



CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - ARCHIMÈDE

Épreuve de Sciences Industrielles PSI

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

023

L'usage de calculatrices est autorisé.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Tournez la page S.V.P.

Ponceuse large bande

QUESTIONNAIRE



Le sujet remis aux candidats comprend :

- un questionnaire
- un dossier technique regroupant les annexes
- un cahier de réponses

Le questionnaire est composé de 3 parties indépendantes :

- Etude de la fonction FS1 « permettre le ponçage à une épaisseur donnée » pp. 5 à 6
- Etude de la fonction FT2332 « empêcher le glissement de la bande abrasive sur le rouleau moteur » pp. 7 à 16
- Etude de la fonction FT2333 « éviter une sortie latérale de la bande abrasive » pp. 17 à 23

Chaque partie est décomposée en sous-parties indépendantes les unes des autres pour la plupart des questions.

Il est précisé que le candidat devra porter l'ensemble de ses réponses sur le cahier prévu à cet effet, à l'exclusion de toute autre copie.

Présentation générale du système

Les ponceuses large bande permettent de réaliser des travaux de ponçage sur des pièces en matériaux divers (bois, matières plastiques, cuirs, tôles métalliques ...).

Sur une telle ponceuse, on peut distinguer 4 parties utiles à l'opérateur (voir annexe A) :

- une zone d'alimentation en pièces à l'avant de la machine,
- une zone d'évacuation des pièces à l'arrière,
- un dispositif de réglage d'épaisseur à poncer, et
- un pupitre de commande.

Les largeurs de ponçage proposées par la gamme de machines du constructeur Chambon sont comprises entre 650 mm et 1300 mm. Nous étudierons dans ce sujet le modèle pouvant poncer un panneau en bois d'une largeur de 1300 mm.

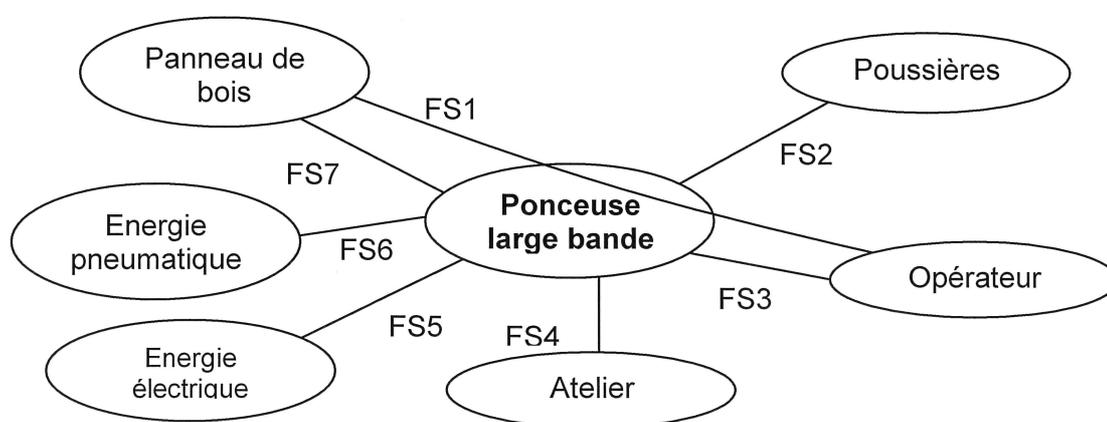


Figure 1 : Diagramme des interacteurs en phase d'utilisation normale

Fonctions	Enoncés	Critères	Niveaux
FS1	Permettre le ponçage à une épaisseur donnée	Dimensions de panneaux de bois Epaisseur finale Précision ponçage	1300 mm (maxi) x 150 mm (mini) De 3 à 160 mm 0,1 mm
FS2	Evacuer les poussières	<i>Non défini</i>	<i>Non défini</i>
FS3	Faciliter l'interaction avec l'utilisateur	Accessibilité	Espaces libres en entrée et en sortie
FS4	S'intégrer à l'atelier	Bruit Encombrement Poids	80 dB +/- 3 dB 1500 mm x 2300 mm x 1000 mm 1350 kg
FS5	Utiliser l'énergie électrique	Tension	380 V triphasé
FS6	Utiliser l'énergie pneumatique	Pression du réseau	7 bars +/- 1 bar
FS7	Permettre le déplacement des pièces	Vitesse de déplacement Glissement	5 à 10 m/min Aucun

Un automate gère le fonctionnement des différents sous systèmes de la ponceuse.

L'opérateur indique l'épaisseur de ponçage à réaliser à l'aide du dispositif de réglage d'épaisseur. La table de la ponceuse se positionne alors à la bonne hauteur. Le panneau peut alors être posé sur le tapis d'entraînement pour être poncé.

Le tapis d'entraînement fait d'abord passer le panneau sous le rouleau de calibrage (voir annexe B). Ensuite un second dispositif (agrégat de ponçage) finit le ponçage du panneau afin d'avoir un meilleur état de surface final.

On décrit partiellement le fonctionnement de l'agrégat de ponçage à l'aide du diagramme FAST ci-dessous (figure 2). Les autres fonctions techniques sont décrites en partie dans le document réponses (question I.1).

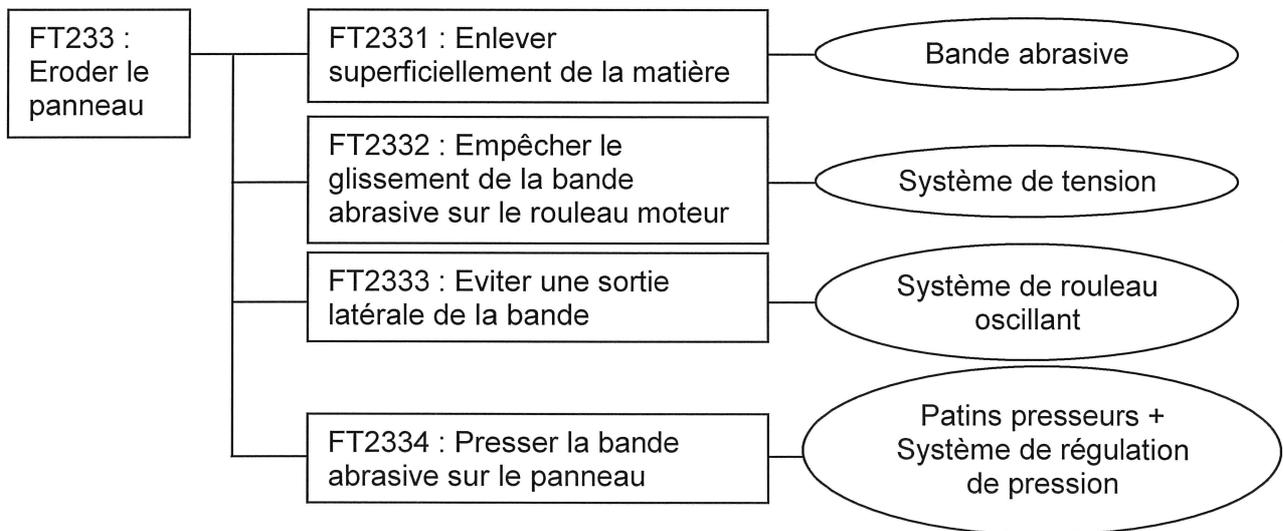
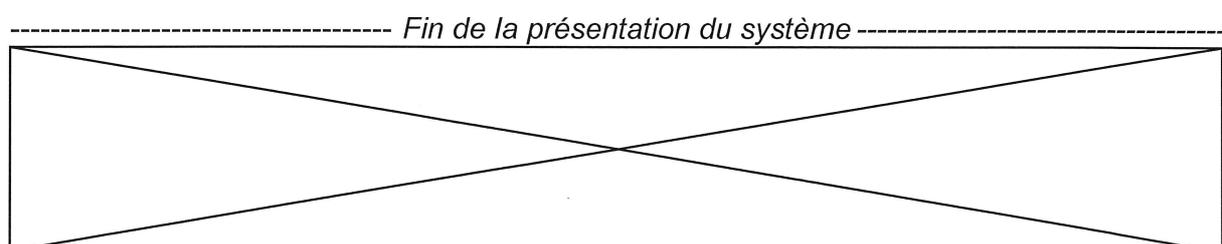


Figure 2 : FAST partiel de la fonction « éroder le panneau »

Le système de rouleau oscillant est nécessaire ici car les rouleaux entraînant la bande ne sont pas rigoureusement parallèles entre eux. En outre, les bandes abrasives ne sont pas parfaites et peuvent être plus longues d'un côté que de l'autre. Elles vont donc se déplacer latéralement en fonctionnement. Le système de rouleau oscillant limite ce mouvement latéral en forçant la bande à osciller entre deux positions extrêmes.

Les fonctions techniques FT2332 et FT2333 seront étudiées respectivement dans les parties II et III de ce sujet.

Les parties I, II et III sont indépendantes. De même, les sous parties repérées par le symbole ♦ sont également indépendantes.



