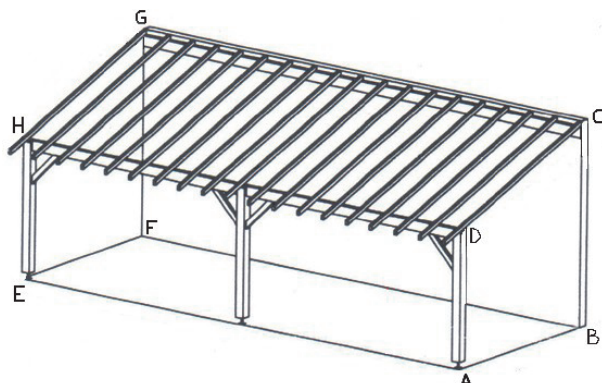
*L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.*

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

## PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Le propriétaire d'une maison décide de créer un appentis pour stocker du bois de chauffage. Un schéma de ce qu'il souhaite réaliser est donné ci-dessous :



Le rectangle ABFE représente une dalle de béton.

Le quadrilatère ABCD est un trapèze rectangle.

Les contraintes de sa maison et de son terrain lui imposent les dimensions suivantes :  $AE = 4,8$  m,  $AB = 1,5$  m,  $AD = 2,4$  m et  $BC = 3,2$  m.

Le volume utile de cet appentis est la partie dans laquelle il pourra stocker son bois sachant que, pour rester au sec, il devra se trouver sur la dalle de béton et sous le toit.

Le volume utile représente donc un prisme droit dont la base est le trapèze rectangle ABCD.

### Partie A : surface de l'appentis et étude du volume utile

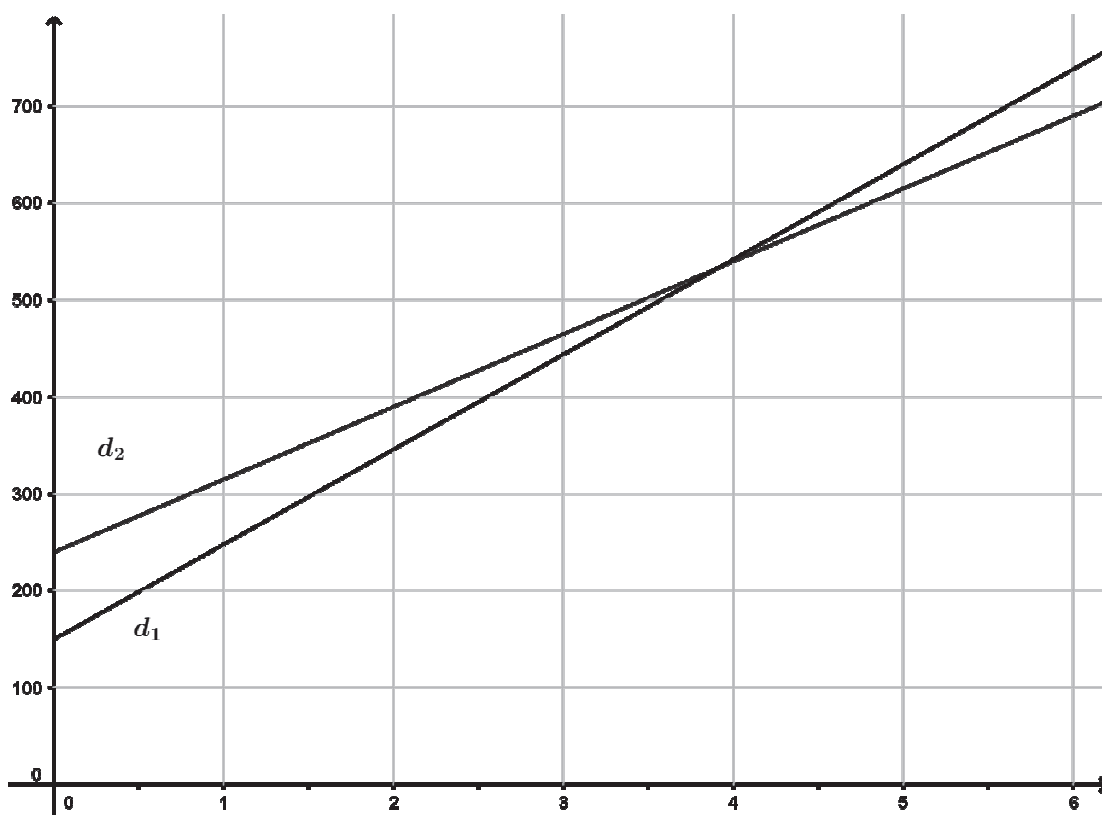
- Dans le cadre de sa déclaration préalable de travaux le propriétaire doit déterminer la surface au sol de l'appentis. Calculer l'aire du rectangle ABFE.
- On appelle I le point du segment [BC] tel que ABID est un rectangle. Calculer la longueur CD.
  - En déduire la surface du toit CDHG.
  - Calculer l'angle  $\widehat{CDI}$ , correspondant à la pente du toit. Arrondir la réponse au degré.
- Construire A'B'C'D' une représentation du quadrilatère ABCD à l'échelle 1/50 en précisant les calculs qui ont permis cette construction.
  - Calculer l'aire du trapèze ABCD.
  - Pour être sûr de passer l'hiver au chaud, le propriétaire doit disposer de 15 stères de bois. Le stère est une unité de mesure, utilisée pour le bois de chauffage, valant  $1 \text{ m}^3$ . Aura-t-il assez de place pour stocker ces 15 stères de bois ?

