

Session 2019

PE2-19-PG3

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

09 avril 2019

Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

**Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 11 pages, numérotées de 1 à 11. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

L'Indice de Masse Corporelle (IMC) est une grandeur qui permet d'estimer la corpulence d'une personne en fonction de sa taille et de sa masse corporelle afin d'évaluer les risques liés au surpoids.

Voici la formule permettant de calculer l'Indice de Masse Corporelle :

$$\text{IMC} = \frac{P}{T^2}$$

dans laquelle :

IMC désigne l'Indice de Masse Corporelle exprimée en kilogramme par mètre carré (kg/m²) ;

P désigne la masse exprimée en kilogramme (kg) ;

T désigne la taille exprimée en mètre (m).

Partie A - Utilisation et interprétation de l'Indice de Masse Corporelle chez l'adulte.

Pour prévenir les risques liés aux problèmes de poids, l'Organisation Mondiale de la Santé a défini les intervalles standards suivants :

IMC (kg/m ²)	Interprétation
moins de 16,5	anorexie
de 16,5 à moins de 18,5	maigreur
de 18,5 à moins de 25	corpulence normale
de 25 à moins de 30	surpoids
de 30 à moins de 35	obésité modérée
de 35 à moins de 40	obésité sévère
plus de 40	obésité morbide

(Source : <http://inpes.santepubliquefrance.fr/50000/pdf/docIMCAd.pdf>)

1. Claire mesure 160 cm et pèse 53 kg. Calculer son IMC. Quelle interprétation peut-on en faire ?
2. On interroge huit hommes sur leur masse et leur taille afin de calculer leur IMC. On obtient le tableau suivant :

	A	B	C	D
1	Homme	Masse P (en kg)	Taille T (en m)	Calcul de l'IMC
2	n°1	72	1,92	19,5
3	n°2	66	1,72	22,3
4	n°3	104	1,75	34,0
5	n°4	73	1,78	23,0
6	n°5	80	1,86	23,1
7	n°6	98	1,85	28,6
8	n°7	78	1,82	23,5
9	n°8	80	1,7	27,7

- a. Quelle formule a pu être écrite en D2 puis étirée jusqu'en D9 pour calculer l'IMC ?
- b. Parmi ceux qui ont été interrogés, quel est le pourcentage d'hommes « obèses » ou « en surpoids » ?

3. Une personne a un IMC de 28 et pèse 70 kg. Combien de kilogrammes doit-elle perdre pour avoir un IMC de 25 ?
4. Quelle masse minimale et quelle masse maximale peut avoir une personne mesurant 1,72 m pour avoir une « corpulence normale ».

Partie B - L'obésité et le surpoids en France.

En 2012 une enquête nationale sur l'obésité et le surpoids a été réalisée en France sur un échantillon de 25 714 personnes de 18 ans et plus.
Le tableau ci-dessous indique les résultats obtenus.

		Femmes	Hommes
Pas de surpoids	$IMC < 25$	7 830	5 728
Surpoids	$25 \leq IMC < 30$	3 551	4 739
Obésité	$30 \leq IMC$	2 119	1 747
Total		13 500	12 214

(Source : http://www.roche.fr/content/dam/roche_france/fr_FR/doc/obepi_2012.pdf)

Une société proposant des solutions pour mincir décide d'entreprendre un démarchage téléphonique pour se constituer une clientèle.

Elle appelle au hasard une personne de plus de 18 ans :

On considérera que la répartition de la population pouvant être appelée est dans la même proportion que celle de cet échantillon.

On donnera les réponses en pourcentage arrondi à l'unité.