PARTIE I

Etude de la fonction de service FS1 « Permettre le ponçage à une épaisseur donnée »

Cette partie est consacrée à l'étude de la fonction de service « Permettre le ponçage à une épaisseur donnée ». Nous cherchons ici à identifier les fonctions techniques à réaliser, et à les coordonner entre elles pour réaliser la fonction technique FT21 « Ajuster l'épaisseur d'usinage » (voir document réponse pages 2 et 3).

◆ IDENTIFICATION DES FONCTIONS TECHNIQUES

Question I.1 (voir annexe B)

- Compléter les diagrammes SADT niveau A0 et niveau A2 de la ponceuse large bande.
- Les données de contrôle « consigne tension de bande » arrivant sur les fonctions techniques FT23 et FT24 sont-elles les mêmes ? Justifier rapidement.

◆ COORDINATION DES TÂCHES POUR LA FONCTION TECHNIQUE « Ajuster l'épaisseur d'usinage »

La ponceuse possède deux modes de fonctionnement : manuel et automatique. Le mode manuel permet un ponçage unitaire de pièces d'épaisseurs différentes, alors que le mode automatique est utilisé pour le ponçage en série de panneaux de même épaisseur finale.

Le fonctionnement séquentiel de la machine est décrit partiellement en annexes D et E à l'aide d'un schéma et de grafjets. Dans le tableau des variables de l'annexe E, les variables grisées ne sont pas utiles pour la compréhension de cette partie.

L'opérateur commande la machine par l'intermédiaire du pupitre schématisé sur la figure 3.

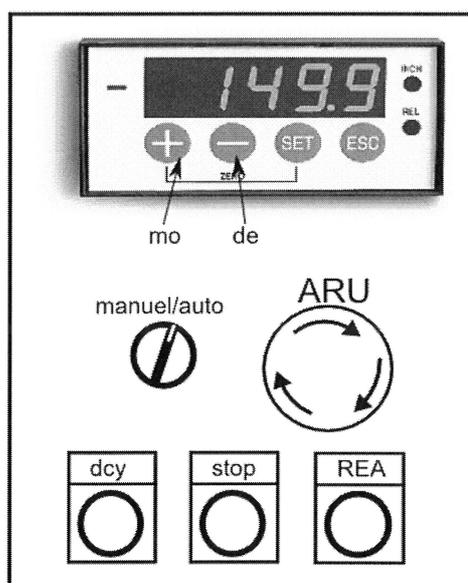


Figure 3 : Schéma du pupitre de commande

Sur le schéma du pupitre de commande (figure 3 ci-contre), on trouve les boutons permettant de commander le fonctionnement de la machine :

- **manuel/auto** est un sélecteur 2 positions
- **ARU** est un bouton coup de poing d'arrêt d'urgence
- 3 boutons poussoir **dcy**, **stop** et **REA** (réarmement de la machine après un arrêt pour sécurité)
- 2 boutons poussoir **mo** et **de** permettant de commander la montée ou la descente manuelle de la table

Un afficheur numérique complète l'ensemble et permet de visualiser la position de la table avec une précision d' $1/10^{\text{ème}}$ de millimètre.

Sur les grafquets, on considère être dans la situation suivante :

- l'étape 0 est active,
- le sélecteur est dans la position « auto »,
- on fait l'hypothèse que la table n'arrive pas en position extrême haute ou basse.

L'étape encapsulante 1 sera détaillée dans la question I.4.

Question I.2

- **L'opérateur appuie sur le bouton « dcy ». Compléter le tableau des situations.**

Question I.3

- **Quelle est l'utilité de la temporisation t_a s/X3 ?**
- **Pourquoi a-t-on une étape 12 sans action associée ?**

On envisage un fonctionnement en mode manuel à l'aide du sélecteur « manuel ». Dans ce mode l'opérateur règle lui-même la hauteur de pièce désirée par appui sur les boutons poussoir **mo** et **de** visibles sur la figure 3.

Un appui impulsionnel sur l'un de ces boutons provoque un mouvement discret de la table (**mo** : montée ; **de** : descente) à vitesse lente V1. Un appui maintenu sur l'un de ces boutons provoque un mouvement continu de la table à vitesse rapide V2. La temporisation pour passer en vitesse rapide sera notée t_d secondes.

Question I.4

- **Compléter le grafquet encapsulé dans l'étape 1 assurant la commande du mouvement de descente attendu de la table.**

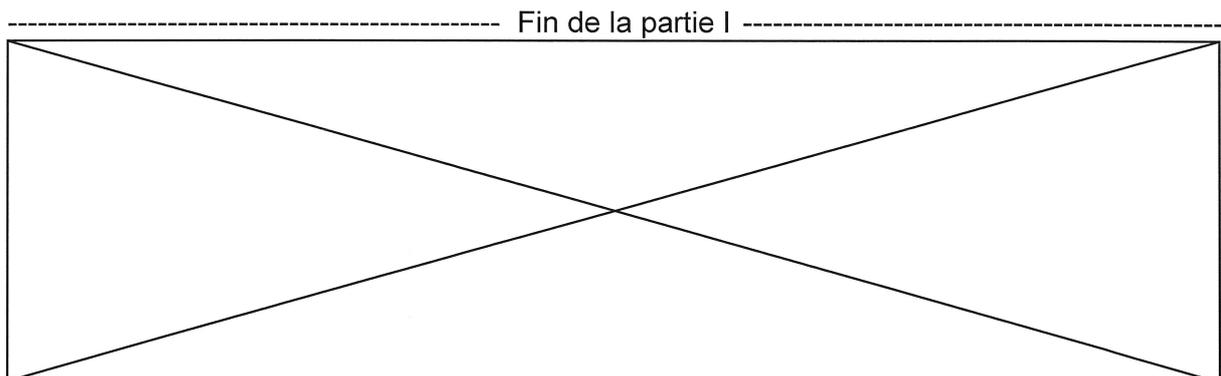
La montée fonctionne sur un principe similaire à la descente. Cependant, en cas d'appui simultané sur les deux boutons **mo** et **de**, le mouvement de descente sera privilégié. Pour cela, on ajoute un grafquet similaire à celui établi à la question I.4 encapsulé dans l'étape 50.

Question I.5

- **Montrer que l'encapsulation du grafquet de montée dans celui de descente permet de garantir le fonctionnement attendu dans le cahier des charges.**

Question I.6

- **Que se passe-t-il si une pièce trop haute ($ph=1$) se présente à l'entrée de la machine ?**



PARTIE II

Etude de la fonction FT 2332 « empêcher le glissement de la bande abrasive sur le rouleau moteur »

Cette partie est consacrée à l'étude de la fonction « éroder le panneau ». Nous nous intéresserons plus particulièrement à la régulation de pression dans le vérin de tension empêchant le glissement de la bande abrasive sur le rouleau moteur (FT2332).

Elle sera réalisée en deux phases distinctes indépendantes :

- ✓ Détermination de la pression nécessaire dans le vérin de tension,
- ✓ Régulation de la pression dans le vérin de tension.

◆ Détermination de la tension de la bande évitant le glissement avec le rouleau moteur

La chaîne d'énergie du système de ponçage est représentée sur la figure 4.

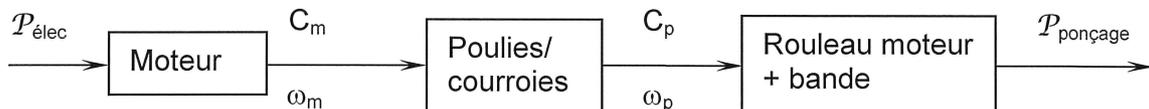


Figure 4 : Schéma structurel de la chaîne d'énergie

Le modèle simplifié retenu pour l'agrégat de ponçage (annexes B et C pages 4 et 5) est représenté sur la figure 5 ci-dessous.

Paramétrage :

