Ministère de l'éducation nationale

Session 2018

PE2-18-PG5
Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Vendredi 20 avril 2018
Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques	**Durée : 4 heures** **Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :
- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire**.

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1 à 8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

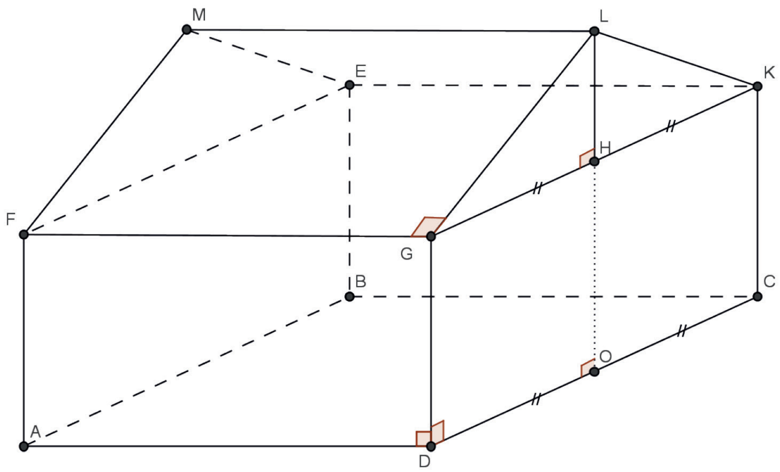
L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.
Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Le propriétaire d'une maison individuelle souhaite construire dans son jardin une dépendance du type abri de jardin.



Les dimensions du bâtiment sont les suivantes : AF = 2,6 m ; AD = 5 m ; DC = 6 m et LO = 4,2 m.
On admet que les sept quadrilatères ABCD, ADGF, DCKG, CKEB, BEFA, GLMF et KEML sont des rectangles.

Partie A – Le bâtiment

1. Déterminer la surface au sol ABCD du bâtiment.
2. Vérifier que le volume du bâtiment est 102 m^3.

Partie B – Le toit

1. Aire de la surface à couvrir
   a. Déterminer la longueur LG.
   b. Montrer que l'aire du toit est 34 m².

2. Le propriétaire souhaite, pour des raisons de coût, utiliser des tuiles dites « mécaniques ». Pour cela, la pente de la surface sur laquelle on pose les tuiles, mesurée par l'angle $\widehat{HGL}$, doit être comprise entre 25° et 60°.
   La pente $\widehat{HGL}$ du toit permet-elle d'utiliser ce type de tuiles ?

3. Le propriétaire opte pour des tuiles plates rectangulaires « petit moule » ayant une largeur de 23,5 cm et une longueur de 32 cm.
   Le propriétaire recherche des informations pour estimer le nombre de tuiles à acheter.
   - Un site internet estime que pour ce type de tuiles il faut prévoir 20 tuiles au mètre carré pour prendre en compte les découpes et les chevauchements.
   - Un magazine professionnel estime qu'il faut déterminer le nombre de tuiles nécessaires pour couvrir la surface du toit et prévoir un tiers de tuiles en plus pour prendre en compte les découpes et les chevauchements.

   Avec laquelle de ces deux estimations obtient-on le nombre de tuiles le plus élevé ?

4. Pour faire couvrir le toit avec ces tuiles, le propriétaire hésite entre deux possibilités :

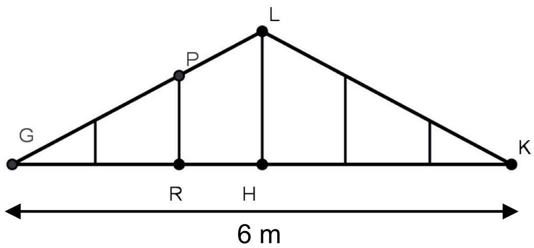
   Possibilité 1 : faire effectuer la totalité des travaux par une entreprise. Elle demande 60€ pour couvrir un mètre carré de toit, matériaux compris.

   Possibilité 2 : il achète lui-même 700 tuiles (il décide d'en prendre un peu plus pour plus de sécurité) au prix de 1,35€ l'unité et fait effectuer la pose par une entreprise qui facture 900€ pour cette pose.

   Quelle possibilité coûte le moins cher au propriétaire ?

Partie C – Les frontons

Pour décorer la partie de forme triangulaire le propriétaire décide de poser une poutre verticale tous les mètres pour obtenir un effet de « colombage » sur les deux frontons.



1. Déterminer la longueur PR. On donnera le résultat en mètre, arrondi au centimètre.
2. Le vendeur affirme que le propriétaire aura besoin d'une longueur de bois égale à trois fois la longueur LH pour décorer un fronton. A-t-il raison ?

Partie D – Maquette

Léo le fils du propriétaire a réalisé une maquette du bâtiment à l'échelle. La surface au sol de sa maquette, correspondant au rectangle ABCD, a une aire de 480 cm².