### Partie B : réalisation de la dalle

Pour réaliser la dalle en béton, on creuse la terre au niveau du rectangle ABFE sur une profondeur de 25 cm.

- Lorsqu'on extrait de la terre du sol, son volume augmente de 30% du fait qu'elle n'est plus tassée.  
Pour évacuer cette terre, le propriétaire utilise sa propre remorque qui contient au maximum  $0,7 \text{ m}^3$ .  
Combien de voyages sont-ils nécessaires pour évacuer complètement la terre ?

2. Le propriétaire souhaite faire réaliser la dalle par un entrepreneur. Le trou creusé sera entièrement rempli de béton jusqu'au niveau du sol.  
Le prix de la réalisation comporte la livraison par camion toupie et le prix du béton. Le propriétaire consulte deux entrepreneurs :
- L'entrepreneur A propose un tarif de 98 euros le mètre cube avec une livraison coutant 150 euros par camion toupie, un camion toupie pouvant contenir  $7 \text{ m}^3$ .
  - L'entrepreneur B propose un tarif de 75 euros le mètre cube avec une livraison coutant 240 euros par camion toupie, un camion toupie pouvant contenir  $10 \text{ m}^3$ .
- a. Calculer le prix facturé pour l'achat de  $8 \text{ m}^3$  de béton livrés par chacun des entrepreneurs.
- b. On appelle  $f$  la fonction qui, au volume de béton  $x$ , exprimé en  $\text{m}^3$ , associe  $f(x)$  le coût en euro proposé par l'entrepreneur A et  $g$  la fonction qui, au volume de béton  $x$ , exprimé en  $\text{m}^3$ , associe  $g(x)$  le coût en euro proposé par l'entrepreneur B. Le graphique ci-dessous donne les représentations graphiques des deux fonctions  $f$  et  $g$  pour  $x$  compris entre 0 et 5,5.



Préciser, en justifiant la réponse, de quelle fonction  $f$  ou  $g$ , les droites  $d_1$  et  $d_2$  sont les représentations graphiques.

- c. Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée du volume maximum de béton que l'on peut commander avec la somme de 600 euros.
- d. Déterminer graphiquement l'entrepreneur que le propriétaire doit choisir pour obtenir un prix de commande minimum pour réaliser la dalle de l'appentis. Calculer ensuite le prix qu'il devra alors payer.
- e. Déterminer, par le calcul, une valeur approchée, au dixième près de mètre cube, du volume de béton à partir duquel il est préférable de changer d'entrepreneur pour une commande comprise entre 0 et  $7 \text{ m}^3$ .

## DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

### EXERCICE 1 :

Le programme ci-dessous a été écrit avec le logiciel Scratch pour tracer une figure. Il utilise une variable appelée « longueur ». L'unité de longueur est le pixel.

Ligne	
1	quand cliqué
2	effacer tout
3	mettre longueur à 20
4	stylo en position d'écriture
5	répéter 8 fois
6	ajouter à longueur 10
7	avancer de longueur
8	tourner de 90 degrés

On suppose que le premier tracé se fait horizontalement vers la droite.

1. Construire sur la copie la figure obtenue en lançant le programme, en prenant 1 cm pour 10 pixels.
2. Quelle figure obtient-on si on supprime la ligne 6 du programme ?
3. Que doit-on modifier dans le programme précédent pour construire un octogone régulier ayant des côtés de longueur 40 pixels ?  
On rappelle qu'un polygone régulier est un polygone convexe dont tous les côtés ont la même longueur et tous les angles ont la même mesure.

