

Session 2020

PE2-20-PG5

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Vendredi 24 avril 2020
Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1 à 9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

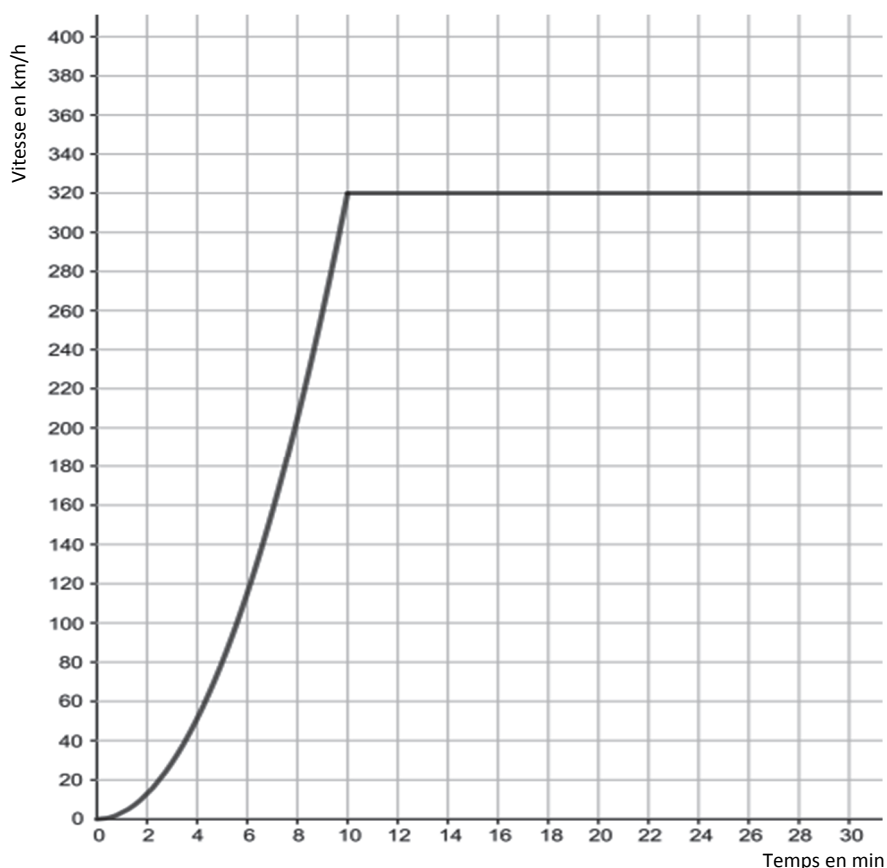
PREMIÈRE PARTIE (13 points)

PARTIE A : Vitesse d'un train

Un train à grande vitesse quitte une gare. Dans ce qui suit nous allons nous intéresser au temps qu'il met pour atteindre la vitesse de 300 km/h.

On appelle v la fonction qui, au temps t écoulé depuis le départ, exprimé en minute, associe $v(t)$ la vitesse du train, à l'instant t , en kilomètre par heure.

1. Le graphique ci-dessous donne la vitesse $v(t)$ en km/h exprimée en fonction du nombre t de minutes écoulées depuis le départ du train.



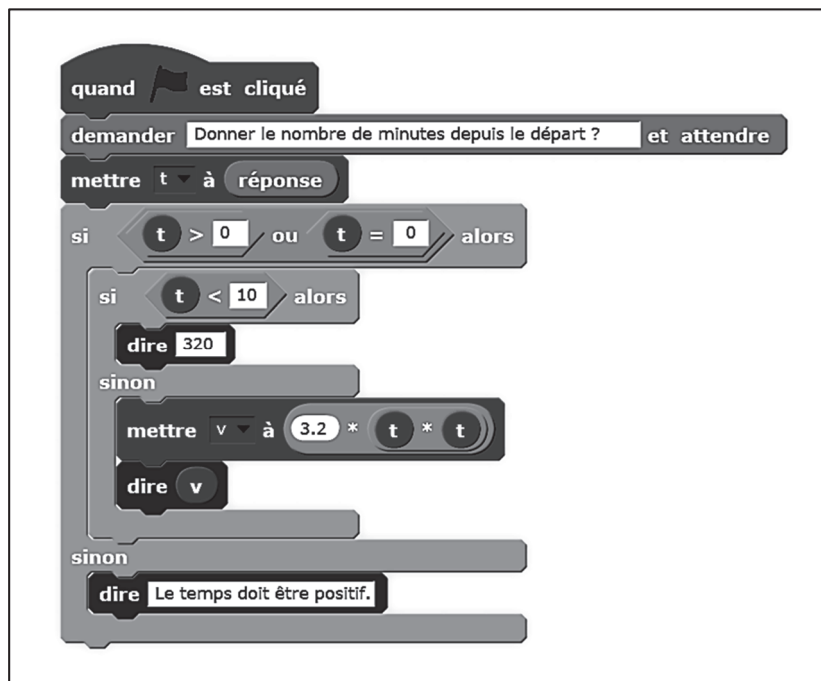
Répondre aux questions suivantes par lecture graphique. Aucune justification n'est attendue.