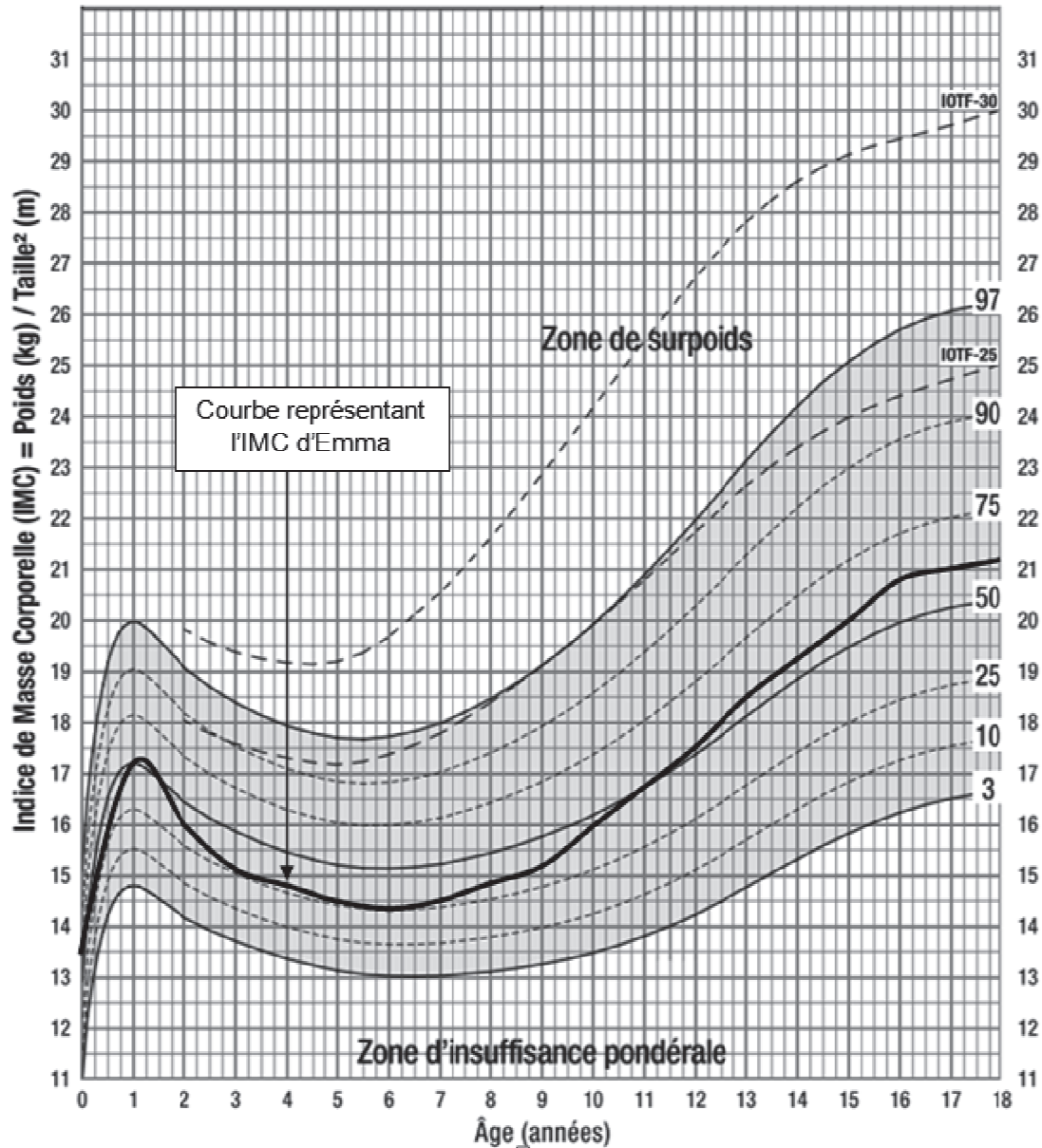
1. Quelle est la probabilité que cette personne soit en surpoids ou obèse ?
2. La personne appelée est un homme. Quelle est la probabilité que cet homme soit en surpoids ou obèse ?
3. La personne appelée est obèse. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?
4. Une personne prétend que plus de $\frac{1}{6}$ de l'échantillon est obèse. A-t-elle raison ? Justifier.

Partie C - Utilisation et interprétation de l'Indice de Masse Corporelle chez l'enfant.

Au départ, l'IMC a été conçu pour les adultes de 18 ans et plus, mais il est important de dépister précocement un simple excès de poids, qui peut, par la suite, conduire à l'obésité. L'IMC est donc aussi calculé chez les enfants. Cette valeur est reportée ensuite sur un graphique présent dans son carnet de santé et qui est spécifique au sexe de l'enfant.

(Source : http://inpes.santepubliquefrance.fr/CFESBases/catalogue/pdf/IMC/courbes_enfants.pdf)

Voici le graphique représentant l'évolution de l'IMC d'Emma, aujourd'hui âgée de 19 ans.



La zone grisée représente la zone de « corpulence normale » dans laquelle la plupart des enfants se situent.

En dessous, l'enfant est considéré en insuffisance pondérale et au-dessus en surpoids.