$$R_H = 90\text{mm}$$

$$R_I = R_G = 45\text{mm}$$

$$\alpha_H = 90^\circ$$

$$\beta = 26^\circ$$

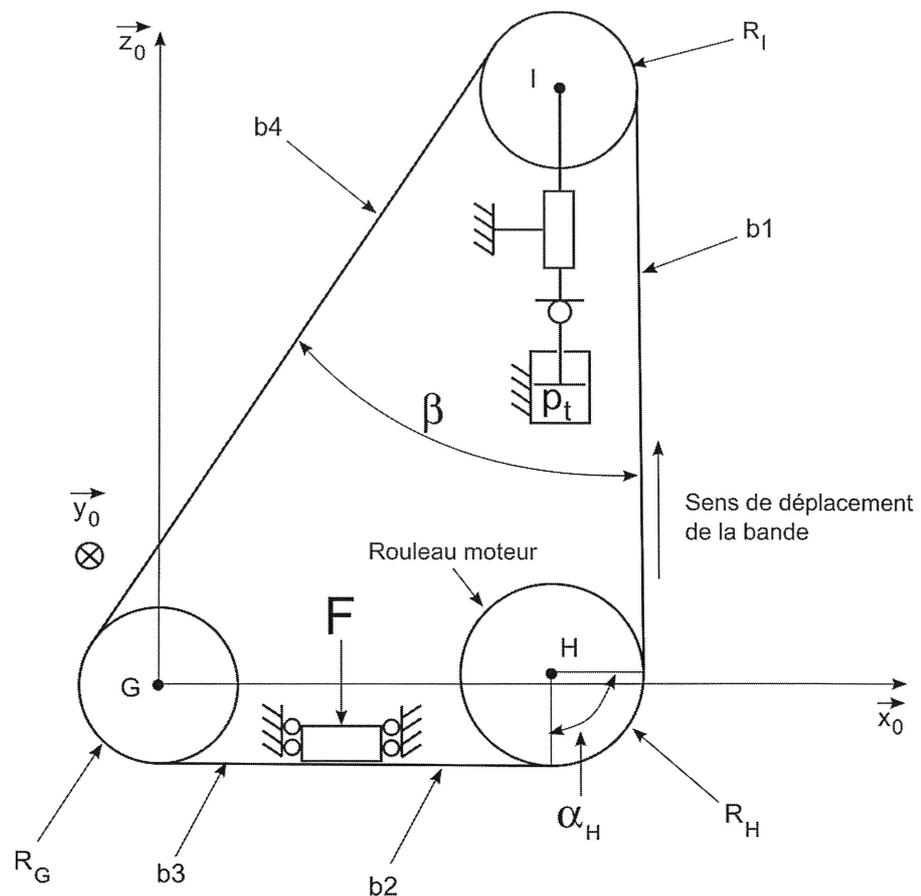


Figure 5 : Schéma de l'agrégat de ponçage

Afin de maîtriser la tension dans la bande abrasive, un vérin simple effet alimenté par une pression régulée p_t pousse le rouleau supérieur.

Les coefficients de frottement bande abrasive/rouleaux sont respectivement égaux à $f_1 = 0,5$ avec le rouleau moteur, et $f_2 = 0,1$ avec les deux rouleaux libres de centres I et G.

Les courroies appliquent un couple $-C_p \vec{y}_0$ sur l'axe du rouleau moteur.

Le système poulies/courroies a un rapport de réduction de $\frac{\omega_p}{\omega_m} = 0,9$ et un rendement de 1.

En étudiant le contact bande abrasive/rouleau moteur, on veut connaître les valeurs des tensions dans les brins tendu et mou garantissant le non glissement.

L'annexe F montre le paramétrage choisi pour un enroulement de la bande sur un rouleau.

Le système est supposé plan. On néglige le poids ainsi que les effets dynamiques sur la bande devant les actions de contact.

La bande est supposée inextensible et s'enroule sans effort sur les rouleaux (la bande n'a aucune raideur en flexion). L'épaisseur « e » est supposée négligeable devant les rayons des rouleaux.

On isole un petit arc de bande d'angle au centre $d\theta$, et on suppose être à la limite du glissement, entre la bande et le rouleau, avec un coefficient de frottement noté f .

Question II.1

- **Représenter sur le document réponse les actions mécaniques s'exerçant sur le petit élément de bande $d\theta$. On notera $\vec{dF} = dF_n \vec{n} + dF_t \vec{t}$ l'effort élémentaire du rouleau moteur sur la bande et $T(\theta)$ la tension de la bande dans une section repérée par l'angle θ .**

Question II.2

- **Ecrire les deux équations scalaires issues de l'isolement précédent.**
- **En déduire l'équation différentielle vérifiée par la tension de la bande $T(\theta)$ en linéarisant les équations précédentes à l'ordre 1.**
- **Exprimer la tension $T(\theta)$ en fonction de t la tension dans le brin mou, et du coefficient de frottement f .**
- **En déduire la valeur du rapport $\frac{T}{t}$ à la limite du glissement (avec T la tension dans le brin tendu) en fonction de f et α .**
- **Ecrire l'inégalité vérifiée par T garantissant le non glissement pour une tension t donnée.**

Nous cherchons maintenant à déterminer la pression p_t dans le vérin de tension.

On suppose être en régime établi (vitesse de rotation du rouleau moteur constante).
Les guidages en rotation de chaque rouleau sont supposés sans frottements.

Question II.3

- En isolant le rouleau moteur (de rayon R_H) et l'arc de bande enroulé, établir la relation entre le couple C_p , exercé par les courroies sur le rouleau moteur, et les tensions T et t . Vous explicitez le théorème ou principe utilisé.
- En déduire la tension t minimale à appliquer sur le brin mou pour garantir le non glissement, en fonction de C_p , R_H , f_1 et α_H .

Question II.4

- Montrer que les tensions dans les brins b1, b3 et b4 sont égales.

On envisage une opération de ponçage. Le patin presseur est poussé vers le bas avec une force d'intensité F . Le coefficient de frottement bande/patin presseur (revêtu d'une toile graphitée), est de $f_3 = 0,05$. Au niveau du contact bande abrasive/panneau il est égal à $f_4 = 0,8$.

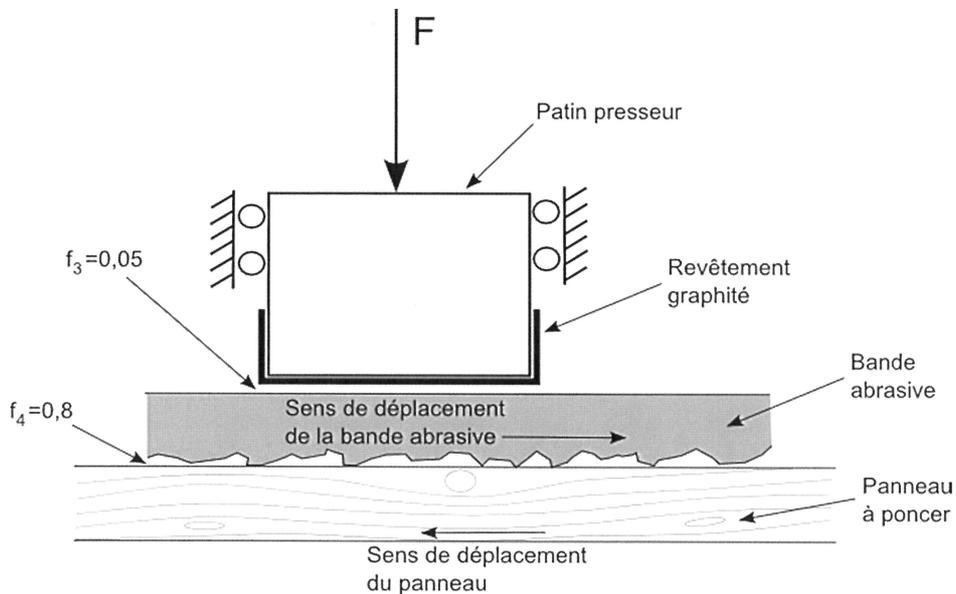


Figure 6 : Coefficients de frottement au niveau du patin presseur.

Question II.5

- Isoler la portion de bande en regard du patin presseur, et déterminer la relation entre les tensions T , t , l'effort presseur F et les coefficients de frottement f_3 et f_4 . Vous explicitez le théorème ou principe utilisé.
- Donner la relation liant le couple C_p et l'effort F .
- En déduire la valeur minimale de la tension t en fonction de F , α_H , f_1 , f_3 et f_4 .
- On donne la valeur de l'effort F : $F = 220N$. L'angle α_H vaut $\alpha_H = \frac{\pi}{2}$. Calculer numériquement la valeur minimale de t (notée t_{mini}).

On cherche maintenant à connaître la pression p_t d'alimentation du vérin de tension pour éviter le glissement de la bande. On néglige les frottements dans la liaison glissière avec le bâti et dans le vérin. L'angle β vaut : $\beta = 26^\circ$.

Le diamètre D_v du vérin est de 80 mm.

La masse des pièces supportées par le vérin de tension est égale à $m = 50\text{kg}$.

Question II.6

- Donner l'expression de la pression p_t en fonction de m , t , D_v , et β . Vous explicitez le ou les solides isolés, ainsi que le théorème ou principe utilisé.
- Calculer la valeur numérique de p_t . En pratique, pour s'assurer du non glissement, on prend un coefficient de sécurité de 2 sur la valeur de p_t . Est-ce compatible avec la pression disponible au réseau ?

◆ Régulation de la pression dans le vérin de tension.

La tension de la bande abrasive est régulée afin de garantir un ponçage optimal. Ceci est réalisé indirectement par contrôle de la pression d'alimentation p_t du vérin de tension. On utilise pour cela un modulateur électropneumatique présenté sur la figure 7.