- a. Déterminer une valeur approchée à 10 km/h près de $v(6)$ puis donner une interprétation du résultat.
 - b. Résoudre graphiquement $v(t) = 200$, pour t compris entre 0 et 25, puis donner une interprétation du résultat.
 - c. Encadrer par deux nombres entiers consécutifs le temps t_0 , exprimé en minutes, pour lequel la vitesse est de 300 km/h.
2. En s'appuyant sur des valeurs lues sur le graphique ci-dessus, déterminer la distance parcourue par le train entre la quinzième minute et la vingtième minute. On donnera une valeur arrondie au kilomètre.

3. On propose le document suivant obtenu à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	t en min	9	9,1	9,2	9,3	9,4	9,5	9,6	9,7	9,8	9,9	10
2	v en km/h	259,2	264,99	270,85	276,77	282,75	288,8	294,91	301,09	307,33	313,63	320

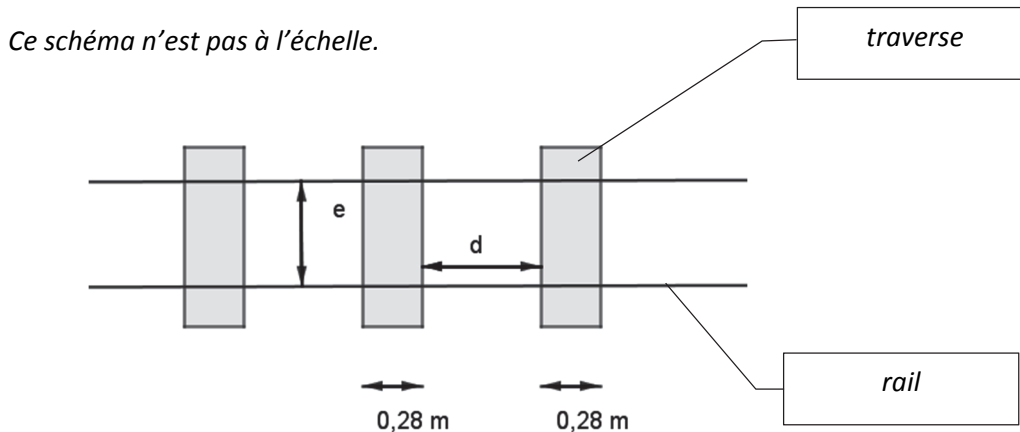
- Justifier que ce tableau permet de retrouver le résultat de la question 1.c.
 - Donner un encadrement d'amplitude 0,1 minute du temps t_0 pour lequel la vitesse est de 300 km/h.
4. Pour un temps t après le départ, exprimé en minute, compris entre 0 et 10, la vitesse de ce train en kilomètre par heure est donnée par la formule $v(t) = 3,2 t^2$.
- Déterminer $v(6)$.
 - Donner la formule que l'on peut saisir dans la cellule B2 puis faire glisser vers la droite pour obtenir le tableau de la question 3.
 - Déterminer par le calcul la valeur exacte du temps t_0 tel que $v(t_0) = 300$ km/h. En déduire un encadrement de t_0 à la seconde près.
5. Un élève a écrit le programme suivant :



- Si l'utilisateur du programme entre le nombre 6, quelle est la réponse donnée en retour ?
- Si l'utilisateur du programme entre le nombre 15, quelle est la réponse donnée en retour ?
- L'élève souhaitait écrire un programme calculant la vitesse du train en fonction du temps depuis le départ. Quelle est son erreur ?
- Proposer une correction du programme pour qu'il donne la réponse attendue quel que soit le nombre entré.

