CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - POLYTECH

Épreuve de Physique-Modélisation PC

Durée 4 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est autorisé.

AVERTISSEMENT

Le candidat devra porter l'ensemble de ses réponses sur le cahier réponses, à l'exclusion de toute autre copie. Les résultats doivent être reportés dans les cadres prévus à cet effet.

Le sujet comporte des questions d'informatique de deux types : programmation et bases de données.
Les questions de programmation commencent par une mention du type : "écrire une fonction... " et les codes seront obligatoirement écrits en langage Python.

Les réponses aux questions sur les bases de données comportant une mention du type : "écrire la requête..." seront obligatoirement écrites en langage SQL (MySQL ou SQLite).

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Tournez la page S.V.P.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Des ondes pas toujours harmoniques

Que ce soit la lumière, le son, l'influx nerveux, les télécommunications…, beaucoup de phénomènes naturels ou technologiques sont de nature ondulatoire.

De nombreux phénomènes ondulatoires sont étudiés en cours, mais on se limite la plupart du temps à l'étude des Ondes Planes Progressives Harmoniques (OPPH). Celles-ci ont le mérite d'être facilement étudiables, mais ne permettent pas de modéliser le transport d'information. Par exemple, une onde radio FM n'est pas harmonique mais contient plusieurs fréquences selon l'information qu'on veut propager. Il en va de même pour les sons, les autres ondes électromagnétiques…

Dans ce problème, nous allons étudier deux types d'ondes : les ondes sonores et les ondes électromagnétiques, et nous allons surtout étudier le comportement de telles ondes quand elles sont non harmoniques.

Les résultats importants sont encadrés en double trait dans l'énoncé et sont destinés à être réutilisés dans la suite même s'ils n'ont pas été démontrés.

PREMIÈRE PARTIE
Les ondes sonores

Après la vue, l'ouïe est le deuxième sens le plus développé chez l'homme, même si de nombreux animaux ont une ouïe beaucoup plus fine que la nôtre. C'est le sens qui nous permet de profiter de la beauté de la musique, de transmettre de nombreuses informations, mais aussi celui qui est agressé par de nombreuses nuisances sonores, au point que cette pollution est reconnue au même titre que celles de l'eau, de l'air, ou la pollution lumineuse.

Nous commencerons cette partie par une mise en équation, puis nous conduirons l'étude d'une onde harmonique, ensuite nous étudierons différents aspects de l'acoustique musicale : spectre d'un instrument, problèmes pouvant survenir pendant des concerts, gestion d'une école de musique, isolation acoustique.
Les sous-parties sont globalement indépendantes, mais il est conseillé de lire les sous-parties précédentes avant d'en entamer une nouvelle.

On négligera la pesanteur dans toute cette partie.
Le référentiel terrestre sera considéré comme galiléen.
L'air sera considéré comme un gaz parfait diatomique non visqueux de rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ = 1,40 et de masse molaire M = 29,0 $g.mol^{-1}$.
On donne la constante des gaz parfaits : R = 8,31 $J.mol^{-1}.K^{-1}$.
La célérité des ondes sonores sera notée c.
La température en Kelvin T et celle en degrés Celcius θ sont reliées numériquement par T = θ + 273.

On donne les courbes d'audibilité et de douleur de l'oreille humaine sur la figure 1. Y sont tracées également des courbes isophoniques, qui relient les points de même sensation d'intensité sonore pour l'oreille humaine.

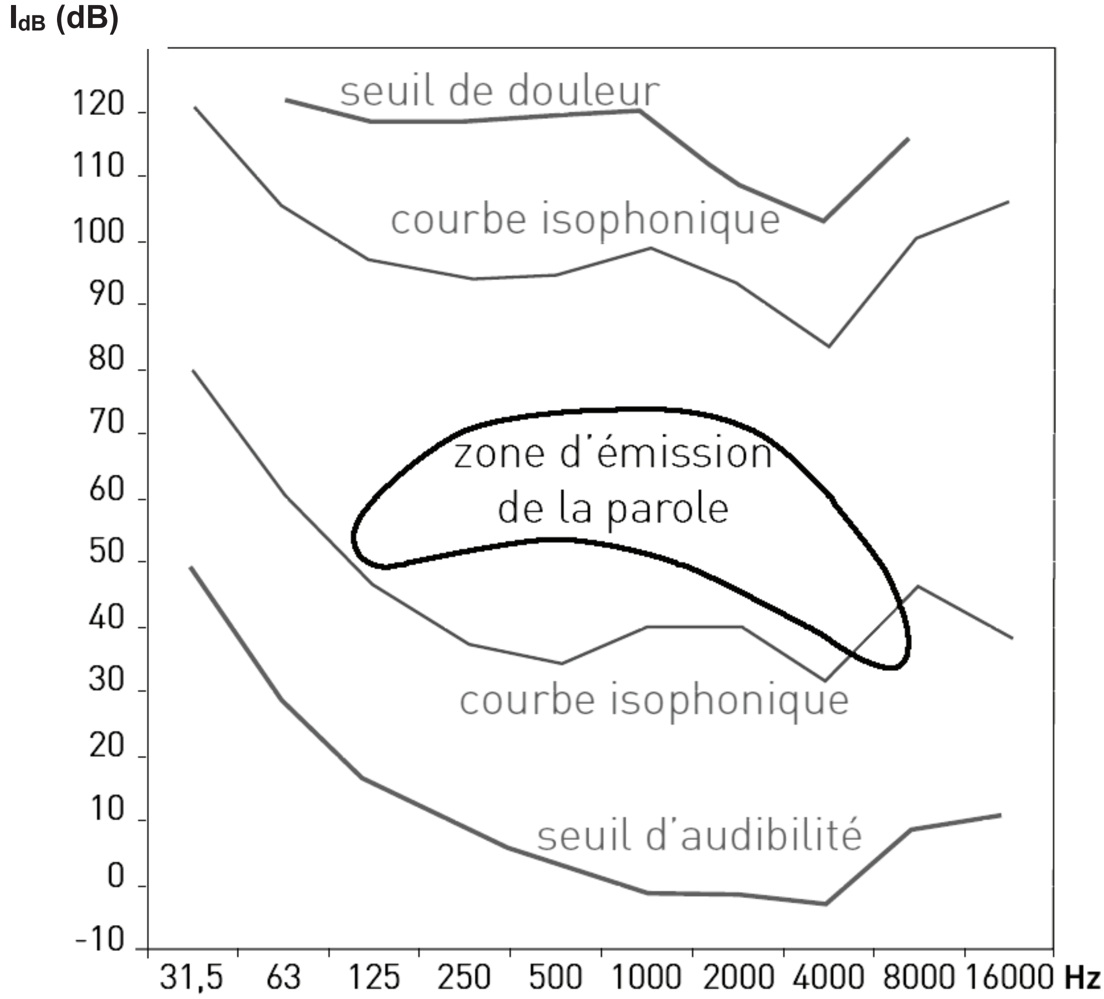

Figure 1 – Courbes de sensibilité de l'oreille humaine
(Intensité sonore en dB en fonction de la fréquence en Hz)

A / Mise en équation

Nous allons travailler dans cette sous-partie avec des ondes unidimensionnelles, c'est-à-dire des champs ne dépendant que de la coordonnée d'espace x et du temps t.

Au repos, l'air peut être décrit par les champs de pression P_0 = 1,00 bar, de masse volumique μ_0 et de vitesse $\vec{v}_0 = \vec{0}$, tous uniformes. L'onde sonore est une perturbation de cet état d'équilibre, où les champs deviennent :
- champ de pression : $P(x,t) = P_0 + p(x,t)$ où p est la surpression ;
- champ de masse volumique : $\mu(x,t) = \mu_0 + \rho(x,t)$;
- champ de vitesse : $\vec{v}(x,t) = \vec{0} + v(x,t)\,\vec{u}_x$.

L'approximation acoustique consiste à considérer que les termes de perturbation p/P_0, ρ/μ_0 et v/c sont des infiniment petits d'ordre 1.

A1. Écrire l'équation d'Euler dans l'air. La linéariser en expliquant convenablement les simplifications faites. L'équation linéarisée sera notée (E).

A2. Écrire l'équation de conservation de la masse (ou équation de continuité). La linéariser. L'équation linéarisée sera notée (M).

A3. Lors du passage d'une onde sonore, les transformations de l'air sont supposées adiabatiques réversibles. On introduit χ_S le coefficient de compressibilité isentropique de l'air. Rappeler l'expression de χ_S en fonction de la pression P et du volume V d'une particule de fluide, puis en fonction de la pression P et de la masse volumique du fluide μ.
Linéariser cette expression dans le cadre de l'approximation acoustique. L'équation linéarisée sera notée (T).