1. D'après ce graphique, l'IMC chez l'enfant est-il proportionnel à l'âge ? Justifier.
2.
 - a. À 12 ans, quel est l'IMC maximum qu'une fille doit avoir pour ne pas être considérée en surpoids ?
 - b. À 7 ans, entre quelles valeurs se situe l'IMC d'une fille pour qu'elle soit de corpulence normale ?
 - c. À partir de quel âge une fille est-elle considérée en insuffisance pondérale avec un IMC de 15 kg/m^2 ?
3. Quelles sont les tranches d'âges sur lesquelles Emma avait un IMC inférieur ou égal à 16 kg/m^2 ?

Partie D – Alimentation

Les problèmes de poids peuvent être liés à l'alimentation.

Il est donc intéressant de savoir lire les étiquettes des produits industriels.

Le goûter de Frédéric, 8 ans, est composé d'une portion de 30 g de gâteau et d'un verre de 200 mL de soda.

- Sur ce paquet de gâteaux on peut lire les informations suivantes :

Valeurs nutritionnelles moyennes	Pour 100 g
Matières grasses (lipides) dont acides gras saturés	16 g 6,2 g
Glucides dont sucres	54 g 42 g
Protéines	5,5 g

- Sur la bouteille de soda, il est indiqué que 100 mL contiennent 14,7 g de glucides dont 14,7 g de sucres et qu'il n'y a aucune matière grasse ni aucune protéine.

1. Recopier et compléter le tableau suivant.

Valeurs nutritionnelles moyennes pour le goûter de Frédéric	1 portion de 30 g de gâteau	200 mL de soda	Total
Matières grasses (lipides) dont acides gras saturés
Glucides dont sucres
Protéines

2. Pour un morceau de sucre d'environ 6 g, l'apport énergétique est en moyenne de 24 Kcal (Kilocalories).

- Quel est l'apport énergétique du sucre contenu dans le goûter de Frédéric ?
- Pour un garçon de 8 ans, l'apport énergétique quotidien conseillé, pour un niveau d'activité moyen, est de 1 985 Kcal.

Afin de diminuer le risque de surpoids, d'obésité et de caries dentaires, il est souhaitable, pour les adultes comme pour les enfants, que leur consommation de sucre représente au maximum 10 % de l'apport énergétique quotidien.

(Source : <http://www.who.int/mediacentre/news/releases/2015/sugar-guideline/fr/>)

À combien de morceaux de sucre correspond la masse de sucre que Frédéric ne devrait pas dépasser quotidiennement ?

- Calculer le pourcentage des apports quotidiens recommandés que représente la quantité de sucre consommé par Frédéric durant son goûter.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

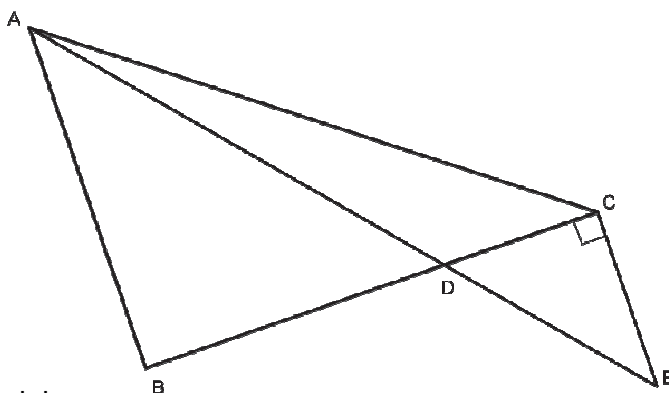
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

EXERCICE 1.

On considère la figure ci-contre qui n'est pas représentée à l'échelle.

On sait que :

- $BC = 8$ cm ;
- $AB = 6$ cm ;
- $AC = 10$ cm ;
- $AD = 8$ cm ;
- D appartient aux segments $[AE]$ et $[BC]$
- Les droites (BC) et (CE) sont perpendiculaires.



Le but de l'exercice est de déterminer l'aire du triangle ACE.

1. Montrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
2. En déduire la longueur BD .
3. Déterminer la longueur CE .
4. Déterminer l'aire du triangle ACE.

EXERCICE 2.

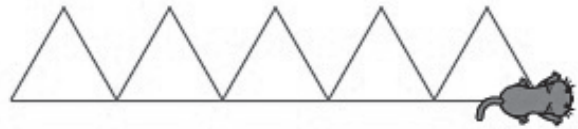
1. Pour tout nombre entier n , montrer que $30n + 25$ est divisible par 5.
2. Voici un programme de calcul :

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• Choisir un nombre entier• Multiplier par 3• Ajouter 5• Elever au carré• Soustraire 9 fois le carré du nombre de départ |
|--|

- a. Montrer que ce programme a pour résultat 265 si le nombre entier choisi est 8. Les calculs seront détaillés.
- b. Quel résultat obtient-on si le nombre entier choisi est (-56) ?
- c. Montrer que le résultat de ce programme de calculs, quel que soit le nombre de départ, est divisible par 5.