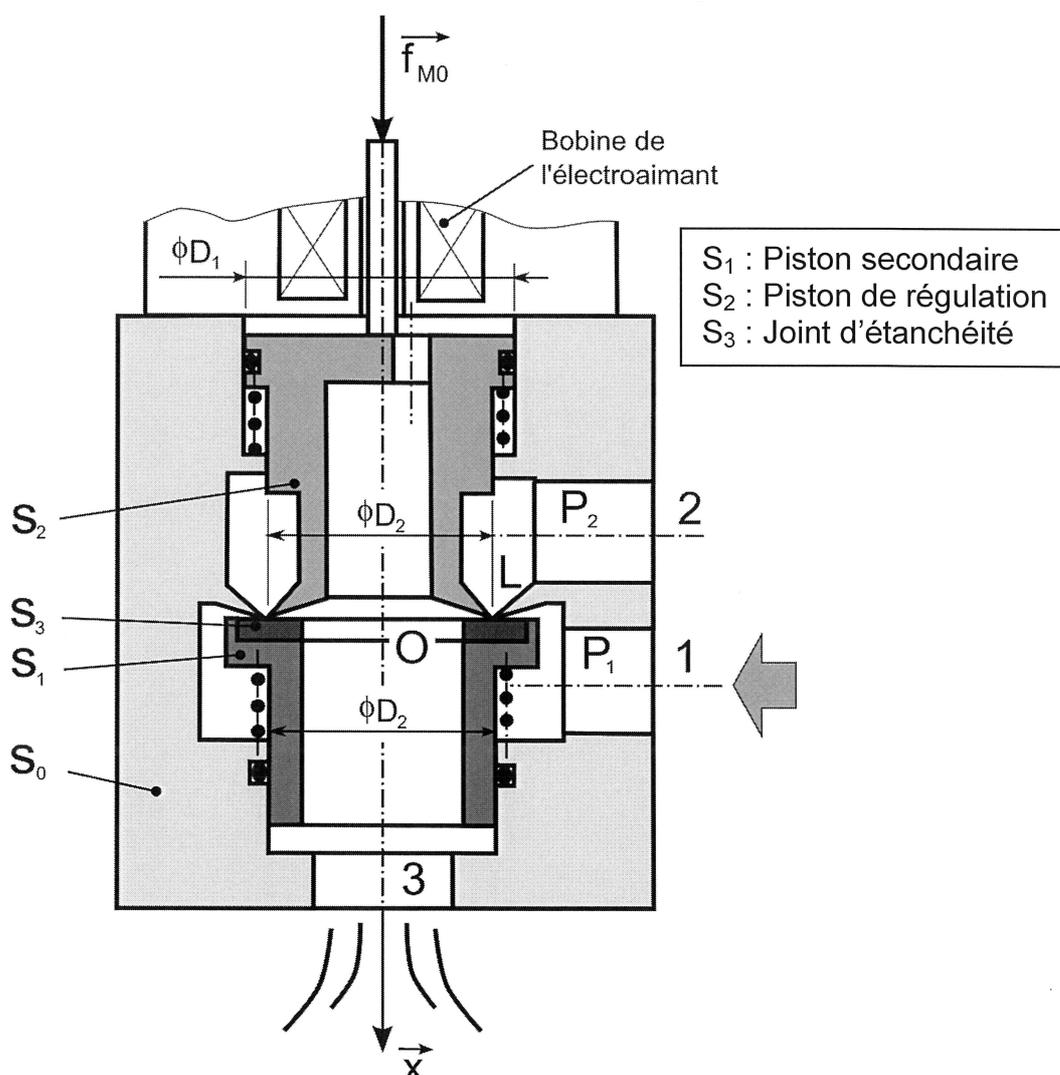
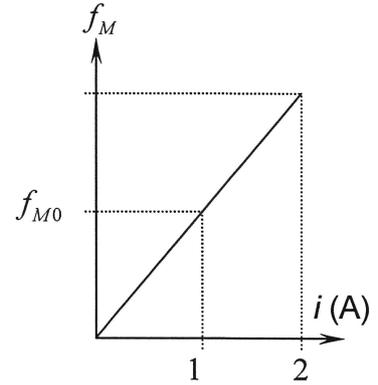


Figure 7 : Vue en coupe du modulateur de pression en situation médiane.

Le modulateur comporte trois orifices 1, 2 et 3 reliés respectivement au réseau d'alimentation en air comprimé ($p_1 = 7$ bars effectifs), au vérin simple effet de tension (p_2), et à l'échappement ($p_3 = 0$ bar). Un électroaimant exerce sur la tige du piston S_2 un effort f_M proportionnel au courant d'alimentation ($f_M = K_E \cdot i$). La commutation entre les orifices est assurée par un joint d'étanchéité S_3 et les formes des pièces S_0 , S_1 et S_2 . En situation médiane (figure 7), on notera f_{M0} l'intensité de l'effort f_M lorsque l'action du bâti S_0 sur le joint d'étanchéité S_3 est nulle.



Question II.7

- Sur le document réponses, déterminer dans quelle(s) situation(s) on a : l'effort $f_M > f_{M0}$, puis l'effort $f_M < f_{M0}$. Compléter les schémas choisis en indiquant les sens de circulation du fluide et le sens de variation de la pression p_2 par rapport à la situation médiane. Vous barrerez les deux situations impossibles.

Pour déterminer le comportement dynamique de ce modulateur, on se place dans le cas où $f_M > f_{M0}$. Le déplacement des pistons par rapport à la situation médiane sera noté x . La perte de charge $p_1 - p_2$ sera localisée au niveau de l'orifice turbulent (cercle de rayon $OL = \frac{D_2}{2}$).

Les pistons S_1 et S_2 ont chacun pour masse m_p . L'action de pesanteur est négligée devant les efforts de pression. Les deux ressorts ont chacun une raideur k_p . On modélise le frottement dans le guidage de chaque piston par du frottement visqueux ($\vec{F}_f = -\lambda_p \dot{x}$).

En situation médiane d'équilibre ($x=0$) :

- chaque ressort exerce un effort d'intensité F_{R0} ,
- l'électroaimant applique un effort $f_{M0} = K_E \cdot i_0$ sur le piston S_1 ,
- la pression p_2 sera notée p_{20} .

Question II.8

- Dans la position de la figure 7, la pression p_2 s'applique sur les surfaces repérées en pointillées du piston S_2 dans le document réponses. De même, la pression p_1 s'applique sur le piston S_1 sur les surfaces repérées en pointillées. Représenter les répartitions de pression p_1 et p_2 sur chacun des pistons S_1 et S_2 .
- En déduire les expressions des efforts de pression répartie (F_{P1} et F_{P2}) dus aux pressions p_1 et p_2 sur les pistons S_1 et S_2 .
- Ecrire l'équation différentielle caractérisant le déplacement x des pistons en fonction de m_p , F_{R0} , k_p , λ_p , f_M , D_1 , D_2 et p_2 . Vous explicitez le théorème ou principe utilisé.

On pose $\Delta i = i - i_0$, $\Delta f_M = f_M - f_{M0} = K_E \cdot \Delta i$ et $\Delta p_2 = p_2 - p_{20}$.

Remarque : La transformée de Laplace d'une fonction $f(t)$ sera notée $F(s)$.

Question II.9

- Donner l'expression de f_{M0} en fonction de F_{R0} , p_{20} , D_1 , D_2
- Ecrire l'équation différentielle caractérisant le déplacement x des pistons en fonction de m_p , k_p , λ_p , Δf_M , D_1 , D_2 et Δp_2 .

- En utilisant la transformation de Laplace (on notera « s » la variable de Laplace), écrire cette équation sous la forme canonique :

$$H_1(s) = \frac{X(s)}{\Delta F_M(s) - S_{p1} \cdot \Delta P_2(s)} = \frac{K_H}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} s + 1}. \text{ Exprimer } K_H, \omega_0, \zeta \text{ et } S_{p1} \text{ en}$$

fonction de m_p , k_p , λ_p , D_1 , D_2 .

- Calculer numériquement S_{p1} pour $D_1 = 22 \text{ mm}$ et $D_2 = 18 \text{ mm}$.

Afin d'identifier le comportement du modulateur de pression, on réalise le montage d'essai suivant :

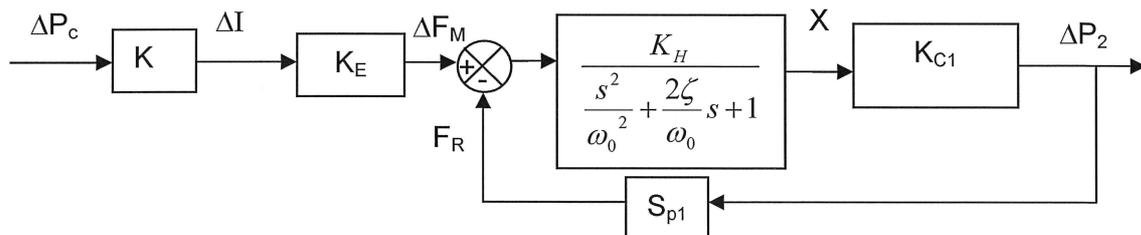


Figure 8 : Schéma bloc d'essai du modulateur.

La fonction de transfert $\frac{\Delta P_2(s)}{X(s)} = K_{C1}$ correspond au comportement de l'air comprimé

situé au niveau de la sortie 2 du modulateur lorsque celle-ci est obturée. Cette démarche est nécessaire pour permettre d'identifier au mieux son comportement.

Le gain K adapte la pression de consigne ΔP_c au courant nécessaire au pilotage de l'électroaimant. Ce dernier est modélisé par un gain pur K_E .