1. Déterminer l'échelle de la maquette.
2. En déduire le volume, en centimètre cube, de la maquette.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1

Pour chacun des problèmes suivants, indiquer laquelle des cinq réponses proposées répond à la question posée.
Aucune justification n'est attendue.

1. Il y avait cinq perroquets dans la cage et leur prix moyen était de 5000 €. Un jour, pendant le nettoyage de la cage, le plus beau des perroquets s'est envolé. Le prix moyen des quatre perroquets restants est maintenant de 4000 €. Combien coutait le perroquet qui s'est envolé ?

A	6000 €	B	100000 €	C	5500 €	D	2000 €	E	9000 €

2. Michel a 42 cubes identiques dont la longueur d'une arête est de 1 cm. Il construit un pavé en utilisant tous les cubes. Le périmètre de la face posée sur la table est de 18 cm. Quelle est la hauteur du pavé ?

A	1 cm	B	2 cm	C	3 cm	D	4 cm	E	5 cm

3. Raphaël met 15 minutes pour traverser la forêt et revenir sans s'arrêter. Sa vitesse moyenne à l'aller est de 5 mètres par seconde et au retour de 4 mètres par seconde. Quelle est la largeur de la forêt traversée ?

A	1,8 km	B	2 km	C	2,5 km	D	4 km	E	4,05 km

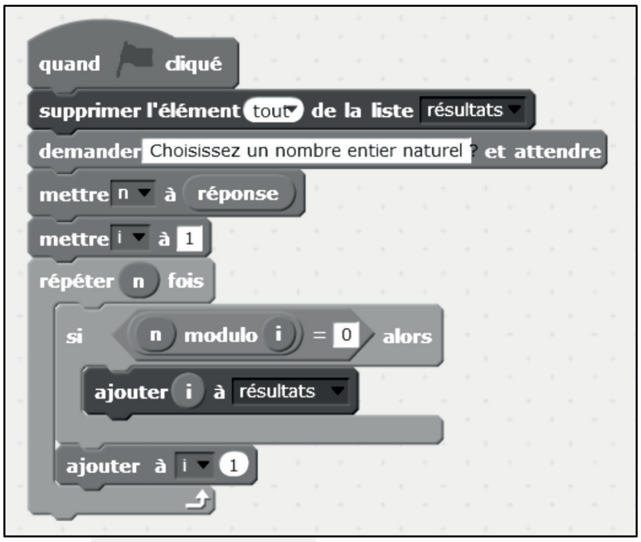
EXERCICE 2

Pour faire de la confiture, Grand-père ajoute à des mirabelles une masse de sucre égale aux quatre cinquièmes de la masse des fruits dénoyautés. La cuisson fait perdre 25% de la masse du mélange. Après la cuisson, la confiture est conditionnée dans des pots de 500 g. Les pots doivent être remplis pour une bonne conservation.

1. Aujourd'hui Grand-père a récolté des mirabelles ; après les avoir dénoyautées, il a obtenu 5 kg de fruits. Combien de pots de confiture peut-il remplir ?
2. La masse de confiture obtenue par le procédé suivi par Grand-père est-elle proportionnelle à la masse de mirabelles dénoyautées ? Justifier votre réponse.
3. Grand-père souhaite obtenir 18 pots de confiture. Déterminer la masse m minimum de mirabelles dénoyautées que Grand-père devra prévoir. On arrondira la masse à l'hectogramme près.

EXERCICE 3 :

Le programme ci-dessous est utilisé.



On rappelle qu'une « liste » est une suite d'éléments, ici une suite de nombres. Par exemple, (17 ; 245 ; 32) est une liste de trois nombres.

On rappelle également que la fonction

,

où **a** et **b** sont des entiers naturels, renvoie le reste de la division euclidienne de **a** par **b.**

Ainsi, 10 modulo 3, renvoie le nombre 1 car 10 = 3 × 3 + **1**, et 35 modulo 7, renvoie le nombre 0 car 35 = 5 × 7 + **0**.

1. Que va contenir la liste « résultats » une fois le programme exécuté, si l'utilisateur entre le nombre 4 ?
2. L'utilisateur entre un nombre entier naturel non nul.
   - **a.** Que va contenir la liste « résultats » une fois le programme exécuté ?
   - **b.** Que peut-on dire sur le nombre entré par l'utilisateur si la liste ne contient qu'un nombre une fois le programme exécuté ?
   - **c.** Que peut-on dire sur le nombre entré par l'utilisateur si la liste contient exactement deux nombres une fois le programme exécuté ?

EXERCICE 4 :

On a tracé un segment de 6,5 cm. À partir de ce segment, on cherche à construire un triangle en utilisant les valeurs obtenues par le lancer de deux dés cubiques équilibrés de couleurs différentes dont les 6 faces sont numérotées de 1 à 6. La valeur obtenue par chacun des deux dés déterminera les longueurs, en centimètre, des deux autres côtés du triangle.