A4. En utilisant les équations (E), (M) et (T), retrouver l'équation de propagation de l'onde sonore à une dimension vérifiée par p $\boxed{\dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 p}{\partial t^2}}$ Donner l'expression de c.

Expliquer comment on peut passer à l'équation d'une onde sonore tridimensionnelle.

A5. Déterminer l'expression de c pour un gaz parfait et sa valeur numérique pour l'air à $\theta = 20{,}0$ °C.

B / Étude d'une onde sonore harmonique

B1. On étudie une onde unidimensionnelle dont le champ de surpression complexe s'écrit $\underline{p}(x,t) = p_0 \, exp\, [j(\omega t - kx)]$.
Justifier clairement que cette onde est plane, progressive, harmonique, et préciser dans quel sens elle se propage. On donnera la définition de chaque terme et on précisera pour chacun pourquoi on peut l'attribuer à cette onde.

B2. Établir la relation de dispersion pour cette onde. Qu'en déduire ?

B3. On cherche le champ de vitesse complexe sous la forme $\underline{v}(x,t) = \underline{v}_0 \, exp\, [j(\omega t - kx)]$, avec $\vec{\underline{v}} = \underline{v}\, \vec{u}_x$.
Montrer qu'on peut écrire $\underline{p}(x,t) = Z\, \underline{v}(x,t)$. Préciser l'expression de Z et donner son nom.

B4. Déterminer l'expression de Z pour un gaz parfait.
En déduire sa valeur numérique pour l'air à $T = 20{,}0$ °C et $P_0 = 1{,}00$ bar.

B5. On définit l'intensité sonore par la valeur moyenne $I = \langle p\, v \rangle$.
Vérifier que I a bien la dimension d'une puissance surfacique.

B6. On définit l'intensité sonore en décibels comme $I_{dB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0}\right)$, où I_0 est l'intensité de référence et vaut $I_0 = 1{,}00.10^{-12}$ W.m^{-2}.
Justifier la différence avec le gain en décibels en électricité, défini par $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{u_s}{u_e}\right)$ où u_s et u_e sont respectivement les tensions de sortie et d'entrée du montage.

B7. On veut ici vérifier si l'approximation acoustique est justifiée, même pour un son très intense d'intensité I_M.
Déterminer les expressions de p_0 et de v_0, amplitudes de la pression et de la vitesse, en fonction de I_M notamment.
Donner un ordre de grandeur de l'intensité en décibels d'un son très intense, en déduire l'intensité I_M correspondante puis p_0 et v_0 et conclure.

C / Spectre d'un instrument de musique

Les instruments de musique n'émettent pas des sons harmoniques comme ceux des sous-parties A et B. Nous allons dans cette sous-partie étudier le son d'un instrument à vent.

C1. Quelle est la différence entre le spectre d'un son créé par un instrument de musique (une flûte par exemple) et le spectre d'un bruit ? On rappelle qu'un bruit est un signal où toutes les fréquences sont présentes.
Expliquer pourquoi on peut utiliser les résultats des ondes harmoniques (sous-partie B) pour l'étude des sons des instruments.

C2. La figure 2 ci-dessous donne l'acquisition d'un son émis par un violon (figure 2.a) et son spectre (figure 2.b).

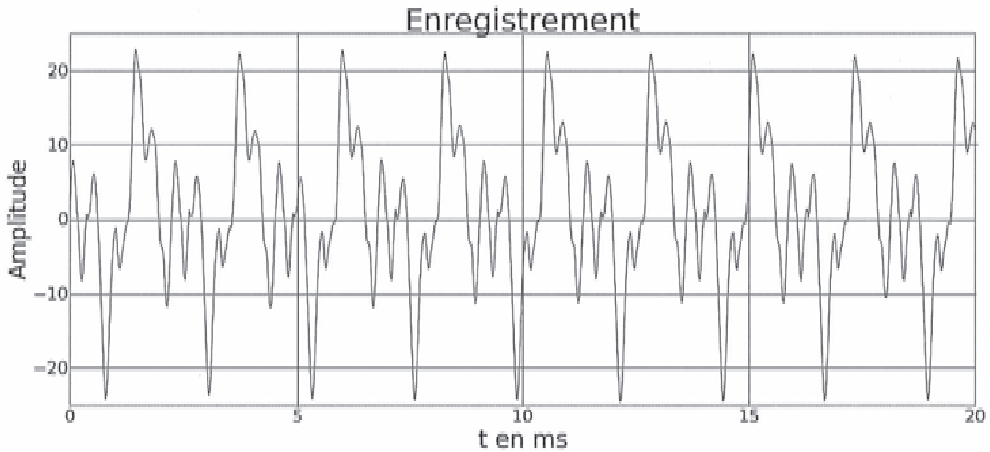

Figure 2.a - Enregistrement d'un son émis par un violon
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

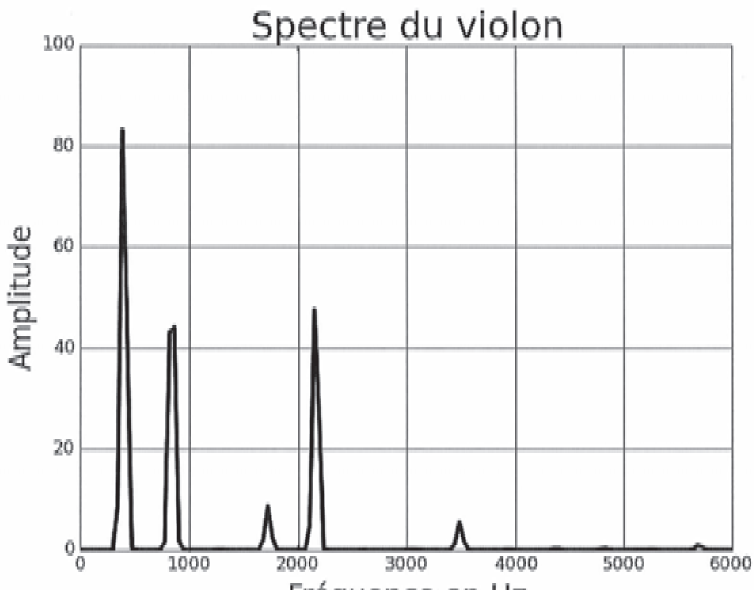

Figure 2.b – Spectre du même son émis par le violon
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

C2a. Mesurer la fréquence de la note et sa période en expliquant votre démarche, notamment en complétant les figures ci-dessus. Les résultats sont-ils compatibles entre les deux figures ?

La figure 3.a ci-dessous donne les acquisitions de deux sons (émis par une flûte (a) et par un harmonium (b)) qui correspondent à la même note. La figure 3.b. donne le spectre de ces deux instruments mais ils ont été mélangés.

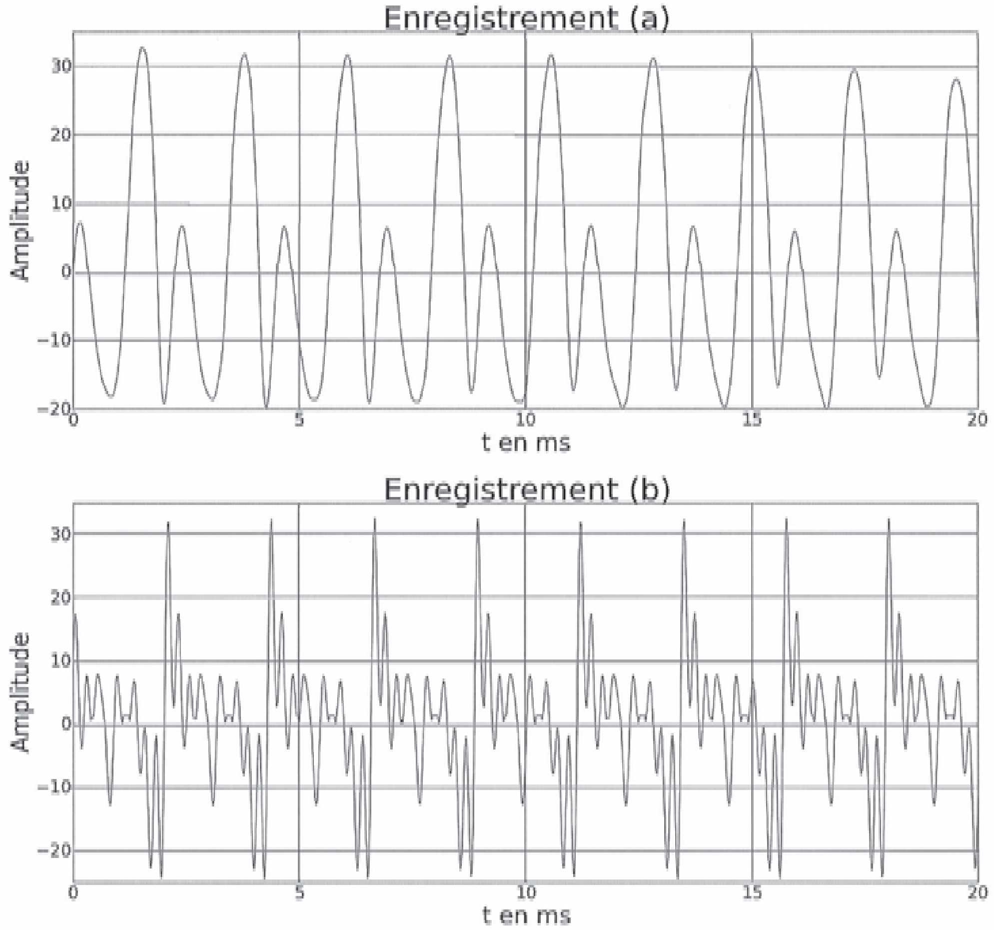

Figure 3.a - Enregistrements de sons émis par une flûte (a) et par un harmonium (b)
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