EXERCICE 3

La figure ci-contre a été réalisée à l'aide du logiciel de programmation Scratch.



1. Parmi les programmes proposés ci-dessous, quel est celui qui permet de tracer ce dessin ? Aucune justification n'est demandée.
2. Dans ces programmes, l'angle de rotation est de 120° . Expliquer pourquoi.

Programme A	Programme B
Programme C	Programme D

3. Tracer à main levée les figures obtenues avec chacun des programmes non retenus à la question 1.

TROISIÈME PARTIE (14 points)


Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1

L'exercice ci-dessous est proposé dans une classe de CE1. Les élèves doivent écouter l'énoncé du problème lu par l'enseignant puis rechercher une réponse numérique à la question du problème pour l'entourer parmi 6 propositions. Ils doivent produire des traces de leur recherche.

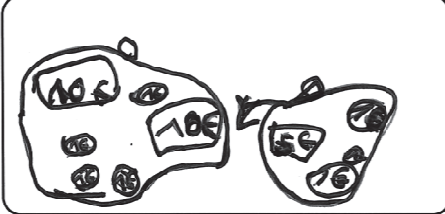
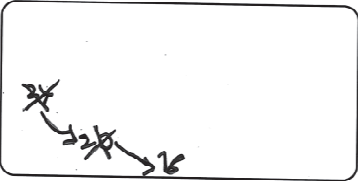
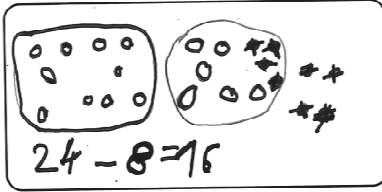
Léo a 24 € dans son porte-monnaie.
Il a 8 € de plus que Lilou.

Combien d'euros Lilou a-t-elle ?



8 32 15 14 24 16

1. En quoi les compétences modéliser et calculer sont-elles mobilisées pour résoudre ce problème ?
2. Donner deux difficultés que les élèves pourraient rencontrer pour résoudre ce problème.
3. Voici les productions de quatre élèves.

<p>Kiara</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> $24 + 8 = 32$ </div> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px;"> <input type="checkbox"/> 8 <input checked="" type="checkbox"/> 32 <input type="checkbox"/> 15 <input type="checkbox"/> 14 <input type="checkbox"/> 24 <input type="checkbox"/> 16 </div>	<p>Lucas</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  </div> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px;"> <input type="checkbox"/> 8 <input checked="" type="checkbox"/> 32 <input type="checkbox"/> 15 <input type="checkbox"/> 14 <input type="checkbox"/> 24 <input type="checkbox"/> 16 </div>
<p>Maya</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  </div> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px;"> <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 32 <input type="checkbox"/> 15 <input type="checkbox"/> 14 <input type="checkbox"/> 24 <input checked="" type="checkbox"/> 16 </div>	<p>Arif</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">  </div> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px;"> <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 32 <input type="checkbox"/> 15 <input type="checkbox"/> 14 <input type="checkbox"/> 24 <input checked="" type="checkbox"/> 16 </div>

Pour chacun de ces travaux :

- a. Analyser la trace écrite (procédures suivies, compétences mises en œuvre, erreurs éventuelles).
- b. Proposer une remédiation ou un accompagnement que l'enseignant pourrait mettre en place pour aider Lucas et Kiara à résoudre le problème.

4. Au cours du CE1, l'enseignant propose à nouveau l'exercice avec d'autres nombres afin de faire évoluer les représentations schématiques utilisées par les élèves.

Léo a 322 € dans son porte-monnaie. Il a 46 € de plus que Lilou.

Combien d'euros Lilou a-t-elle ?

Proposer une représentation schématique que l'enseignant peut présenter aux élèves pour les aider à modéliser la situation.

SITUATION 2

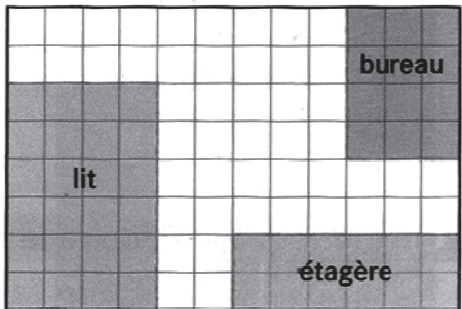
Un enseignant propose à ses élèves un exercice inspiré d'une activité extraite du manuel « Cap Maths CM2 », (Hatier, 2010).