PARTIE B : Traverses de chemin de fer

1. Le pouce international est une unité de longueur valant 2,54 centimètres.
Le pied est une unité de longueur égale à 12 pouces.
Dans la plupart des pays, deux rails de chemins de fer sont écartés de 4 pieds et 8,5 pouces. Cette distance est représentée par la lettre **e** sur le schéma ci-dessous.
Convertir cette distance en cm, en arrondissant au millimètre.



2. On considère à présent une traverse en bois de chêne sec utilisée pour une voie de chemin de fer. Elle est modélisée par un pavé droit de 2,60 m de longueur, 28 cm de largeur et 14 cm d'épaisseur. La densité du chêne sec est de 690 kg/m^3 .
 - a. Construire un patron d'une traverse de chemin de fer à l'échelle 1/20. On mettra en évidence les calculs effectués pour réaliser ce patron.
 - b. Déterminer la masse d'une traverse en kilogramme. Donner la valeur exacte trouvée, puis la valeur arrondie à l'unité.
3. Sur le schéma ci-dessus, ne respectant pas l'échelle, on a noté **d** la distance entre deux traverses. Sur une voie ferrée, on souhaite positionner 1520 traverses par kilomètre.
 - a. Calculer la distance **d**, en expliquant la démarche choisie. On arrondira au centimètre.
 - b. Reproduire, à l'échelle 1/20 par rapport aux dimensions réelles, la figure avec les trois traverses ci-dessus. On mettra en évidence les calculs effectués pour réaliser cette figure.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Affirmation 1 : « Le nombre $\frac{27}{45}$ est un nombre décimal. »

Affirmation 2 : « Si a et b sont deux nombres décimaux positifs non nuls, alors le résultat de la division de a par b est plus petit que a . »

Affirmation 3 : « La somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3. »

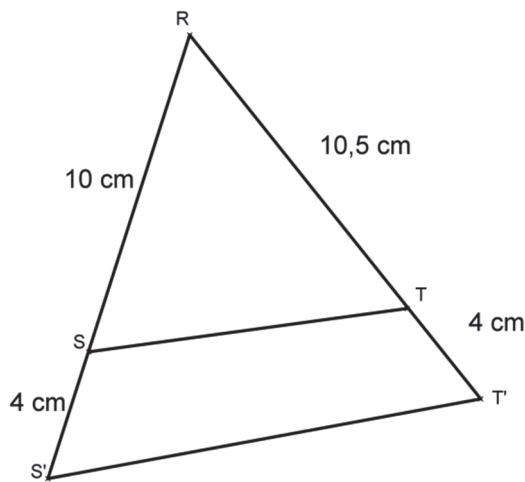
Affirmation 4 : « 42 possède exactement 7 diviseurs positifs. »

EXERCICE 2

On donne un triangle RTS où $[RS]$ mesure 10 cm et $[RT]$ mesure 10,5 cm.

Le point S' est le point de la droite (RS) tel que $[SS']$ mesure 4 cm et les points R , S et S' sont alignés dans cet ordre.

Le point T' est le point de la droite (RT) tel que $[TT']$ mesure 4 cm et les points R , T et T' sont alignés dans cet ordre.



La figure n'est pas l'échelle.

1. Les droites (ST) et $(S'T')$ sont-elles parallèles ? Justifier.
2. Les autres mesures données restant les mêmes, déterminer la longueur que doit avoir le segment $[TT']$ pour que (ST) et $(S'T')$ soient parallèles.

EXERCICE 3

1.
 - a. Soit N un nombre entier compris entre 100 et 999.
 N s'écrit sous la forme $N = a \times 100 + b \times 10 + c$ où a , b et c sont des entiers compris entre 0 et 9.
Démontrer que si le nombre formé par le chiffre des dizaines et le chiffre des unités est divisible par 4 alors N est divisible par 4. Par exemple, pour 732, comme 32 est divisible par 4 alors 732 est divisible par 4.
 - b. Cette règle fonctionne-t-elle pour la divisibilité par 8, c'est à dire, « Si le nombre formé par le chiffre des dizaines et le chiffre des unités d'un nombre N supérieur à 10 est divisible par 8 alors N est divisible par 8 » ?
2. On considère toujours un nombre entier N compris entre 100 et 999 s'écrivant sous la forme $N = a \times 100 + b \times 10 + c$ où a , b et c sont des entiers compris entre 0 et 9.
Calculer $N - (a + b + c)$. Démontrer que si $a + b + c$ est divisible par 9, alors N l'est aussi.