### EXERCICE 2 :

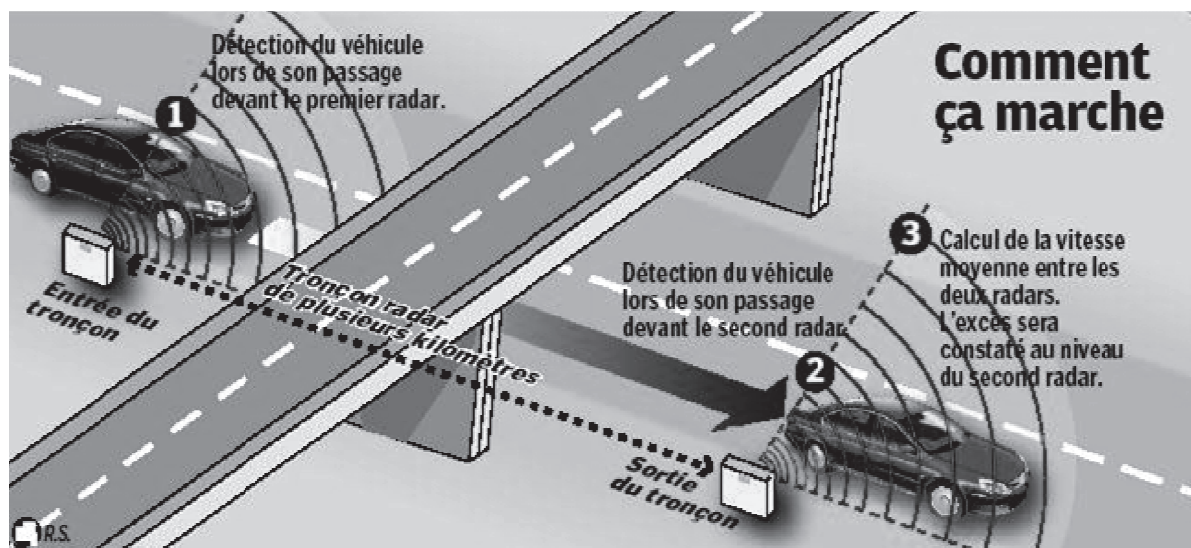
Répondre aux quatre questions suivantes en utilisant les trois documents ci-après.

1. Un véhicule a parcouru le tronçon du tunnel de Noailles et la vitesse moyenne calculée est de 123 km/h. Quelle sera la vitesse retenue ?
2. Un autre véhicule a parcouru la distance entre les deux points d'enregistrement en 4 minutes. Quelle sera la vitesse retenue ?
3. Sur une contravention reçue suite à un excès de vitesse sur ce tronçon, la vitesse retenue est 114 km/h. Quelle était la vitesse moyenne calculée par l'ordinateur pour ce véhicule ?
4. La plaque d'immatriculation d'un véhicule est enregistrée à 9 h 17 min 56 s devant le premier radar, puis à 9 h 22 min 07 s devant le second radar. Le conducteur de ce véhicule sera-t-il sanctionné par une contravention ?

## Document 1 : Le radar tronçon du tunnel de Noailles

La portion de l'autoroute A20 entre Toulouse et Paris est équipée d'un radar tronçon sur une distance de 5,1 km à proximité du tunnel de Noailles. La vitesse est limitée à 70 km/h lors de travaux de réfection du tunnel.

## Document 2 : Principe de fonctionnement d'un radar-tronçon



Source : [www.leparisien.fr](http://www.leparisien.fr)

## Document 3 : Calcul de la vitesse retenue pour la contravention

Un ordinateur calcule la vitesse moyenne de la voiture sur le tronçon puis détermine la vitesse retenue afin de prendre en compte les erreurs de précision du radar. Si la vitesse retenue est au-dessus de la vitesse limite, l'automobiliste reçoit une contravention.