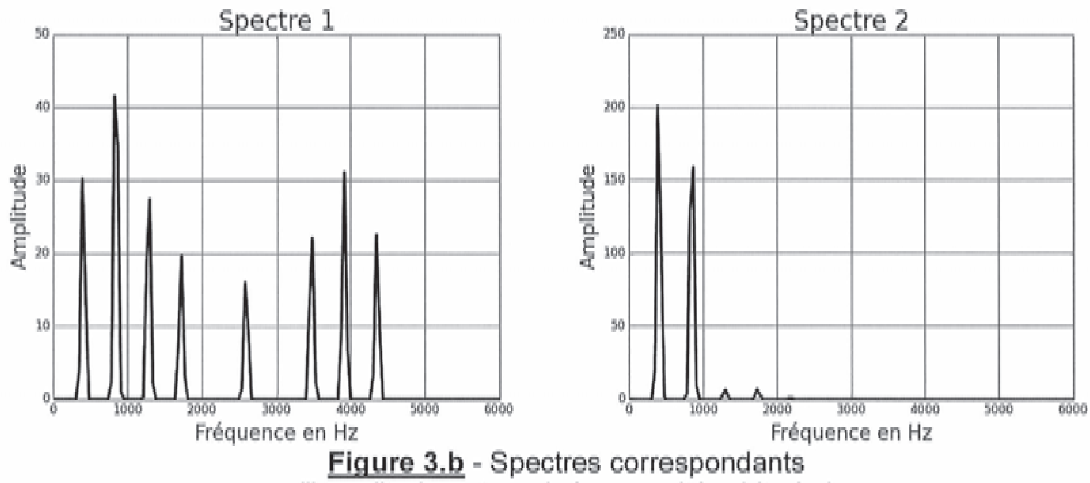

Figure 3.b - Spectres correspondants
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

C2b. Attribuer à chaque spectre (1 et 2) son instrument (flûte (a) ou harmonium (b)) en justifiant ce choix.

C3. Pour calculer le spectre d'un signal sonore, on fait une acquisition numérique du son, puis on réalise la FFT (« Fast Fourier Transform » ou « transformée de Fourier rapide » en français) du signal numérique. Pour que le spectre soit correct, il faut prendre quelques précautions, notamment dans le choix de la fréquence d'échantillonnage.

On pourra utiliser avantageusement des schémas pour répondre aux questions suivantes.

C3a. Quel critère doit respecter la fréquence d'échantillonnage f_e ?
Quel est le nom du phénomène qui apparaitrait dans le cas d'un mauvais choix de f_e ?
Proposer une fréquence d'échantillonnage f_e sachant que les fréquences audibles vont de 20 Hz à 20 kHz. Justifier.

C3b. Citer une situation dans laquelle le critère de la question C3a n'est pas vérifié.
Comment procéder expérimentalement pour éviter le phénomène gênant décrit ci-dessus ?

On se propose maintenant d'écrire un script python pour calculer la transformée de Fourier d'un signal. <u>On rappelle qu'il est indispensable de détailler les points principaux de l'algorithme ou du code avant de l'écrire, ou de commenter ses grandes lignes.</u>

En langage python, les nombres complexes s'écrivent `x+yj` où `x` et `y` désignent respectivement les parties réelles et imaginaires du complexe (il est impératif de coller `y` et `j` et d'écrire le nombre `y` : le nombre *j* s'écrit `1j`). Les principales commandes peuvent être illustrées par

```
z=2+3j                    # Définition d'un complexe z
t=z**3+2*z/(1+1j)         # Calculs
z.conjugate()             # Renvoie le conjugué de z
abs(z)                    # Module
```

De plus, le module `numpy` de python permet de manipuler les nombres complexes simplement. En effet, la fonction `exp` (calcul de l'exponentielle) de ce module, que l'on supposera importée, accepte un argument complexe et réalise le calcul mathématique attendu. Enfin, on supposera aussi importée `pi`, variable du module `numpy` qui contient la valeur flottante de la constante mathématique π. Seules `pi` et `exp` seront supposées importées au début du programme.

La transformée Fourier d'un tableau `T` de taille *N* est un tableau $\hat{\texttt{T}}$ de même taille dont les valeurs sont données par la formule suivante :

$$\forall k \in [\![0, N-1]\!]; \qquad \hat{T}_k = \sum_{\ell=0}^{N-1} T_\ell exp\left(-\frac{2j\pi k\ell}{N}\right)$$

C4. On va d'abord écrire un algorithme naïf.

C4a. Écrire une fonction `omega` prenant comme argument deux entiers `a` et `N` et renvoyant le nombre complexe $exp\left(-\frac{2ja\pi}{N}\right)$.

C4b. En déduire une fonction `TF` renvoyant la transformée de Fourier d'un tableau `T` donné en argument.

C4c. Déterminer la complexité de `TF` dont l'entrée est un tableau de *N* éléments. On donnera la réponse en $\Theta(f(N))$.

C5. Transformée de Fourier rapide
Un autre algorithme utilisant le paradigme « diviser pour régner » a été proposé par J. Cooley et J. Tukey en 1965.
On suppose que N est pair, de la forme $N = 2p$. Soit T un tableau de taille $2p$, on note P et I les tableaux de taille p donnés par $P = [T_0, T_2, \dots, T_{2p-2}]$ et $I = [T_1, T_3, \dots, T_{2p-1}]$.
On note $\hat{P}$ et $\hat{I}$ les transformée de Fourier de P et I.

On admet que pour tout $k \in [\![0, 2p-1]\!]$, on a, avec $N = 2p$:

$$\forall k \in [\![0, N-1]\!]; \qquad \hat{T}_k = \begin{cases} \hat{P}_k + exp\left(-\frac{2j\pi k}{N}\right)\hat{I}_k & \text{si } k \in [\![0, p-1]\!] \\ \hat{P}_{k-p} + exp\left(-\frac{2j\pi k}{N}\right)\hat{I}_{k-p} & \text{si } k \in [\![p, 2p-1]\!] \end{cases}$$

C5a. Écrire une fonction `separe`, qui étant donné un tableau `T` donné en argument, renvoie un couple de tableaux `(P,I)` où `P` est constitué des éléments de `T` d'indice pair et `I` ceux d'indice impair.

C5b. On suppose que N est une puissance de 2 de la forme $N = 2^q$. Les tableaux `P` et `I` renvoyés par la fonction `separe` ont donc eux aussi un nombre pair d'éléments et on peut faire sur eux la même opération.
Écrire une fonction **récursive** `TFR` renvoyant la transformée de Fourier d'un tableau `T` donné en argument en utilisant les transformées de Fourier `P̂` et `Î` de `P` et `I` respectivement, ainsi que la fonction `omega` définie précédemment.

C5c. On note $C(q)$ le nombre d'appels récursifs nécessaires au calcul de la transformée de Fourier rapide d'une liste de 2^q éléments avec l'algorithme ci-dessus.
(a) Déterminer une relation de récurrence vérifiée par $C(q)$.
(b) En déduire $C(q)$ en fonction de q, puis en fonction de N.

C5d. Laquelle des deux fonctions `TF` ou `TFR` vous semble la plus efficace ? Justifier.

D / Problèmes à résoudre lors de concerts

Les questions qui sont posées dans cette sous-partie demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être indiquées même si elles n'aboutissent pas. Le barème tiendra compte du temps nécessaire pour répondre à de telles questions et les valorisera. On pourra utiliser la figure 1 et tous les résultats précédemment obtenus.

D1. Au cours d'un concert, dès que le chanteur passe devant le haut-parleur, il se met à y avoir un sifflement très désagréable.
Expliquer l'apparition de ce sifflement.