Des mesures sur le modulateur seul permettent d'identifier la fonction de transfert

$$\text{globale } G(s) = \frac{\Delta P_2(s)}{\Delta P_c(s)} = \frac{K_G}{\frac{s^2}{\omega_{0G}^2} + \frac{2\zeta_G}{\omega_{0G}} s + 1}.$$

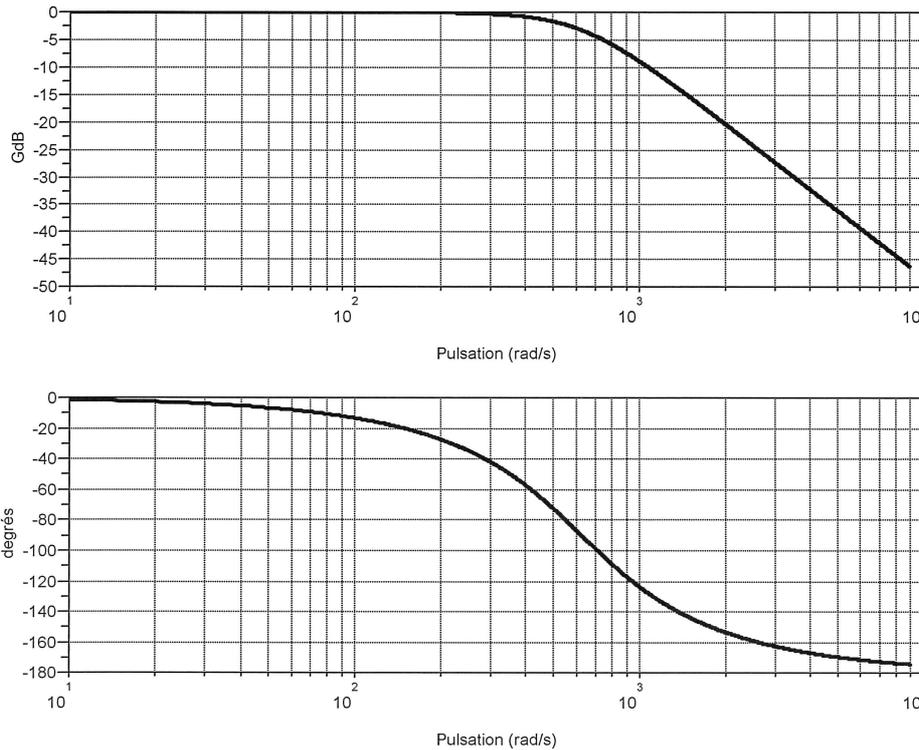


Figure 9 : Diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(s) = \frac{\Delta P_2(s)}{\Delta P_c(s)}$

Question II.10

- A l'aide du relevé d'essais, justifier la pertinence du modèle du 2^{ème} ordre trouvé à la question précédente. Donner un minorant de la constante ζ_G ?
- Déterminer l'expression du gain de la fonction $G(s)$ en décibels pour une pulsation $\omega = \omega_{0G}$.
- Identifier les constantes K_G , et ω_{0G} , puis calculer le coefficient d'amortissement ζ_G .

Valeurs numériques :	$K = 0,2 \text{ A.bar}^{-1}$	$K_E = 10 \text{ daN.A}^{-1}$	$S_{p1} = 1,25 \text{ cm}^2$	$K_{C1} = 11 \text{ bars.cm}^{-1}$
----------------------	------------------------------	-------------------------------	------------------------------	------------------------------------

Rappel : $1 \text{ bar} = 1 \text{ daN.cm}^{-2}$

Question II.11

- Déterminer les expressions de $\{K_H, \omega_0, \zeta\}$ en fonction de $\{K_G, \omega_{0G}, \zeta_G\}$ et des constantes du système.
- En déduire les valeurs numériques de $\{K_H, \omega_0, \zeta\}$.

La fonction de transfert du modulateur seul étant connue, on le considère raccordé au vérin de la machine. La pression $p_2 = p_{20} + \Delta p_2$ en sortie du modulateur de pression est la même dans la chambre du vérin de tension, car on néglige les pertes de charge dans la canalisation de raccordement. L'air comprimé étant compressible, on modélise le

comportement du volume à la pression p_2 par un système du premier ordre de fonction de transfert $H_2(s) = \frac{\Delta P_2(s)}{X(s)} = \frac{K_{C2}}{1 + \tau_2 \cdot s}$ avec $\tau_2 = 0,03s$ et $K_{C2} = 52,5 \text{ bars.cm}^{-1}$.

Un correcteur $C(s)$ est placé à la sortie du premier comparateur.

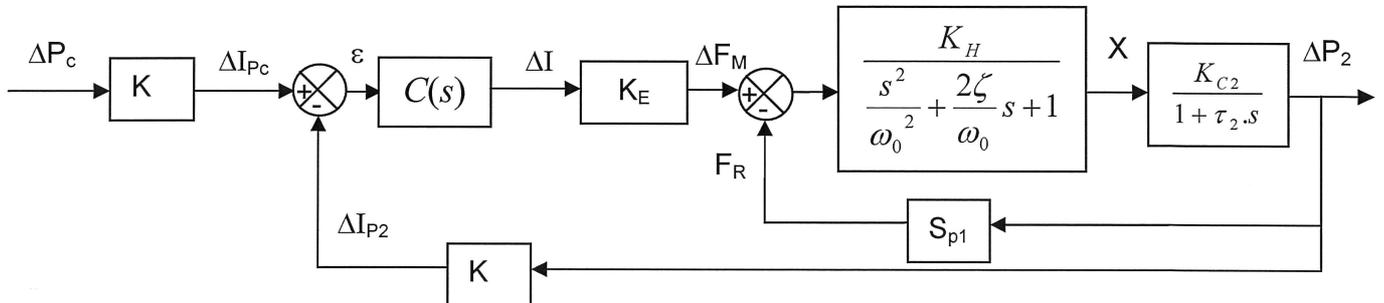


Figure 10 : Schéma bloc du modulateur complet.

Le système doit être stable et précis pour une consigne d'entrée ΔP_c de type échelon (écart statique nul). De plus, le cahier des charges impose les marges de stabilité minimales suivantes : $M_\varphi = 45^\circ$ et $M_G = 5 \text{ dB}$. Pour cela, il faut déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte.

Question II.12

- Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(s) = \frac{\Delta I_{P2}(s)}{\varepsilon(s)}$ en fonction de $C(s)$ et des constantes du système. L'exprimer sous la forme $H_{BO}(s) = \frac{C(s) \cdot \text{constante}}{P(s)}$ avec $P(s)$ un polynôme en s .
- En supposant dans cette question que $C(s)$ est un correcteur proportionnel $C(s) = K_p$, compte tenu de l'ordre de la fonction de transfert précédente, y a-t-il risque d'instabilité ? Justifier sans calculs.

Question II.13

- Proposer et justifier le choix d'un correcteur simple $C(s)$ satisfaisant le seul critère de précision.

Le diagramme de Black suivant correspond à la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(s) = \frac{\Delta I_{P2}(s)}{\varepsilon(s)}$ avec un correcteur $C_1(s)$ satisfaisant le seul critère de précision. Afin de pouvoir régler les marges de stabilité, on choisit d'installer en série un deuxième étage de correction ayant la fonction de transfert suivante : $C_2(s) = K_p$ (correcteur proportionnel). Le correcteur aura donc pour fonction de transfert $C(s) = C_1(s) \cdot C_2(s)$

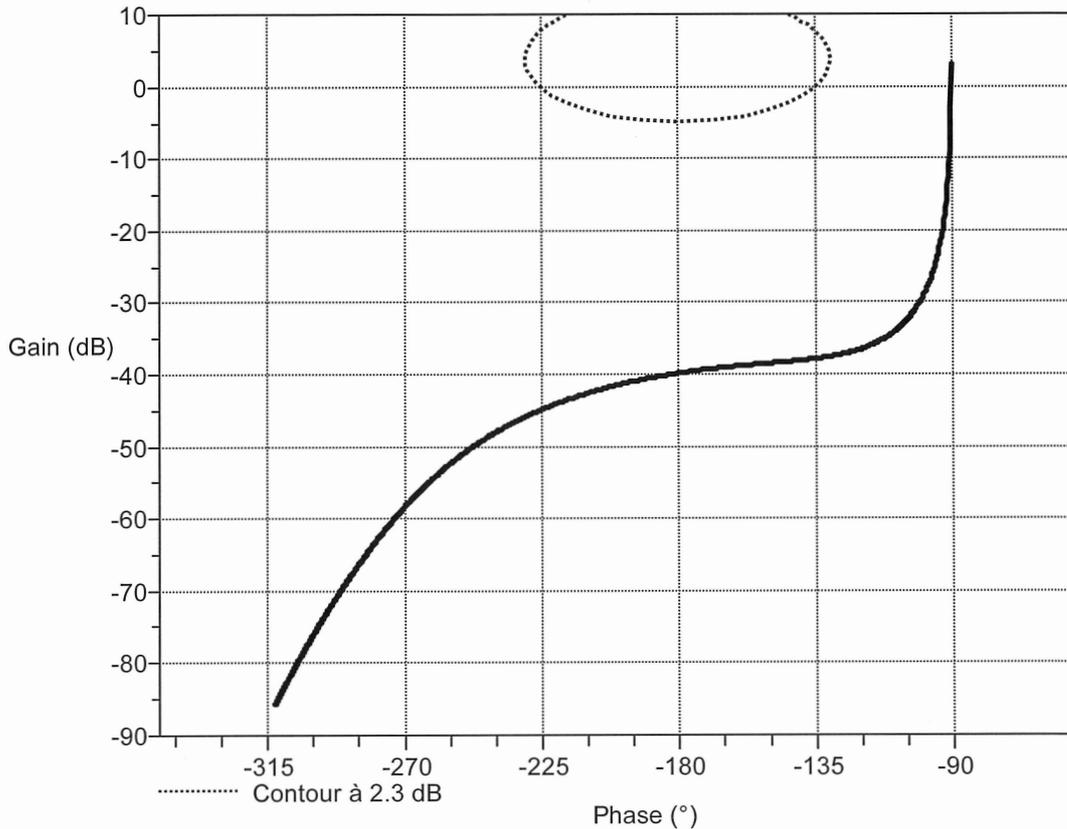


Figure 11 : Diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{\Delta I_{P2}(s)}{\varepsilon(s)}$ avec correcteur $C_1(s)$ seul

Question II.14

- Déterminer la valeur du gain K_p satisfaisant la marge de gain minimale définie dans le cahier des charges à l'aide du diagramme de Black de la figure 11.
- Que vaut alors la marge de phase ?