1. Le lancer des dés donne les nombres « 4 » et « 5 ». Construire le triangle que ce lancer permet d'obtenir.
2. Quelle condition doivent remplir les deux longueurs obtenues avec les dés pour que le triangle soit constructible ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un triangle constructible en effectuant cette expérience aléatoire ?
4. On sait que l'on a obtenu un triangle constructible en effectuant cette expérience aléatoire. Quelle est la probabilité pour qu'il soit isocèle ?

TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1 :

1. Le problème suivant est proposé à une classe de CM2.

Une boîte de sucres contient des morceaux de sucre tous identiques.

30 morceaux de sucre pèsent 240 grammes.
50 morceaux de sucre pèsent 400 grammes.
Dans chaque cas, complète la réponse.

Question 1 : 60 morceaux de sucre pèsent…

Question 2 : 80 morceaux de sucre pèsent…

Question 3 : 20 morceaux de sucre pèsent…

Quelle est la principale notion du programme de cycle 3 abordée par ce problème ?

2. Voici huit réponses d'élèves à ce problème, codées de A à H.

	Réponse de l'élève	Écrits de recherche
A	60 morceaux de sucre pèsent …*480 grammes*	$240 \times 2 = 480$
B	60 morceaux de sucre pèsent …*480 grammes*	$400 + 80 = 480$
C	60 morceaux de sucre pèsent …*24 000 grammes*	$400 \times 60 = 24\ 000$
D	20 morceaux de sucre pèsent …*160 grammes*	$400 - 240 = 160$
E	20 morceaux de sucre pèsent …*160 grammes*	$240 : 30 = 8$ $20 \times 8 = 160$
F	20 morceaux de sucre pèsent …*160 grammes*	$60 : 3 = 20$ $480 : 3 = 160$
G	20 morceaux de sucre pèsent …*230 grammes*	$240 - 10 = 230$
H	80 morceaux de sucre pèsent …*640 grammes*	$240 + 400 = 640$

a. Deux des réponses sont erronées. Les repérer et les analyser.
b. Analyser et classer les procédures des autres réponses.

3. L'enseignant souhaite amener ses élèves à recourir à la procédure de retour à l'unité. Le problème suivant figure dans leur manuel :

   « *Pour la fête de fin d'année de l'école de rugby, on vend des paquets de chocolat. Karim achète 5 paquets et paie 8€. Dellia veut acheter 15 paquets, combien va-t-elle payer ?* ».

   Proposer une modification des données de cet énoncé pour lui permettre d'atteindre cet objectif.

SITUATION 2 :

Lors d'une séance de calcul, l'enseignant relève ces quatre réponses d'élèves :

a. $2{,}3 \times 10 = 2{,}30$	*b.* $\frac{1}{4} = 1{,}4$
c. $45{,}6 < 45{,}13$	*d.* $2{,}15 + 17{,}2 = 19{,}17$

1. Pour chaque réponse d'élève, émettre une conjecture sur le raisonnement erroné qui a pu conduire à l'erreur faite.
2. Proposer deux situations de remédiation pour amener l'élève qui a donné la réponse c. à comprendre son erreur.

SITUATION 3 :

Dans une classe de CM2, un enseignant propose le problème ci-dessous :

Dédé sur une balance

En utilisant les informations données par ces trois dessins, détermine combien pèsent Dédé, le petit Francis et le chien Boudin.

D'après Deledicq A. et Missenard C., *Encyclopédie Kangourou des mathématiques au collège*, ACL éditions, 1996.

Dans les programmes de mathématiques pour le cycle 3, les six compétences travaillées en mathématiques sont les suivantes : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

Deux productions d'élèves sont présentées ci-dessous.

1. Analyser les productions de chaque élève au regard des deux compétences *communiquer* et *raisonner*.
2. En quoi les deux élèves ont-ils mobilisé la compétence *modéliser* ?

Production de Nina :

Dédé pèse : 125 Kg

Francis pèse : 20 Kg

Boudin pèse : 15 Kg

Dédé ⊕ Boudin	Dédé ⊕ Francis	Francis ⊕ Boudin
140 Kg	145 Kg	35 Kg

Boudin	Dédé	Francis	Dédé
~~-10 Kg~~ =	~~130~~	~~-15 Kg~~	~~130 Kg~~
-15 Kg =	125	-20 Kg =	125 Kg

~~10 + 15 = 25 c'est faux~~

15+20=35 c'est juste

Production de Yohan :

Réponse : le grand Dédé fait 125 Kg petit francis fait 20 Kg et le chien Boudin fait 15 Kg

Justification : Je me suis dit que petit Francis faisait 5 Kg de plus que chien Boudin parce que petit francis et Grand Dédé faisaient en tout 145 Kg et Grand Dédé et chien Boudin faisaient en tout 140 Kg ~~alors~~. Et je me dit que peut-être petit francis faisait 20 Kg ~~et~~ et chien Boudin 15 kg et j'ai fait 145 Kg 20Kg = 125 et 140 - 15 = 125 et j'ai trouvé que Grand Dédé faisaient 125 Kg petit francis faisai 20 et chien Boudin faisai 15 Kg.