D2. Les enfants d'une classe participent à un concours de chant en plein air où les parents de plusieurs dizaines d'écoles les écoutent sur un terrain de sport de largeur 50 m. Pour que tout le monde entende, un micro enregistre leur chanson et un haut-parleur le restitue et l'amplifie pour les parents.
À quelle distance des haut-parleurs doit-on placer le premier rang ?

D3. Lors d'un concert de piano-chant, le chant du soliste fait 65 dB, tandis que la musique du piano atteint 80 dB. Par conséquent, on n'entend pas le chant du soliste.
Le chef de chœur vous demande alors combien il faudrait de chanteurs pour qu'on entende le chant.
Répondre à sa question.

E / Base de données d'une école de musique

Toutes les requêtes s'écriront en langage SQL (MySQL ou SQLite).

L'école de Musique de La Rochelle (EMuLaR) a fait classer tous ses membres dans une base de données dont voici le schéma :

eleves (**id** : entier, **nom** : chaîne de caractères, **prenom** : chaîne de caractères, **date_naissance** : entier)
instruments (**id_instrument** : entier, **id_eleve** : entier, **date_debut** : entier)

Les notations non évidentes seront expliquées en temps voulu.

E1. Que sont **id**, **nom**, **prenom** et **date_naissance** pour la table **eleves** ?
Donner un choix de clé primaire pour la table **eleves**.
Comment s'appelle l'opération qui ne renvoie que **id** et **nom** ?
Écrire cette opération dans le langage de l'algèbre relationnelle, puis la requête correspondante.

E2. Le format de l'entier **date_naissance** de la table **eleves**, qui donne la date de naissance de l'élève, doit contenir le jour noté **jj**, le mois noté **mm** et l'année notée **aaaa**.
Quel est le format le plus adapté pour classer les élèves du plus vieux au plus jeune :
jjmmaaaa, **jjaaaamm**, **mmjjaaaa**, **mmaaaajj**, **aaaajjmm** ou **aaaammjj** ? Justifier brièvement.
En supposant que ce format a été choisi, écrire la requête qui renvoie les noms et prénoms des élèves classés par date de naissance.

E3. Écrire la requête permettant d'obtenir les **id**, **nom**, **prenom** et **date_naissance** des élèves nés après l'an 2000 (exclu).
Comment s'appelle l'opération correspondante ?
Écrire cette opération dans le langage de l'algèbre relationnelle.

E4. L'année **date_debut** (au format **aaaa**) est l'année où l'élève d'identifiant **id_eleve** (faisant référence à un **id** de la table **eleve**) a débuté l'instrument d'identifiant **id_instrument**.
(a) Sachant que l'identifiant du violon est le **23**, écrire une requête permettant d'obtenir le nom et le prénom des élèves jouant du violon.
(b) Écrire une requête permettant d'obtenir l'ensemble des noms et prénoms des élèves jouant du violon depuis 10 ans ou plus en utilisant la commande **JOIN**.

E5. Écrire une requête qui donne le nom et le prénom de(s) l'élève(s) de l'école qui y étudie(nt) depuis le plus longtemps.

F / Isolation acoustique

Bien sûr, on ne peut pas faire un concert n'importe où n'importe comment : il y a une réglementation sur les nuisances sonores et les pièces doivent être insonorisées. On s'intéresse ici à l'isolation acoustique d'une pièce où des musiciens font leurs répétitions.
On prendra $c = 3{,}4.10^2$ m.s^{-1} pour les applications numériques.

F1. On considère les deux instruments ci-dessous : une flûte piccolo, de longueur 33 cm et un trombone, dont le tube a une longueur totale de 2,7 m.

Figure 4 – Piccolo (en haut) et trombone (en bas)

F1a. Estimer la fréquence minimale pour chaque instrument en faisant une analogie avec la corde vibrante. Expliquer pourquoi c'est la fréquence minimale.

F1b. Les notes les plus jouées de chaque instrument s'étagent sur 2 octaves. Sachant qu'une octave correspond à un doublement de fréquence, déterminer la fréquence maximale de chaque instrument.

On travaillera désormais avec 125 Hz pour un instrument et 1000 Hz pour l'autre.

F2. Les musiciens répètent dans un garage dont toutes les parois sont en parpaing (blocs de béton), la porte du garage ayant été condamnée dès le début des répétitions. Les voisins s'étant plaints du bruit, une étude acoustique a été réalisée : l'intensité sonore chez les voisins atteint 55 dB pour le piccolo et 60 dB pour le trombone. Or, on peut considérer qu'un bruit est gênant quand il est situé au-dessus de la courbe isophonique la plus basse des deux dans la figure 1.

Est-il nécessaire d'effectuer des travaux d'isolation phonique quand c'est la flûte qui est jouée ? Quand c'est le trombone ? Justifier.

F3. Les propriétaires décident de faire des travaux. On leur propose 3 solutions :
- poser un enduit sur les murs en parpaing pour 30 € par m^2 ;
- poser un isolant intérieur : labelrock à 13 €/m^2 ou rockmur à 8 €/m^2 ;
- poser un enduit ET un isolant intérieur.

La figure 5 donne le coefficient d'absorption en dB de ces différents revêtements en fonction de la fréquence du son.

Quelle est la meilleure solution en termes de coût et d'efficacité si on ne joue que de la flûte dans le garage ? Que du trombone ? Les deux séparément ? Les deux en même temps ?

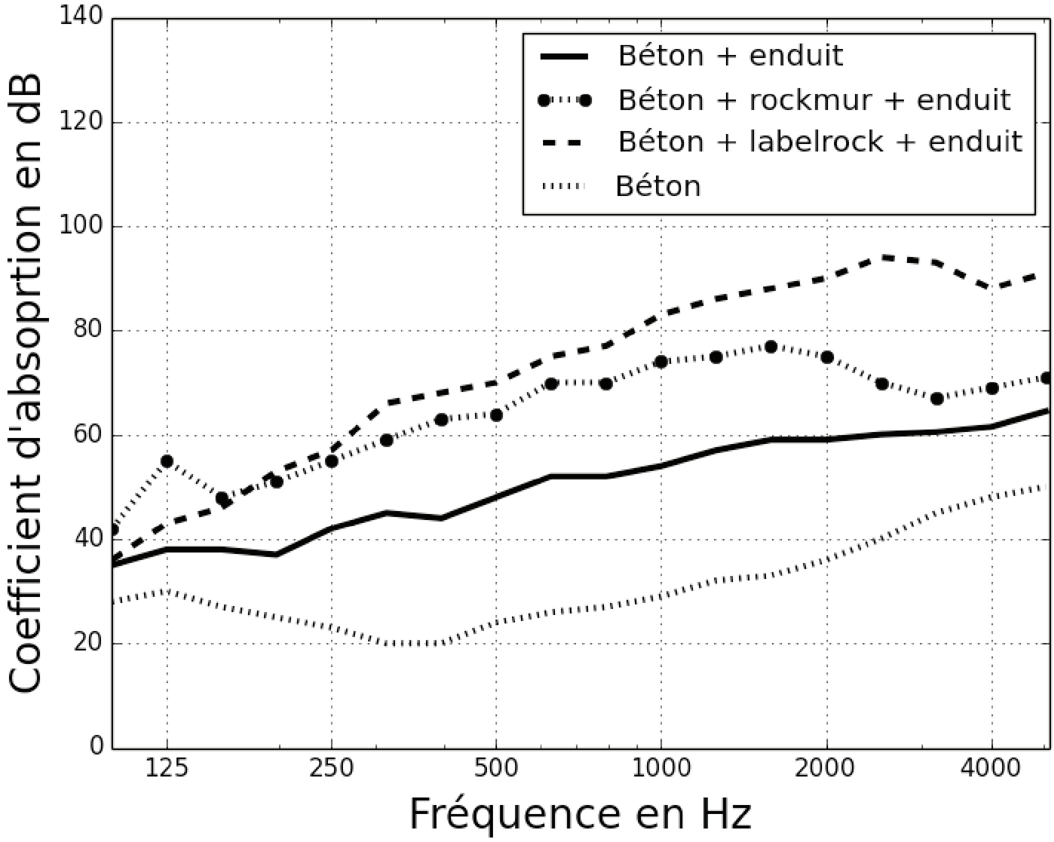

Figure 5 - Coefficient d'absorption en dB en fonction de la fréquence

DEUXIÈME PARTIE
Les ondes électromagnétiques dans les plasmas

Nous sommes loin du temps où le « cursus publicus », le service de poste de l'Empire Romain parcourait 250 km par jour, 24 heures sur 24, ce qui était déjà une prouesse technique. Depuis, Charles Wheatstone a effectué la première transmission télégraphique entre Londres et Birmingham en 1838, et en 1964, le premier satellite de télécommunications SYNCOM 3 est lancé par les Etats-Unis.