Question II.15

- A l'aide des réponses indicielles représentées sur la figure 12 page suivante, déterminer les temps de réponses à 5% de la valeur finale du système sans correcteur puis avec le correcteur $C(s) = C_1(s).C_2(s)$.
- Conclure sur l'efficacité du correcteur $C(s) = C_1(s).C_2(s)$ vis-à-vis de la rapidité et de la précision.

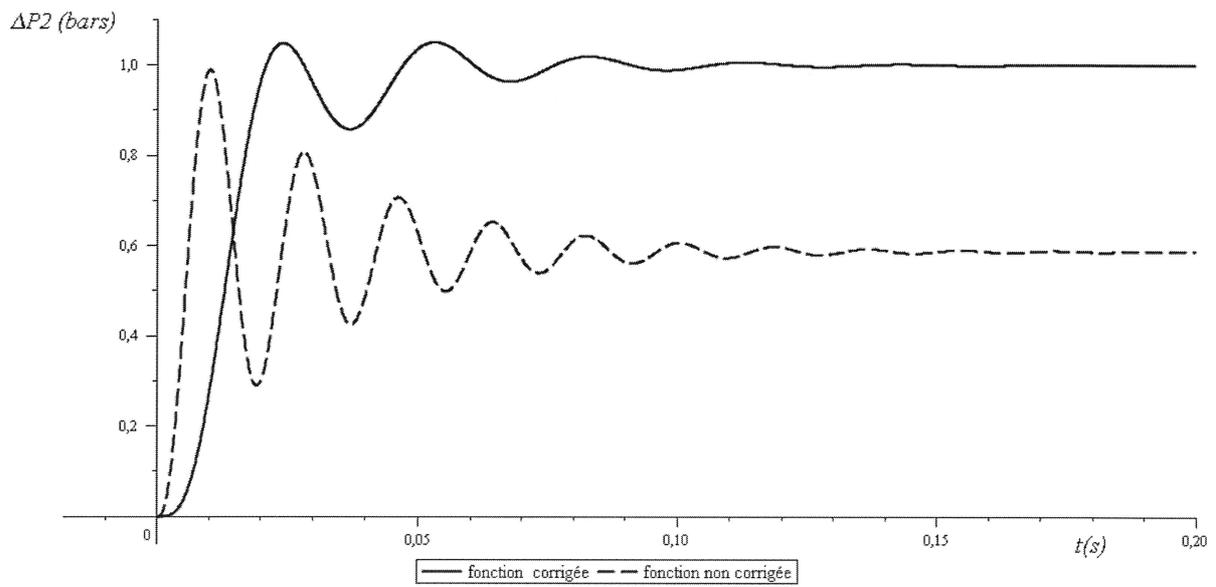
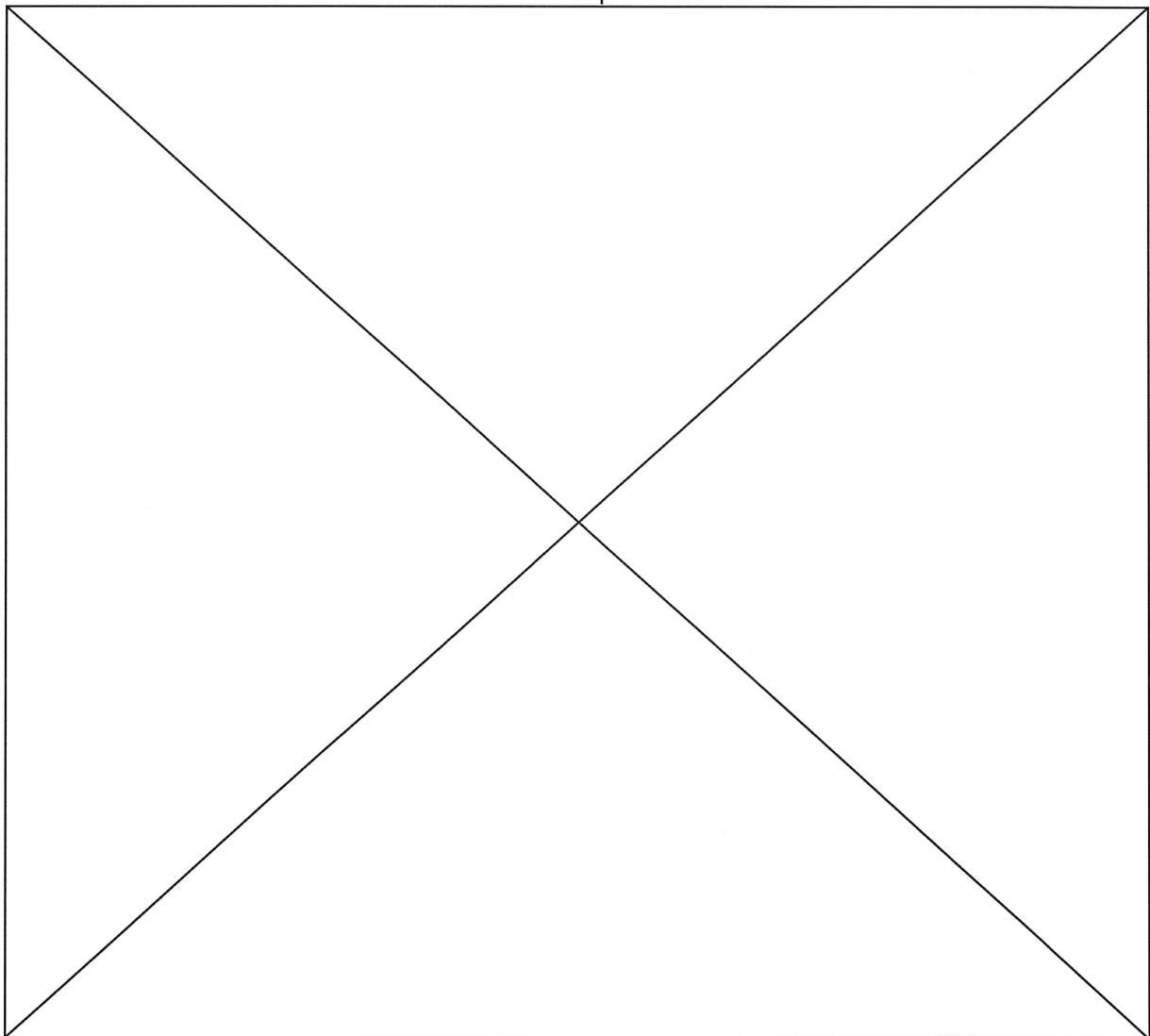


Figure 12 : Réponses indicielles des systèmes non corrigé et corrigé avec le correcteur $C(s) = C_1(s).C_2(s)$.

----- Fin de la partie II -----



PARTIE III

Etude de la fonction FT 2333 « éviter une sortie latérale de la bande abrasive »

Cette partie est consacrée à l'étude de la fonction « éviter une sortie latérale de la bande abrasive ». Elle sera réalisée en deux phases distinctes et indépendantes :

- ✓ Etude du système oscillant permettant d'éviter à la bande abrasive de sortir du rouleau,
- ✓ Validation du déplacement latéral de la bande abrasive.