Vitesse moyenne calculée par l'ordinateur	inférieure ou égale à 100 km/h	supérieure à 100 km/h
Vitesse retenue	On enlève 5 km/h à la vitesse moyenne calculée	On diminue la vitesse moyenne calculée de 5 %

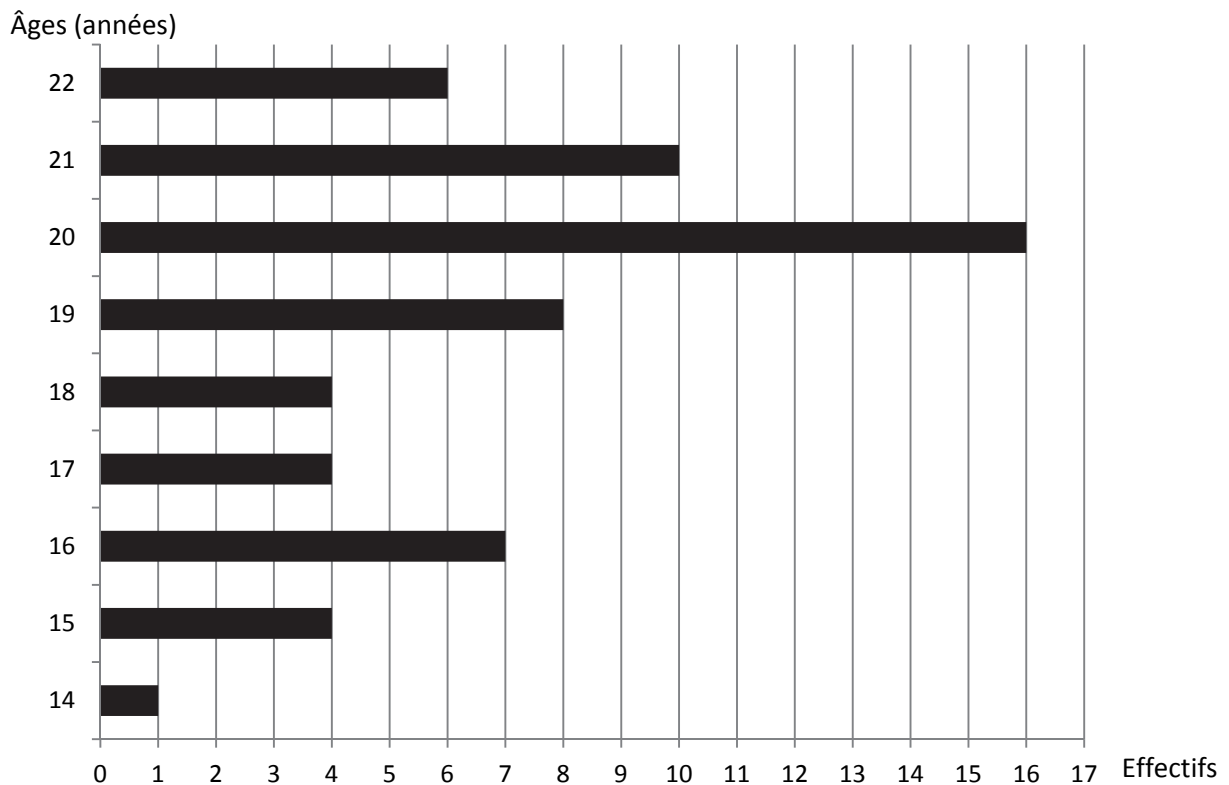
### EXERCICE 3 :

On dispose de plusieurs cubes pleins (non creux) de 5 cm d'arête. Certains sont en fer, les autres sont en nickel. La masse volumique du fer est de  $7860 \text{ kg / m}^3$ , celle du nickel est de  $8900 \text{ kg / m}^3$ .

On choisit un cube, on le pèse et on trouve que sa masse est 1110 g.  
Ce cube est-il en fer ou en nickel ?

### EXERCICE 4 :

La répartition de l'âge des membres d'un club d'aviron est donnée par le graphique ci-dessous :



1. Déterminer l'âge médian des membres du club. Justifier la réponse.
2. Quel est le pourcentage, arrondi à l'unité, de membres du club qui ont moins de 18 ans ?
3. Une tombola est organisée pour tous les membres du club. Chaque membre a reçu un billet au hasard. Le tirage au sort pour cette tombola désigne un seul gagnant. Les probabilités trouvées seront arrondies au centième.
  - a. Quelle est la probabilité pour que le gagnant ait 22 ans ?
  - b. Quelle est la probabilité pour que le gagnant ait au moins 18 ans ?

### TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

#### SITUATION 1 :

Dans une classe de CM2, un enseignant commence une séquence d'apprentissage par le problème suivant :

*Il faut 6 oranges pour obtenir 300 mL de jus d'orange.  
On admet que toutes les oranges fournissent la même quantité de jus.  
Quelle quantité de jus peut-on obtenir avec 9 oranges ?*

1. De quelle notion mathématique relève ce problème ? Justifier la réponse.
2. Citer trois procédures que l'on peut attendre d'élèves de CM2 pour résoudre ce problème.
3. Modifier les données numériques de l'énoncé du problème afin d'amener les élèves à utiliser la procédure dite de passage par l'unité.