Ce satellite a permis de développer de façon significative les télécommunications longue-distance, transatlantiques notamment, puisqu'auparavant, il fallait se contenter de câbles transatlantiques (en 1956, le câble transatlantique TAT-1 peut transporter 35 communications téléphoniques), ou d'ondes radio hyperfréquence qui se réfléchissent sur l'ionosphère, tributaires de ce fait des orages magnétiques et des tempêtes solaires. En effet, il existe autour de la Terre une couche nommée ionosphère, constituée d'un plasma très peu dense.

Nous allons dans cette partie étudier la propagation des ondes dans un plasma : d'abord des ondes harmoniques, puis des ondes décrivant mieux la réalité.

G. Mise en équation pour des ondes harmoniques

On considère l'ionosphère comme un gaz ionisé contenant
- des électrons de masse m_e = 9,1.10^{-31} kg et de charge $-e$ = -1,6.10^{-19} C ;
- des ions de masse m_i et de charge $+e$.

Les densités volumiques de ces deux types de particules sont identiques et sont notées n.
Le plasma est suffisamment dilué pour qu'on puisse considérer que les électrons et ions n'interagissent pas entre eux.

On considèrera dans toute cette sous-partie des évolutions harmoniques à la pulsation ω.

G1. Dans cette question, on va déterminer les relations qui permettront d'adapter les équations de Maxwell au plasma.

G1a. Montrer que la charge volumique est nulle au sein du plasma.

G1b. Lors du passage d'une onde électromagnétique dans le plasma, à quelle condition peut-on négliger l'effet du champ magnétique $\vec{B}$ devant celui du champ électrique $\vec{E}$ pour le mouvement des charges ?
À quelle condition peut-on négliger le mouvement des ions devant le mouvement des électrons ?

G1c. Montrer qu'on peut négliger les effets de la pesanteur.

On supposera qu'on peut faire par la suite les trois approximations ci-dessus : négliger le champ magnétique, négliger le mouvement des ions et négliger la pesanteur.

G1d. On considère le champ électrique complexe noté $\underline{\vec{E}}(M,t) = \vec{E}_0\, exp[j(\omega t - \varphi_M)]$ au point M du plasma. On note $\underline{\vec{j}_e}$ le vecteur densité volumique de courant électrique complexe.

En étudiant le mouvement d'un électron, établir la relation $\underline{\vec{j}_e} = \underline{\gamma}\,\underline{\vec{E}}$.

Donner le nom et l'expression de $\underline{\gamma}$ en fonction notamment des paramètres du plasma.

G2. Écrire les équations de Maxwell adaptées au plasma.

G3. En déduire l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique complexe pour une onde harmonique et montrer que son expression générale dans le cas d'une onde quelconque s'écrit $\boxed{\Delta\underline{\vec{E}} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} + \omega_p^2\underline{\vec{E}}\right)}$

On rappelle la formule du double rotationnel : $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{E}\right) = \overrightarrow{grad}\left(div\vec{E}\right) - \Delta\vec{E}$.

Comment s'appelle ω_p ? Donner son expression en fonction notamment des caractéristiques du plasma.

On s'intéresse désormais à des ondes planes progressives (OPP) qui se propagent vers les x croissants dans un plasma semi-infini compris entre $x = 0$ et $x \to +\infty$.

H. Propagation d'une OPPH

On s'intéresse dans cette sous-partie à des ondes planes progressives harmoniques (OPPH) de champ électrique $\underline{\vec{E}}(M,t) = \underline{\vec{E}_0}\ exp[j(\omega t - kx)]$.

H1. Établir la relation de dispersion et en déduire l'existence de deux domaines de pulsations : le domaine de transparence et le domaine réactif. Identifier chacun des deux.

H2. Dans le domaine réactif, déterminer complètement l'expression du vecteur d'onde k et du champ électrique $\underline{\vec{E}}$ en notation complexe dans le plasma.
Que devient une OPPH dans le domaine réactif qui arrive sur le plasma ? Citez une application.

H3. Dans le domaine de transparence, déterminer l'expression de la vitesse de phase v_φ et de la vitesse de groupe v_g de l'onde de champ électrique, après avoir donné leur définition en fonction du vecteur d'onde k et de la pulsation ω. On les exprimera en fonction de ω et c notamment.
Que devient une OPPH dans le domaine de transparence qui arrive sur le plasma ? Citez une application.

H4. Tracer l'allure de v_φ et de v_g en fonction de la pulsation ω. Commenter. Que se passe-t-il à la limite en $\omega \to \infty$?

I. Propagation d'un paquet d'ondes émis par une antenne satellite

On travaille ici uniquement dans le domaine de transparence.

I1. Expliquer pourquoi une onde harmonique n'existe pas.
Justifier qu'on puisse considérer l'onde comme plane.

I2. On a représenté sur la figure 6. la représentation d'un paquet d'onde gaussien en fonction de x à l'instant t_0.

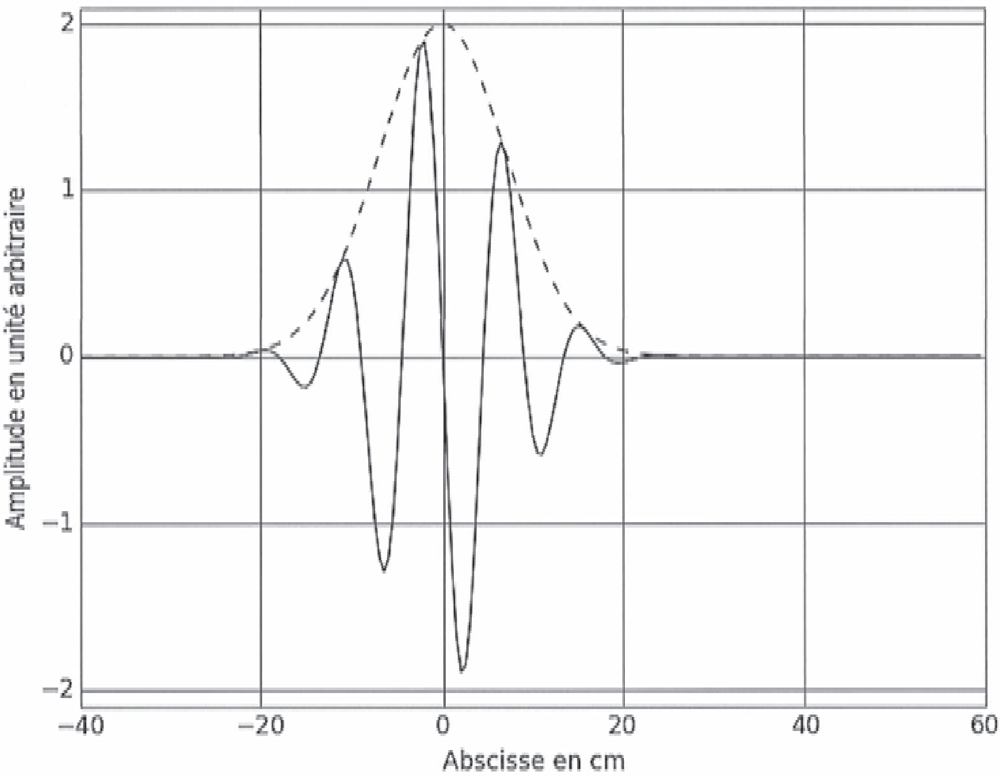

Figure 6. - Paquet d'onde

Tracer l'allure de son spectre.
Tracer sur le document réponse l'allure du paquet d'onde un court instant plus tard (le paquet d'onde doit être visible sur le graphe et on doit faire la différence avec le tracé à l'instant t_0) :

- sur la figure 7.a., si la vitesse de groupe est le double de la vitesse de phase ($v_g = 2\,v_\varphi$) ;
- sur la figure 7.b., si la vitesse de groupe est la moitié de la vitesse de phase ($v_\varphi = 2\,v_g$) .

On notera que ces choix de vitesses ne sont pas forcément compatibles avec la partie précédente.