La fonction technique FT2333 visible sur le FAST en présentation (page 3) se décompose partiellement ainsi :

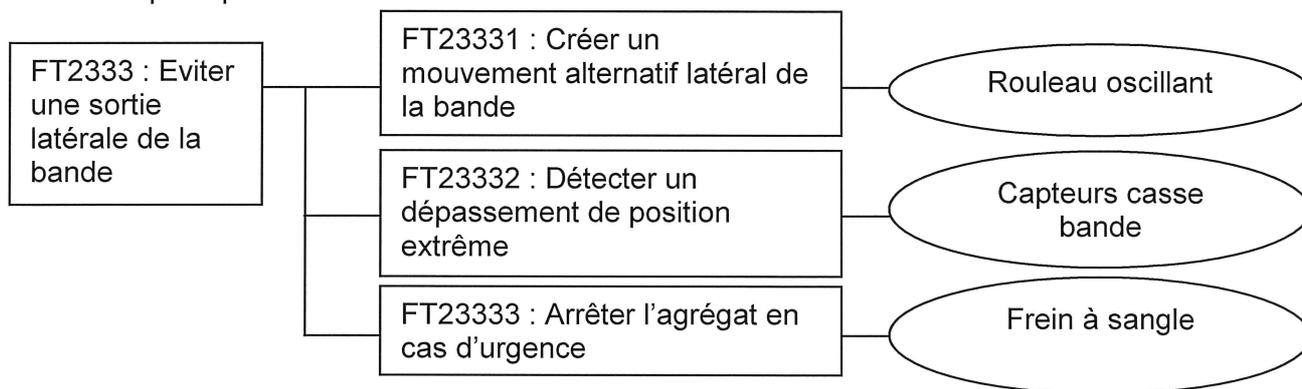


Figure 13 : Décomposition de la fonction technique FT2333.

◆ Oscillation du rouleau supérieur

Dans cette partie, on souhaite dans un premier temps déterminer le comportement dynamique du système oscillant. Ceci permettra de valider la fonction technique FT23331 et de proposer une solution constructive pour l'implantation du système. Le système oscillant est présenté en annexe G pages 9 et 10.

Tous les frottements sont négligés. Seules sont prises en compte les masses m_5 du rouleau S_5 et m_2 de la traverse S_2 .

L'axe \vec{z}_0 est vertical ascendant (champ de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{z}_0$).

Les liaisons entre les solides S_0 et S_1 d'une part et les solides S_3 et S_4 d'autre part sont réalisées par des vérins pneumatiques. Chacune sera donc modélisée par une liaison pivot glissant associée à un effort de poussée.

Question III.1

- On s'intéresse ici à la chaîne fermée $S_0 - S_1 - S_2 - S_3 - S_4 - S_0$. Réaliser le graphe de structure.
- Dénumbrer les mobilités.
- Calculer le degré d'hyperstatisme h de la chaîne fermée considérée.

Pour la suite, on fait l'hypothèse que la tige du vérin de tension S_1 ne se translate pas par rapport au bâti S_0 . De plus, les points O, A, B et C restent dans un plan perpendiculaire à l'axe \vec{z}_0 . Ainsi, l'angle θ est nul ($\theta = 0$) et les bases \mathcal{B}_1 et \mathcal{B}_2 sont égales.

Question III.2

- Etablir la relation entre le déplacement $x = \overrightarrow{EA}.x_0$ de la tige S_3 du vérin et l'angle de rotation ψ de la traverse S_2 , dans le cas particulier où $\theta = 0$ (voir annexe G).
- L'angle ψ varie entre $+0,53^\circ$ et $-0,53^\circ$. Déterminer l'expression littérale puis la valeur numérique du déplacement $y = \overrightarrow{EA}.y_0$ du point A de la tige S_3 suivant $\overrightarrow{y_0}$.
- En déduire littéralement la vitesse de rotation $\dot{\psi}$ de la traverse S_2 en fonction de a et \dot{x} , puis linéariser cette expression pour un angle ψ petit.

On cherche ici à déterminer la loi d'évolution $\ddot{\psi}$ en fonction de l'effort de poussée du vérin ($S_4 + S_3$).

Question III.3

- Donner l'ordonnancement des isolements, ainsi que les équations utiles permettant d'obtenir la loi d'évolution $\ddot{\psi}$ voulue.

Question III.4

- Déterminer $\overrightarrow{\Omega}_{S_5/S_0}$.

On assimile le solide S_5 à un cylindre creux. Son centre d'inertie est situé au point D.

Question III.5

- Préciser les termes nuls ainsi que les termes égaux dans la matrice d'inertie du rouleau S_5 au point D dans la base $\mathcal{B}_1 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0})$.

$$[I_{D,S_5}] = \begin{bmatrix} A_5 & -F_5 & -E_5 \\ -F_5 & B_5 & -D_5 \\ -E_5 & -D_5 & C_5 \end{bmatrix}_{(D,\mathcal{B}_1)}$$

Question III.6

- Donner l'expression littérale du moment cinétique de S_5 par rapport au bâti S_0 au point D, puis au point O.

On modélise la traverse S_2 par un assemblage soudé de 3 solides (voir annexe H) ($S_2 = S_{2,1} \cup S_{2,2} \cup S_{2,3}$) :

- un profilé en U $S_{2,1}$ à section constante,
- 2 plaques soudées $S_{2,2}$ et $S_{2,3}$ de part et d'autre de ce profilé.

Les solides S_1 , S_3 , S_4 sont supposés de masses négligeables devant les autres solides. Les masses des solides S_2 et S_5 seront notées respectivement m_2 et m_5 .

Question III.7

- Préciser les termes nuls dans la matrice d'inertie de la traverse S_2 ci-dessous, écrite au point O dans la base \mathcal{B}_1 .

$$[I_{O,S_2}] = \begin{bmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{(O,\mathcal{B}_1)}$$

Question III.8

- Donner l'expression littérale du moment cinétique de S_2 par rapport au bâti S_0 au point O dans la base $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2$.

Question III.9

- Donner l'expression littérale du moment dynamique par rapport au bâti S_0 au point O de l'ensemble $\Sigma = S_1 \cup S_2 \cup S_5$ dans la base $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2$.

D'une façon générale, on définit le torseur de l'action de la tige du vérin S_3 sur la traverse S_2 par :

$$\left\{ \mathcal{F}_{S_3 \rightarrow S_2} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{32} = X_{32} \vec{x}_0 + Y_{32} \vec{y}_0 + Z_{32} \vec{z}_0 \\ \vec{M}_{A,32} = L_{32} \vec{x}_0 + M_{32} \vec{y}_0 + N_{32} \vec{z}_0 \end{array} \right\}_A$$

Question III.10

- Indiquer les termes identiquement nuls du torseur $\left\{ \mathcal{F}_{S_3 \rightarrow S_2} \right\}$, puis en précisant les solides isolés et les théorèmes utilisés, préciser les autres termes nuls.
- Quelle est alors la direction de l'action mécanique \vec{F}_{32} exercée par S_3 sur S_2 .

La forme générale du torseur de l'action du bâti S_0 sur l'axe S_1 est :

$$\left\{ \mathcal{F}_{S_0 \rightarrow S_1} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{x}_1 + Y_{01} \vec{y}_1 + Z_{01} \vec{z}_0 \\ L_{01} \vec{x}_1 + M_{01} \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O \quad \text{avec } Z_{01} \text{ l'effort de poussée du vérin vertical de}$$

tension.

L'action de la bande sur le rouleau S_5 est de la forme :

$$\left\{ \mathcal{F}_{Bande \rightarrow S_5} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -F_{Bx} \vec{x}_1 - F_{Bz} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

Question III.11

- Déterminer la relation entre l'accélération angulaire $\ddot{\psi}$, l'effort de poussée \vec{F}_{32} du vérin S_3 , et l'angle ψ après avoir écrit le bilan des actions mécaniques extérieures au système isolé.

- On suppose que la vitesse maximale de sortie de la tige du vérin d'oscillation S_3/S_4 (notée $V_{34} = \dot{x}$) est de $V_{34} = 0,024 m.s^{-1}$. De plus le vérin d'oscillation fournit un effort constant $F_{32} = 680 N$. Calculer le temps pour atteindre la vitesse maximale $V_{34} = 0,024 m.s^{-1}$ en prenant $C_2 + C_5 = 9 kg.m^2$. On supposera que l'angle ψ est petit.
- Le temps de sortie du vérin d'oscillation étant de 0,5 seconde, exprimer le rapport entre la durée de la phase d'accélération et la durée de la phase à vitesse constante.

On veut maintenant déterminer les actions mécaniques supportées par la liaison pivot entre S_1 et S_2 .

La forme générale du torseur de l'action de l'axe S_1 sur la traverse S_2 est :

$$\left\{ \overrightarrow{\mathcal{F}}_{S_1 \rightarrow S_2} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{12} \overrightarrow{x_1} + Y_{12} \overrightarrow{y_1} + Z_{12} \overrightarrow{z_0} \\ L_{12} x_1 + M_{12} y_1 + N_{12} z_0 \end{array} \right\}_O$$

Ceci est le torseur résultant de la mise en parallèle d'une liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{x_1})$ et d'un système élastique exerçant un moment $L_{12} \overrightarrow{x_1}$ sur la traverse S_2 .

On considère que le rouleau S_5 tourne à vitesse constante par rapport à S_2 ($\ddot{\phi} = 0$)

Question III.12

- Ecrire les 6 équations scalaires, dans la base $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0})$, reliant les inconnues de liaison ci-dessus aux paramètres $\dot{\phi}, \psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, X_{32}$, le poids des pièces, l'effort de la bande.

Question III.13

- Montrer que le moment exercé par le système élastique peut se mettre sous la forme : $L_{12} \overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{\Omega}_e \wedge I_{rotor} \overrightarrow{\Omega}_r$. Indiquer les expressions de $\overrightarrow{\Omega}_e$, $\overrightarrow{\Omega}_r$, et I_{rotor} .
- Quel est le nom du phénomène physique rencontré ici ?