Figurine a fait un plan de sa chambre sur un papier quadrillé pour y disposer son lit, un bureau et une étagère.

La chambre est représentée par le grand rectangle de 8 carreaux sur 12 carreaux.

Elle veut réaliser un agrandissement de ce plan.

Elle décide que le grand côté de la chambre devra mesurer 18 carreaux sur le plan agrandi.



Détermine les dimensions du plan agrandi et des meubles de la chambre sur ce plan agrandi.

1. Voici un extrait de réponse d'un élève.

On a ajouté 6 carreaux au grand côté, il faut donc ajouter 6 carreaux à tous les côtés.

[...]

Pour le lit :

grand côté = $6 + 6 = 12$ carreaux

petit côté = $4 + 6 = 10$ carreaux

[...]

Comment, sans s'appuyer sur la bonne réponse, peut-on convaincre cet élève que sa réponse est fautive ?

2. Proposer trois procédures correctes qu'un élève de CM2 peut mettre en œuvre pour donner les dimensions correctes de l'étagère. Expliciter la propriété mathématique utilisée pour chaque procédure.

SITUATION 3

Un enseignant de CM2 propose les exercices suivants à ses élèves :

Exercice 1
Range ces nombres par ordre croissant :
 $5,29 - 5,07 - 6,04 - 5,121 - 5,8 - 5,25$
Réponse :
..... < < < < <

Exercice 2
Intercale un nombre.
a) $8,3 < \dots < 8,5$ b) $4,7 < \dots < 4,8$
c) $7 < \dots < 7,1$

On trouvera ci-dessous quatre productions d'élèves.

Exercice 1 Célestine
Range ces nombres par ordre croissant :
 $5,29 - 5,07 - 6,04 - 5,121 - 5,8 - 5,25$
Réponse :
 $5,8... < 5,07... < 5,25... < 5,29... < 6,04... < 5,121$

Exercice 2
Intercale un nombre.
a) $8,3 < 8,4... < 8,5$ b) $4,7 < 4,75... < 4,8$
c) $7 < \dots < 7,1$

Exercice 1 Toufik
Range ces nombres par ordre croissant :
 $5,29 - 5,07 - 6,04 - 5,121 - 5,8 - 5,25$
Réponse :
 $6,04 < 5,8 < 5,24 < 5,29 < 5,721 < 5,9$

Exercice 2
Intercale un nombre.
a) $8,3 < 8,4... < 8,5$ b) $4,7 < \dots < 4,8$
c) $7 < \dots < 7,1$

Exercice 1

Range ces nombres par ordre croissant :
 $5,29 - 5,07 - 6,04 - 5,121 - 5,8 - 5,25$

Paola

Réponse :

$$5,07 < 5,121 < 5,25 < 5,29 < 5,8 < 6,04$$

Exercice 2

Intercala un nombre.

a) $8,3 < 8,4 < 8,5$ b) $4,7 < 4,7 < 4,8$
 c) $7 < 7 < 7,1$

Exercice 1

Range ces nombres par ordre croissant :
 $5,29 - 5,07 - 6,04 - 5,121 - 5,8 - 5,25$

Miroslav

Réponse :

$$5,8 < 5,07 < 5,25 < 5,29 < 5,121 < 6,04$$

Exercice 2

Intercala un nombre.

a) $8,3 < 8,4 < 8,5$ b) $4,7 < 4,7 < 4,8$
 c) $7 < \dots < 7,1$

1. Dans cette question, on s'intéresse uniquement à l'exercice 1.
 - a. Pour chacun des élèves, décrire les réussites et les erreurs éventuelles.
 - b. Quelle tâche, impliquant des fractions décimales, l'enseignant pourrait proposer à Miroslav, pour l'aider à corriger ses erreurs et renforcer sa compréhension de l'écriture décimale ?
2. Dans certains anciens manuels scolaires, on trouve des exercices du type :

Range ces nombres par ordre croissant :
 $7,32 - 7,35 - 12,42 - 7,57 - 12,05 - 7,01$

En s'appuyant sur la production de Miroslav ou de Célestine, expliquer en quoi cet exercice ne permet pas d'évaluer de façon fiable la compétence « Savoir comparer deux nombres décimaux ». Puis, proposer des modifications à l'exercice afin de le rendre plus pertinent.

3. Analyser les réussites et les erreurs de Célestine à l'exercice 2.