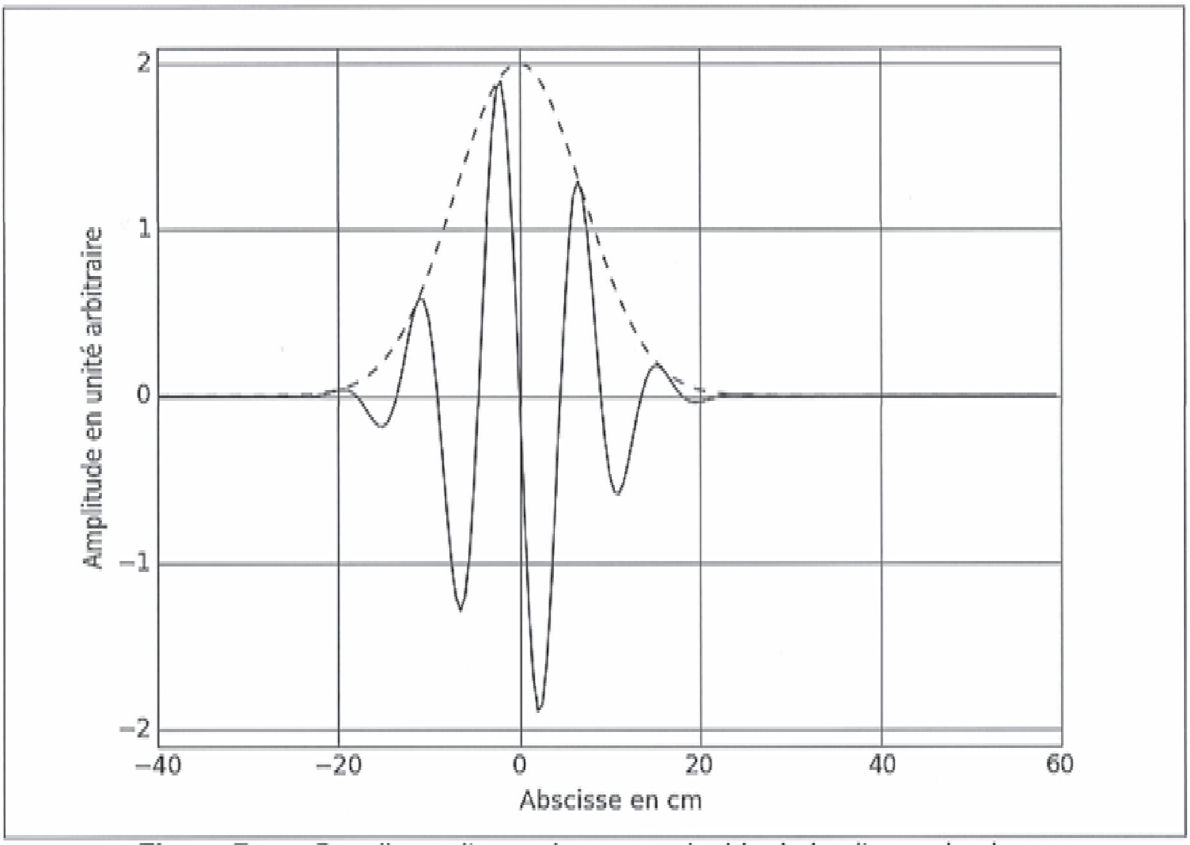

Figure 7.a. – Cas d'une vitesse de groupe double de la vitesse de phase

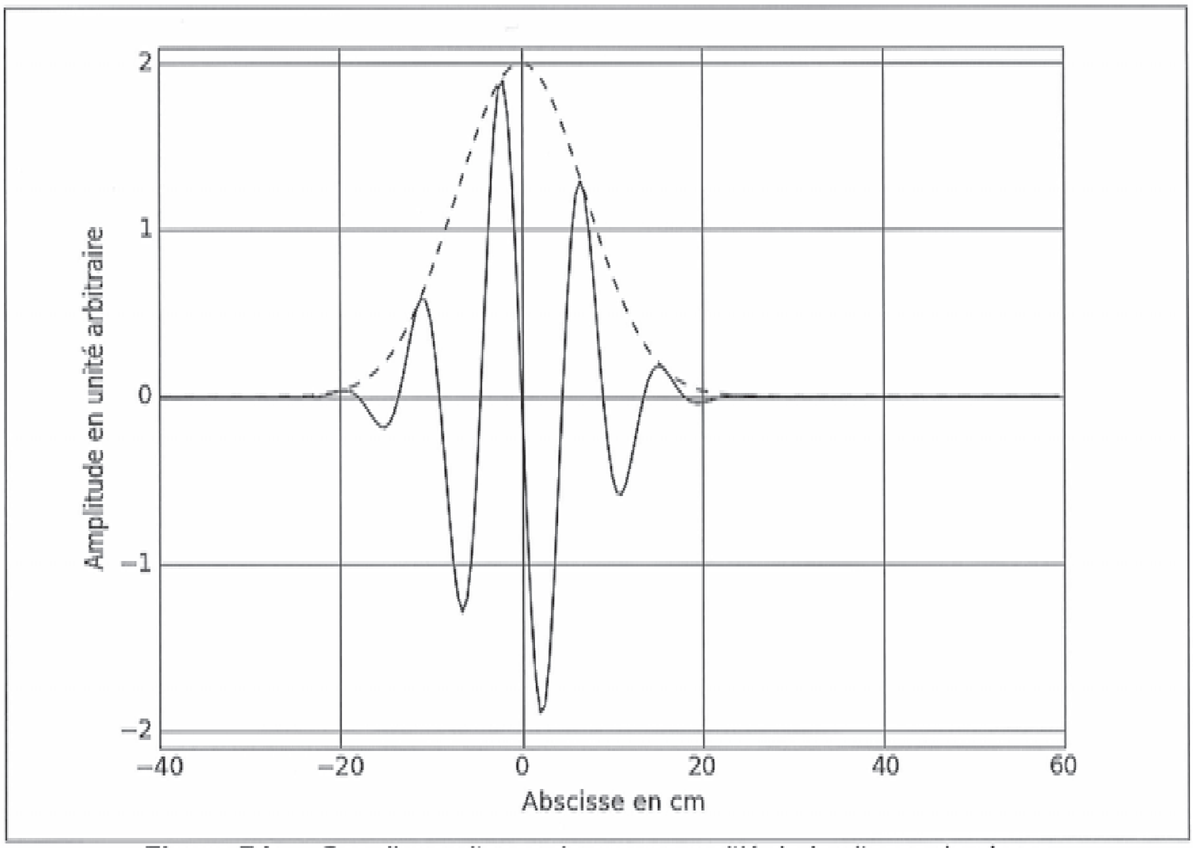

Figure 7.b. – Cas d'une vitesse de groupe moitié de la vitesse de phase

Synthèse

Synthétiser en quelques lignes les particularités des ondes non harmoniques. On s’appuiera sur les deux parties.

FIN DE L’ÉPREUVE

IMPRIMERIE NATIONALE – 18 1140 – D'après documents fournis

Académie : Session : Modèle EN.

Examen ou Concours : Série* :

Spécialité/option : Repère de l'épreuve :

Épreuve/sous-épreuve :

NOM :

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms :

N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

Né(e) le

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

140

L'usage de calculatrice est autorisé.

Cahier réponses

Épreuve de Physique-Modélisation

PC

Concours e3a – 2018

Toutes les réponses seront portées sur ce cahier de réponses à l'exclusion de toute autre copie

NE PAS DÉGRAFER

B

Tournez la page S.V.P.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Des ondes pas toujours harmoniques

PREMIERE PARTIE
Les ondes sonores

A / Mise en équation

A1. Écrire l'équation d'Euler dans l'air. La linéariser en expliquant convenablement les simplifications faites. L'équation linéarisée sera notée (E).

A2. Écrire l'équation de conservation de la masse (ou équation de continuité). La linéariser. L'équation linéarisée sera notée (M).

A3. Rappeler l'expression de χ_S en fonction de la pression P et du volume V d'une particule de fluide, puis en fonction de la pression P et de la masse volumique du fluide μ. Linéariser cette expression dans le cadre de l'approximation acoustique. L'équation linéarisée sera notée (T).

A4. En utilisant les équations (E), (M) et (T), retrouver l'équation de propagation de l'onde sonore à une dimension vérifiée par *p* $\boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}}$ Donner l'expression de *c*.

Expliquer comment on peut passer à l'équation d'onde sonore tridimensionnelle.

A5. Déterminer l'expression de *c* pour un gaz parfait et sa valeur numérique de *c* pour l'air à 20,0 °C.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

B / Etude d'une onde sonore harmonique

B1. On étudie une onde unidimensionnelle dont le champ de surpression complexe s'écrit $\underline{p}(x,t) = p_0 \, exp \, j(\omega t - kx)$.
Justifier clairement que cette onde est plane, progressive, harmonique, et préciser dans quel sens elle se propage. On donnera la définition de chaque terme et on précisera pour chacun pourquoi on peut l'attribuer à cette onde.

B2. Établir la relation de dispersion pour cette onde. Qu'en déduire ?

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

B3. On cherche le champ de vitesse complexe sous la forme $\underline{v}(x,t) = \underline{v}_0 \, exp \, j(\omega t - kx)$, avec $\vec{v} = \underline{v} \, \vec{u}_x$.
Montrer qu'on peut écrire $\underline{p}(x,t) = Z.\underline{v}(x,t)$. Préciser l'expression de Z et donner son nom.