Remarque : en réalité, la bande s'oppose en partie aussi à l'effet précédent.

◆ Proposition de solution pour le système de rappel élastique dans la liaison pivot S_1/S_2 .

On propose de concevoir un système élastique permettant d'exercer l'action $L_{12} \overrightarrow{x_1}$ sur la traverse S_2 .

Question III.14

- Définir la solution sous forme de croquis, en complétant le document réponse dessiné à l'échelle 1:1.

◆ Déplacement latéral de la bande abrasive

Afin de simplifier cette étude, nous nous intéresserons à l'unité de calibrage composée uniquement de deux rouleaux (annexe I).

La bande abrasive est supposée ne pas glisser sur chacun des rouleaux.

L'angle d'oscillation ψ reste faible (compris entre $-0,53^\circ$ et $+0,53^\circ$). On considère un élément de bande de largeur dy très petite, positionné à une coordonnée y du plan médian du rouleau inférieur. On appelle M_1 (respectivement M_2) un point de la bande en contact avec le rouleau inférieur (respectivement supérieur).

Les deux rouleaux sont supposés être de même diamètre $D = 180\text{ mm}$ et distants de $L = 1000\text{ mm}$. L'enroulement de la bande sur chacun des rouleaux varie en fonction de y , cependant nous supposerons pour simplifier que l'angle d'enroulement est de 180° sur chaque rouleau.

La figure 14 présente une vue de dessus des deux rouleaux sur laquelle est représenté le déplacement d'un point M de la bande abrasive. Le rouleau inférieur tourne selon l'axe $+y_0$.

Avec toutes ces hypothèses, la vitesse d'un point M de la bande en sortie de chaque rouleau est portée par l'axe \vec{z}_0 . Ainsi, les déplacements $M_a \rightarrow M_b$ et $M_c \rightarrow M_d$ (sur la figure 14) seront supposés portés par l'axe \vec{z}_0 .

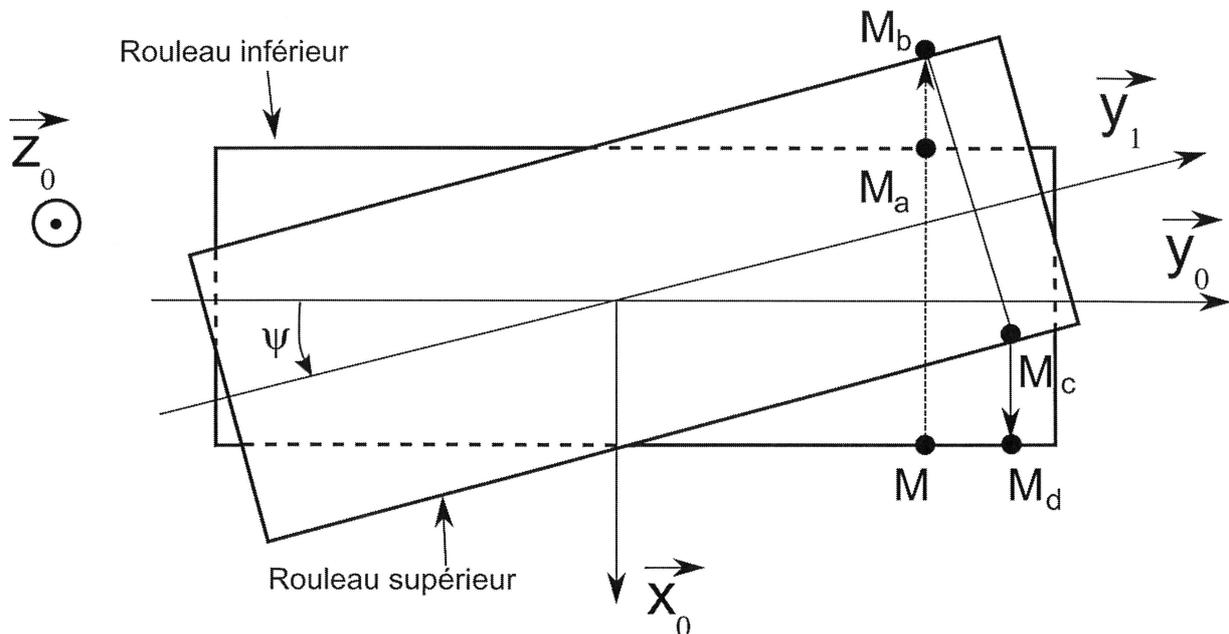


Figure 14 : Vue de dessus des deux rouleaux (avec un angle ψ très amplifié)

Dans un premier temps, l'angle ψ est supposé constant (situation correspondant à la fin de course du vérin d'oscillation).

Question III.15

- **Exprimer le déplacement $\delta = MM_d$ projeté sur l'axe \vec{y}_0 du point M lorsque la bande abrasive fait un « tour » (i.e. le point M revient sur le rouleau inférieur au niveau du point M_d).**

La bande abrasive n'étant pas un solide indéformable, nous caractériserons son déplacement latéral par le déplacement du point M précédent suivant l'axe \vec{y}_0 . Ce déplacement sera supposé proportionnel à l'angle de rotation du rouleau inférieur (noté φ_b).

Question III.16

- **On désire relier le déplacement latéral (noté $d(\varphi_b)$) de la bande à l'angle de rotation φ_b du rouleau moteur. Déterminer l'expression $d(\varphi_b)$ en fonction des constantes D, L et des angles ψ et φ_b .**

Les capteurs casse bande droit et gauche sont écartés de 100 mm dans la direction \vec{y}_1 (voir figure 15). Leur rôle est de détecter une sortie latérale de bande. Ils sont placés à l'extrémité du rouleau supérieur. Le premier doit toujours détecter la bande, contrairement au second. Le rouleau inférieur tourne à la vitesse de rotation $N_b = 1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

Question III.17

- **En se plaçant dans le cas extrême ($\psi = 0,53^\circ$), déterminer le temps que mettrait la bande pour passer d'un capteur casse bande à l'autre.**

Question III.18

- **En faisant l'hypothèse que l'angle ψ est petit, montrer que le déplacement $d(t)$ (en fonction du temps) s'écrit sous la forme : $d(t) = K \cdot \psi \cdot t$. Donner l'expression de la constante K.**
- **Calculer la valeur numérique de K.**

Dans la suite, la constante K vaut : $K = 0,66 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Le système oscillant doit permettre d'éviter une sortie latérale de bande à partir d'un capteur détectant la position médiane de la bande (voir capteur bm1 figure 15). Dans ce cas, l'angle ψ varie.

La phase d'accélération étant relativement courte (vu à la question III.11), on considérera pour simplifier que la vitesse de rentrée/sortie de tige du vérin S_3/S_4 est constante (voir annexe G).

La période d'un cycle sortie-arrêt-entrée-arrêt de la tige du vérin d'oscillation est de $T_0 = 3s$. Une fois le vérin arrivé en fin de course, une temporisation gérée par l'automate impose un temps d'attente avant de revenir dans l'autre sens. L'instant initial sera pris lorsque $\psi(0) = -0,53^\circ$, la tige du vérin commençant à rentrer à la vitesse $\vec{V}_{A,S_3/S_4} = V_{34} \vec{x}_0$.

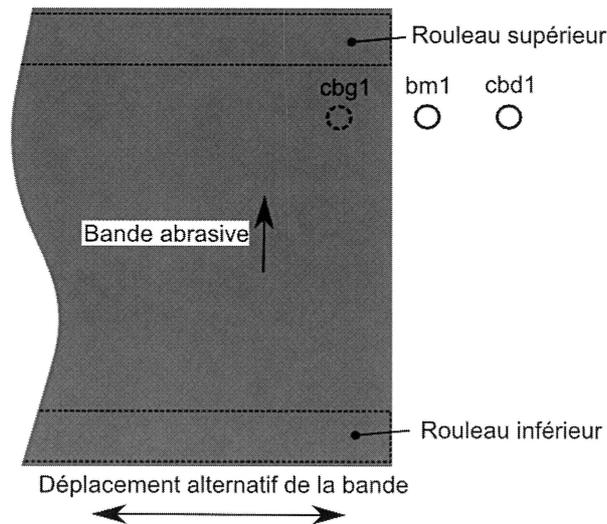


Figure 15 : Implantation des capteurs casse bande

Question III.19

- En utilisant la relation $V_{34}(t) = -a.\dot{\psi}(t)$, exprimer la fonction $\psi(t)$.
- Tracer la fonction $\psi(t)$ en prenant comme valeurs $V_{34} = -0,024 m.s^{-1}$ et $a = OA = 650 mm$ (voir annexe G).
- En déduire l'allure du déplacement $d(t)$ de la bande suivant l'axe \vec{y}_0 .
- A quels instants la bande est-elle en positions extrêmes ?

Question III.20

- Déterminer l'expression de l'amplitude du déplacement de la bande. En déduire la valeur numérique de ce déplacement.
- Est-ce compatible avec la distance entre les capteurs casse bande (100 mm) ? Justifier et commenter le choix du constructeur pour cet écartement entre les capteurs casse bande.

----- Fin de l'énoncé -----