EXERCICE 4

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante : on lance deux dés équilibrés à 6 faces numérotées de 1 à 6 (un dé vert et un dé rouge). Le résultat de l'expérience est le plus grand des deux nombres sur les faces supérieures des dés.

Par exemple, si le dé vert indique « 3 » sur sa face supérieure et le dé rouge indique « 5 », le résultat de l'expérience est 5.

1. Montrer que la probabilité que le résultat de l'expérience soit 2 est égale à $\frac{1}{12}$.
2. Quelle est la probabilité que le résultat de l'expérience soit 6 ?
3. Montrer que la probabilité que le résultat de l'expérience soit un nombre inférieur ou égal à 3 est égale à $\frac{1}{4}$.
4. Montrer que la probabilité que le résultat de l'expérience soit un nombre inférieur ou égal au nombre n , où n est un nombre entier compris entre 1 et 6, est égale à $\frac{n^2}{36}$.
5. En déduire que la probabilité que le résultat de l'expérience soit le nombre n , où n est un nombre entier compris entre 1 et 6, est $\frac{2n-1}{36}$.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

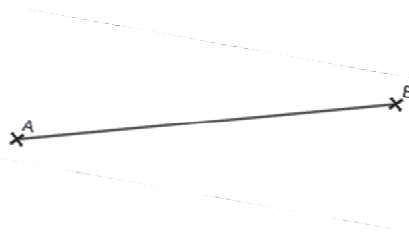
Cette partie est composée de quatre situations indépendantes.

SITUATION 1

Un enseignant envisage de proposer l'énoncé suivant à des élèves de CM1.

Voici un segment de 5 cm.

Complète la figure en traçant un rectangle ABCD de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.



1. Donner deux propriétés du rectangle que les élèves vont devoir mobiliser pour effectuer la construction demandée.
2. Citer deux erreurs que les élèves de CM1 peuvent faire lors de la construction du rectangle.
3. Lors de la phase d'institutionnalisation, l'enseignant souhaite faire copier une phrase, dans le cahier des élèves, définissant le rectangle. Il interroge les élèves pour qu'ils fassent des propositions.

Voici la proposition de trois élèves :

Élève 1 : « *Un rectangle est un polygone à quatre côtés avec les côtés opposés qui ont la même longueur.* »

Élève 2 : « *Un rectangle est un polygone qui a 4 côtés et 4 angles droits et avec des côtés plus longs que les autres sinon ça serait un carré.* »

Élève 3 : « *Un rectangle est un polygone qui a 4 angles droits.* »

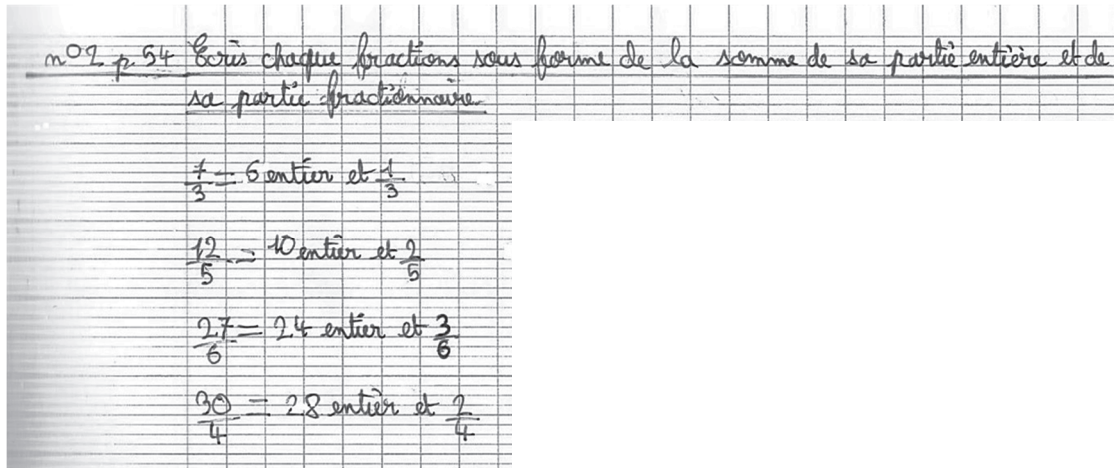
- a. Expliquer pourquoi chacune des trois réponses proposées ne convient pas mathématiquement pour définir un rectangle.
- b. Proposer une définition qui pourrait être notée dans les cahiers des élèves.