B4. Déterminer l'expression de Z pour un gaz parfait.
En déduire sa valeur numérique pour l'air à T = 20,0 °C et P_0 = 1,00 bar.

B5. On définit l'intensité sonore par la valeur moyenne $I = \langle p \, v \rangle$.
Vérifier que I a bien la dimension d'une puissance surfacique.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

B6. Justifier la différence avec le gain en décibels en électricité, défini par $G_{dB} = 20 \log\left(\frac{u_s}{u_e}\right)$ où u_s et u_e sont respectivement les tensions de sortie et d'entrée du montage.

B7. Déterminer les expressions de p_0 et de v_0, amplitudes de la pression et de la vitesse, en fonction de I_M notamment.
Donner un ordre de grandeur de l'intensité en décibels d'un son très intense, en déduire l'intensité I_M correspondante puis p_0 et v_0 et conclure.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

C / Spectre d'un instrument de musique

C1. Quelle est la différence entre le spectre d'un son créé par un instrument de musique (une flûte par exemple) et le spectre d'un bruit ? On rappelle qu'un bruit est un signal où toutes les fréquences sont présentes.
Expliquer pourquoi on peut utiliser les résultats des ondes harmoniques (sous-partie B) pour l'étude des sons des instruments.

C2a. Mesurer la fréquence de la note et sa période en précisant comment il faut procéder, notamment en complétant les figures ci-dessous. Les résultats sont-ils compatibles entre les deux figures ?

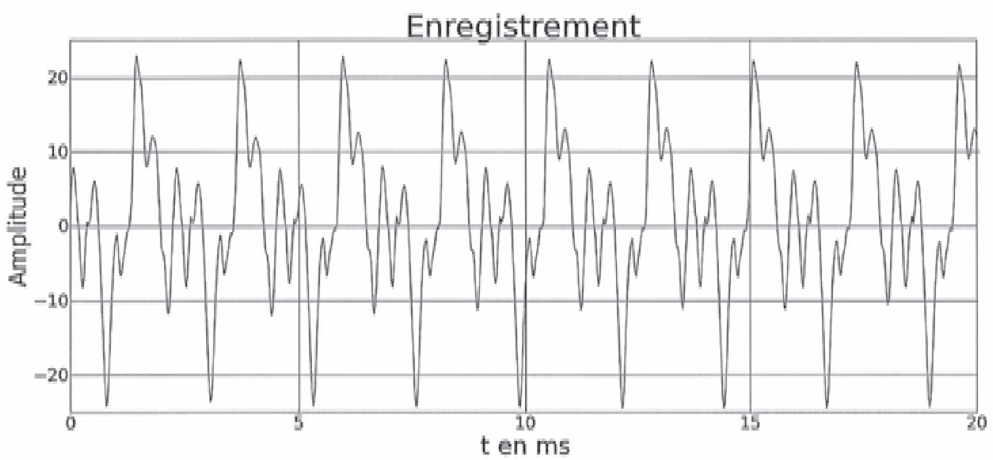

Figure 2.a - Enregistrement d'un son émis par un violon
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

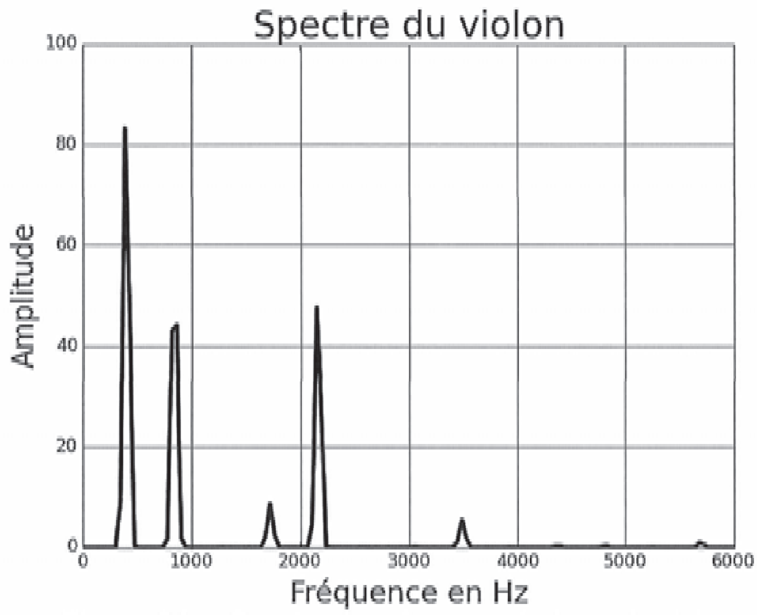

Figure 2.b – Spectre du même son émis par le violon
(l'amplitude est graduée en unité arbitraire)

C2b. Attribuer à chaque spectre (1 et 2) son instrument (flûte (a) ou harmonium (b)) en justifiant ce choix.

C3a. Quel critère doit respecter la fréquence d'échantillonnage f_e ?
Quel est le nom du phénomène qui apparaitrait dans le cas d'un mauvais choix de f_e.
Proposer une fréquence d'échantillonnage f_e sachant que les fréquences audibles vont de 20 Hz à 20 kHz. Justifier.

C3b. Citer une situation dans laquelle le critère de la question C3a n'est pas vérifié.
Comment procéder expérimentalement pour éviter le phénomène gênant décrit ci-dessus ?

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

C4a. Écrire une fonction `omega` prenant comme argument deux entiers `a` et `N` et renvoyant le nombre complexe $exp\left(-\frac{2ja\pi}{N}\right)$.

C4b. En déduire une fonction `TF` renvoyant la transformée de Fourier d'un tableau `T` donné en argument.

C4c. Déterminer la complexité de `TF` dont l'entrée est un tableau de *N* éléments. On donnera la réponse en $\Theta(f(N))$.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

C5. Transformée de Fourier rapide

C5a. Écrire une fonction `separe`, qui étant donné un tableau `T` donné en argument, renvoie un couple de tableaux `(P,I)` où `P` est constitué des éléments de `T` d'indice pair et `I` ceux d'indice impair.

C5b. Écrire une fonction **récursive** `TFR` renvoyant la transformée de Fourier d'un tableau `T` donné en argument en utilisant les transformées de Fourier $\widehat{P}$ et $\widehat{I}$ de `P` et `I` respectivement, ainsi que la fonction `omega` définie précédemment.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

C5c. **(a)** Déterminer une relation de récurrence vérifiée par $C(q)$.
(b) En déduire $C(q)$ en fonction de q, puis en fonction de N.

Laquelle des deux fonctions `TF` ou `TFR` vous semble la plus efficace ? Justifier.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

D / Problèmes à résoudre lors de concerts

D1. Expliquer l’apparition de ce sifflement.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

D2. À quelle distance des haut-parleurs doit-on placer le premier rang ?

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

D3. Le chef de chœur vous demande alors combien il faudrait de chanteurs pour qu'on entende le chant.
Répondre à sa question.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

E / Base de données d'une école de musique

E1. Que sont **id**, **nom**, **prenom** et **date_naissance** pour la table **eleves** ?
Donner un choix de clé primaire pour la table **eleves**.

Comment s'appelle l'opération qui ne renvoie que **id** et **nom** ?
Écrire cette opération dans le langage de l'algèbre relationnelle, puis la requête correspondante.

E2. Quel est le format le plus adapté pour classer les élèves du plus vieux au plus jeune : **jjmmaaaa**, **jjaaaamm**, **mmjjaaaa**, **mmaaaajj**, **aaaajjmm** ou **aaaammjj** ? Justifier brièvement.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

En supposant que ce format a été choisi, écrire la requête qui renvoie les noms et prénoms des élèves classés par date de naissance.

E3. Écrire la requête permettant d'obtenir les **id**, **nom**, **prenom** et **date_naissance** des élèves nés après 2000 (exclu).
Comment s'appelle l'opération correspondante ?
Écrire cette opération dans le langage de l'algèbre relationnelle.

E4. **(a)** Sachant que l'identifiant du violon est le **23**, écrire une requête permettant d'obtenir le nom et le prénom des élèves jouant du violon.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

E4. **(b)** Écrire une requête permettant d'obtenir l'ensemble des noms et prénoms des élèves jouant du violon depuis 10 ans ou plus en utilisant la commande **JOIN**.

E5. Écrire une requête qui donne le nom et le prénom de(des) l'élève(s) de l'école qui y étudie depuis le plus longtemps.

F / Isolation acoustique

F1. Estimer la fréquence minimale pour chaque instrument en faisant une analogie avec la corde vibrante. Expliquer pourquoi c'est la fréquence minimale.

F1.