#### SITUATION 2 :

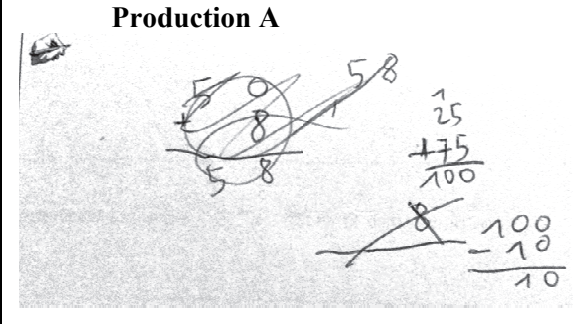
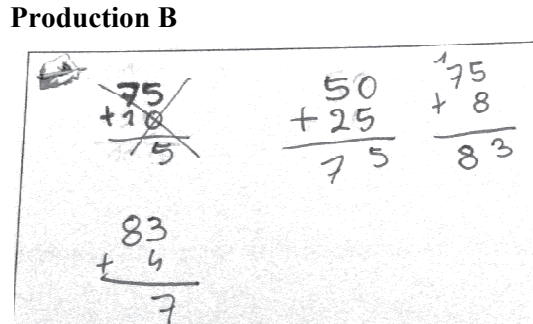
Dans le cadre d'une séquence ayant pour objectif de calculer avec des multiples de 25, l'enseignant d'une classe de CE2 donne l'exercice ci-dessous :

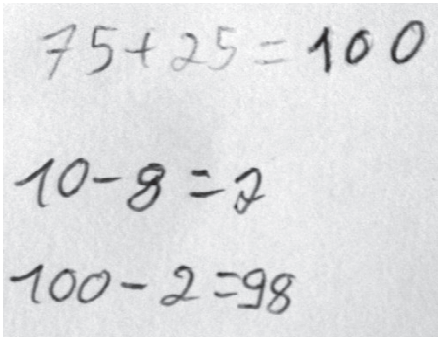
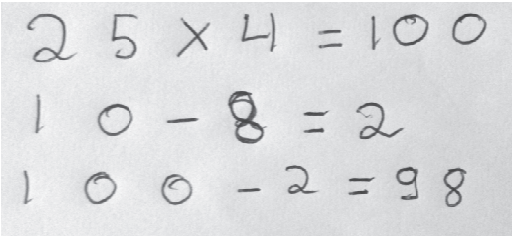
*Le compte est bon : il s'agit de trouver le nombre en gras, ou à défaut un nombre le plus proche possible, en utilisant les nombres situés en dessous. Chacun d'entre eux ne peut être utilisé qu'une fois. Il est possible d'utiliser les quatre opérations.*

**98**

$$25 - 10 - 4 - 75 - 50 - 8$$

1. Ci-dessous sont présentées les productions de quatre élèves. Analyser chaque production A, B, C et D en termes de réussites et d'éventuelles erreurs.

Production A	Production B
	

Production C	Production D
	

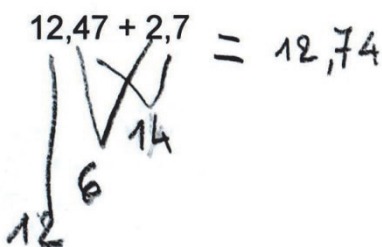

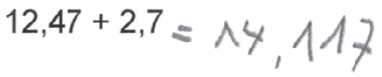

2. Quels sont les faits numériques, liés à l'objectif de l'enseignant, connus des élèves C et D ?
3. Proposer un nouvel exercice de « compte est bon » ayant pour objectif de réinvestir la connaissance des multiples de 9 et deux solutions attendues des élèves.
4. Citer deux avantages de l'activité « Le compte est bon » dans l'apprentissage du calcul mental et deux points de vigilance que doit avoir un enseignant qui propose une activité « Le compte est bon ».

### SITUATION 3 :

Lors d'une séance de calcul en ligne, une enseignante de CM2 propose le calcul suivant :

$$12,47 + 2,7$$

Voici les productions de quatre élèves :

<p>Amina</p> 	<p>Tony</p> 
<p>Zoé</p> 	<p>Ugo</p> 

1. En quoi le calcul en ligne est un mode de calcul complémentaire au calcul mental ?
2. Pour chacun des élèves, expliciter les procédures utilisées et analyser les erreurs éventuelles.
3. Quel étayage l'enseignante pourrait-elle proposer à Zoé pour l'aider à corriger l'erreur qu'elle a faite ?