SITUATION 2 :

Un enseignant propose à ses élèves de CM2 l'exercice suivant, inspiré du manuel « A portée de maths CM2 (édition Hachette éducation, 2008) » :

2 Écris chaque fraction sous forme de la somme de sa partie entière et de sa partie fractionnaire.
$\frac{7}{3}$ $\frac{12}{5}$ $\frac{27}{6}$ $\frac{30}{4}$ $\frac{13}{2}$ $\frac{49}{6}$ $\frac{89}{10}$ $\frac{34}{8}$ $\frac{21}{2}$ $\frac{17}{6}$ $\frac{15}{4}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{29}{8}$

Voici la production d'un élève :

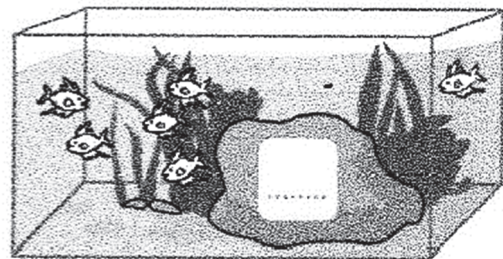


1. Analyser les réponses proposées par l'élève.
2. Donner un exemple de ce que l'enseignant pourrait proposer pour permettre à l'élève de constater que ses réponses sont incorrectes.

SITUATION 3

Un enseignant propose la situation ci-contre en Grande Section (GS) de maternelle, inspiré du fichier « Pour comprendre les mathématiques - CP », cycle2, Hachette éducation, 2016.

Il y a 10 poissons dans l'aquarium.
Combien de poissons sont cachés
derrière le rocher ?



1. Proposer deux procédures que les élèves de Grande Section peuvent mobiliser pour répondre à la question posée ?
2. Un élève de Grande Section ne fournit pas la réponse attendue. Proposer une autre tâche, sur le même champ mathématique, mais permettant à l'élève de valider ou d'invalider le résultat trouvé.
3. Pour quels types de calculs les compléments à 10 seront-ils utiles au cycle 2 ? Donner deux exemples concrets d'utilisation des compléments à 10.

SITUATION 4

Voici une situation proposée dans une classe de CE2, peu de temps après l'introduction de la table de multiplication par 7 :

La suite ! Trouver les nombres qui doivent arriver ensuite.

SÉRIE 1	0	7	14	21					
SÉRIE 2	84	77	70						
SÉRIE 3	0	14	7	21	14	28			

Élève A :

La suite ! Trouver les nombres qui doivent arriver ensuite.

SÉRIE 1	0	7	14	21	28	35	42	48	55
SÉRIE 2	84	77	70	63	56	49	42	35	28
SÉRIE 3	0	14	7	21	14	28	56	112	224

Élève B :

La suite ! Trouver les nombres qui doivent arriver ensuite.

SÉRIE 1	0	7	14	21	28	35	42	49	56
SÉRIE 2	84	77	70	64	57	50	44	37	30
SÉRIE 3	0	14	7	21	14	28	21	35	28

Élève C :

La suite ! Trouver les nombres qui doivent arriver ensuite.

SÉRIE 1	0	7	14	21	28	35	42	49	56
SÉRIE 2	84	77	70	63	56	49	42	34	27
SÉRIE 3	0	14	7	21	14	28			

1. Analyser chacune des productions en termes de réussites et d'erreurs.
2. Donner un exemple de correction de la série 2 que l'enseignant pourrait proposer pour aider les élèves à soustraire 7 en s'appuyant sur la connaissance des compléments à 10.