Sachant qu'une octave correspond à un doublement de fréquence, déterminer la fréquence maximale de chaque instrument.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

F2. Est-il nécessaire d'effectuer des travaux d'isolation phonique quand c'est la flûte qui est jouée ? quand c'est le trombone ? Justifier.

F3. Quelle est la meilleure solution en termes de coût et d'efficacité si on ne joue que de la flûte dans le garage ? que du trombone ? les deux séparément ? les deux en même temps ?

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

DEUXIEME PARTIE
Les ondes électromagnétiques dans les plasmas

G. Mise en équation pour des OPPH

G1a. Montrer que la charge volumique est nulle au sein du plasma.

G1b. Lors du passage d'une onde électromagnétique dans le plasma, à quelle condition peut-on négliger l'effet du champ magnétique $\vec{B}$ devant celui du champ électrique $\vec{E}$ pour le mouvement des charges ?
À quelle condition peut-on négliger le mouvement des ions devant le mouvement des électrons ?

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

G1c. Montrer qu'on peut négliger les effets de la pesanteur.

G1d. En étudiant le mouvement d'un électron, établir la relation $\vec{\underline{j}}_e = \underline{\gamma}\,\vec{\underline{E}}$.

Donner le nom et l'expression de $\underline{\gamma}$ en fonction notamment des paramètres du plasma.

G2. Écrire les équations de Maxwell adaptées au plasma.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

G3. En déduire l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique complexe pour une onde harmonique, et montrer que son expression générale dans le cas d'une onde quelconque s'écrit $\boxed{\Delta\underline{\vec{E}} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} + \omega_p^2\underline{\vec{E}}\right)}$.

Comment s'appelle ω_p ? Donner son expression en fonction notamment des caractéristiques du plasma.

H. Propagation d'une OPPH

H1. Établir la relation de dispersion et en déduire l'existence de deux domaines de pulsations : le domaine de transparence et le domaine réactif. Identifier chaque domaine.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

H2. Dans le domaine réactif, déterminer complètement l'expression du vecteur d'onde k et du champ électrique $\underline{\vec{E}}$ en notation complexe dans le plasma.
Que devient une OPPH dans le domaine réactif qui arrive sur le plasma ? Citez une application.

H3. Dans le domaine de transparence, déterminer l'expression de la vitesse de phase v_φ et de la vitesse de groupe v_g de l'onde de champ électrique, après avoir donné leur définition en fonction du vecteur d'onde k et de la pulsation ω. On les exprimera en fonction de ω et c notamment.
Que devient une OPPH dans le domaine de transparence qui arrive sur le plasma ? Citez une application.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

H4. Tracer l'allure de v_φ et de v_g en fonction de la pulsation ω. Commenter. Que se passe-t-il à la limite en $\omega \to \infty$?

I. Propagation d'un paquet d'ondes émis par une antenne satellite

I1. Expliquer pourquoi une onde harmonique n'existe pas.
Justifier qu'on puisse considérer l'onde comme plane.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

I2. Tracer l'allure de son spectre.

Tracer sur le document réponse l'allure du paquet d'onde un court instant plus tard (le paquet d'onde doit être visible sur le graphe et on doit faire la différence avec le tracé à l'instant t_0, qui est reproduit en gris clair pour plus de visibilité) :

- sur la figure 7.a., si la vitesse de groupe est le double de la vitesse de phase ;
- sur la figure 7.b., si la vitesse de groupe est la moitié de la vitesse de phase.

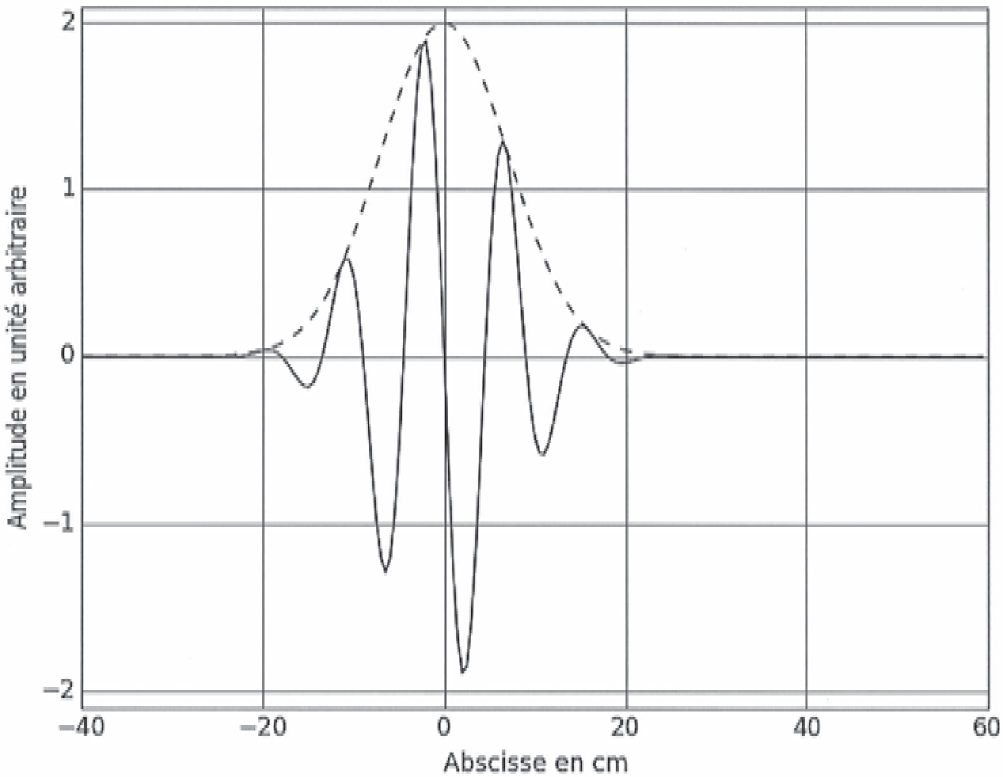

Figure 7.a. – Cas d'une vitesse de groupe double de la vitesse de phase

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

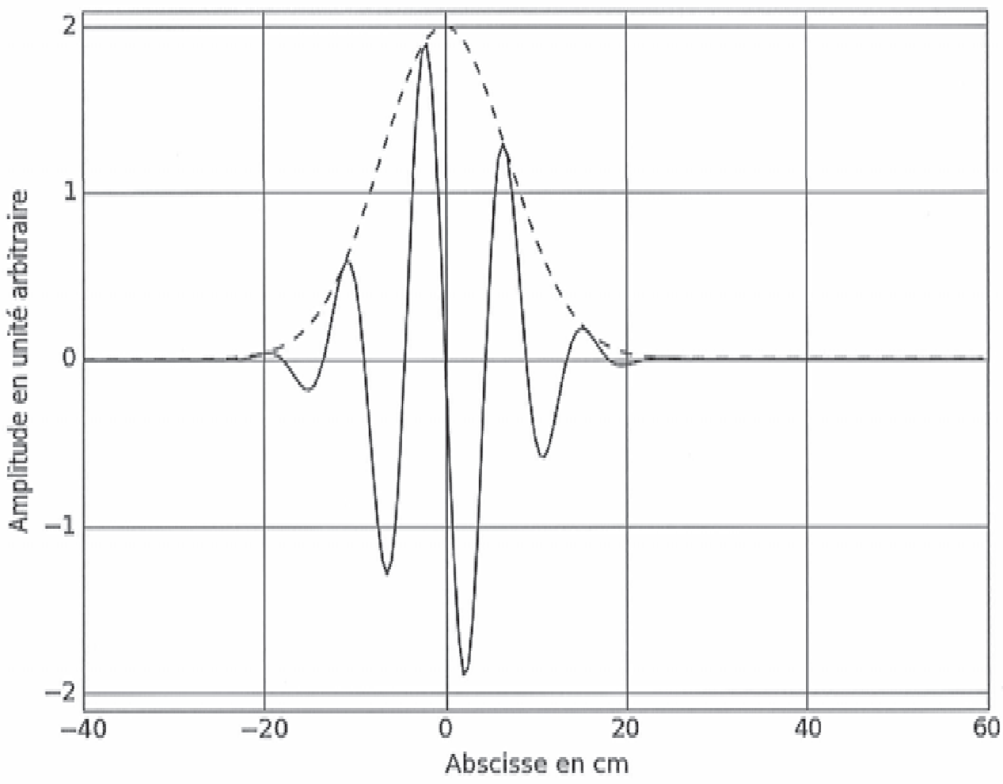

Figure 7.b. – Cas d'une vitesse de groupe moitié de la vitesse de phase

Synthèse

Synthétiser en quelques lignes les problèmes qui peuvent survenir quand on travaille avec des ondes non harmoniques. On s'appuiera sur les deux parties.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE