REPONSES A L'EXERCICE I de Mathématiques

I-1-	Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$ (2 ; -8) Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$ (-8 ; -8)
I-2-	$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = 2\times(-8) - 8\times(-8) = -16+64 = 48$
I-3-	$\lVert\overrightarrow{BA}\rVert = \sqrt{2^2+(-8)^2} = \sqrt{68} = \sqrt{4\times 17} = 2\sqrt{17}$ $\lVert\overrightarrow{BC}\rVert = \sqrt{(-8)^2+(-8)^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{128} = \sqrt{64\times 2} = 8\sqrt{2}$
I-4-	$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{3}{\sqrt{34}}$ En effet : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = \lVert\overrightarrow{BA}\rVert\times\lVert\overrightarrow{BC}\rVert\times\cos(\widehat{ABC})$ donc $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{\lVert\overrightarrow{BA}\rVert\times\lVert\overrightarrow{BC}\rVert} = \frac{48}{16\sqrt{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$
I-5-	$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{5}{\sqrt{34}}$ En effet : $\cos^2(\widehat{ABC}) + \sin^2(\widehat{ABC}) = 1$ donc $\sin(\widehat{ABC}) = \sqrt{1-\cos^2(\widehat{ABC})} = \sqrt{1-\frac{9}{34}} = \sqrt{\frac{25}{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$
I-6-	La valeur exacte de l'aire du triangle ABC est 40 unités d'aire. En effet : $A = \frac{1}{2}BA\times BC\times\sin(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2}\,8\sqrt{2}\times 2\sqrt{17}\times\frac{5}{\sqrt{34}} = 8\sqrt{34}\times\frac{5}{\sqrt{34}} = 8\times 5 = 40$
I-7-	Dans le tétraèdre $ABCD$, la droite (DC) représente la hauteur issue de D du tétraèdre.
I-8-	$\mathcal{V} = \frac{800}{3}$ unités de volume En effet : $DC = 20$ et $\mathcal{V} = \frac{1}{3}A_{ABC}\times DC = \frac{1}{3}40\times 20 = \frac{800}{3}$
I-9-	$\vec{n}.\overrightarrow{BA} = 4\times 2 + 1\times(-8) + 0 = 0$
I-10-	$\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABD). En effet : $\vec{n}.\overrightarrow{BA} = 0$ donc $\vec{n}\perp\overrightarrow{BA}$ $\overrightarrow{AD}\,(-10\,;0\,;20)$ et $\vec{n}.\overrightarrow{AD} = 4\times(-10)+0+2\times 20 = 0$ donc $\vec{n}\perp\overrightarrow{AD}$. $\vec{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABD) donc c'est un vecteur normal au plan (ABD).
I-11-	Une équation cartésienne du plan (ABD) est : $4x+y+2z-24=0$ En effet : $\vec{n}\,(4\,;1\,;2)$ est un vecteur normal au plan (ABD) donc une équation cartésienne du plan (ABD) est de la forme : $4x+y+2z+d=0$. $A\in(ABD)$ donc $4\times 6+0+0+d=0 \Leftrightarrow d=-24$
I-12-	Coordonnées du point A' (0 ; 0 ; 12)
I-13-	$k = \frac{2}{5}$ En effet : $\overrightarrow{DA}\,(10\,;0\,;-20)$ et $\overrightarrow{DA'}\,(4\,;0\,;-8)$ donc $k = \frac{4}{10} = \frac{-8}{-20} = \frac{2}{5}$

I-14-	A) 17 u.v.	B) 107 u.v.	C) 160 u.v.	D) 250 u.v.

I-15- Coordonnées du point I (1 ; 0 ; 0)

I-16- Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$ (-10 ; 0 ; 0)

I-17- Une équation du plan médiateur P_1 du segment $[AC]$ est $x = 1$.

En effet :

$\overrightarrow{AC}\ (-10\ ;\ 0\ ;\ 0)$ est un vecteur normal au plan P_1 donc une équation de P_1 est $-10x + d = 0$.

De plus $I(1\ ;0\ ;0)$ est un point de P_1 donc $-10 \times 1 + d = 0 \iff d = 10$

Donc une équation du plan P_1 est $-10x + 10 = 0$ soit $x = 1$.

I-18- Une équation du plan médiateur P_2 du segment $[AB]$ est $x - 4y + 11 = 0$.

En effet :

$\overrightarrow{AB}\ (-2\ ;8\ ;\ 0)$ est un vecteur normal au plan P_2 donc une équation de P_2 est $-2x + 8y + d = 0$.

De plus $J\ (5\ ;4\ ;0)$, milieu du segment $[AB]$ est un point de P_2 donc $-2 \times 5 + 8 \times 4 + d = 0 \iff d = -22$

Donc une équation du plan P_2 est $-2x + 8y - 22 = 0$ soit $x - 4y + 11 = 0$.

I-19- Coordonnées du centre Ω de la sphère $(\mathcal{S})$: Ω (1 ; 3 ; 10)

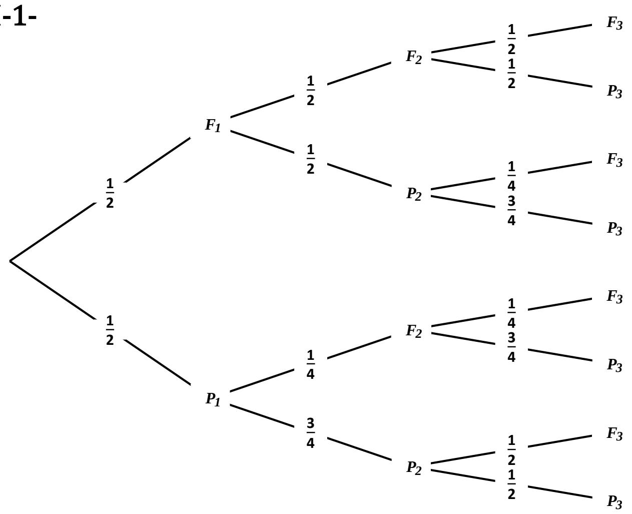
En effet : Ω est le point d'intersection des trois plans médiateurs donc ses coordonnées vérifient le système : $\begin{cases} x = 1 \\ x - 4y + 11 = 0 \\ z = 10 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1 \\ 4y = 12 \\ z = 10 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 10 \end{cases}$.

I-20- $R = \sqrt{134}$

En effet : $R = \Omega A = \sqrt{(6-1)^2 + (0-3)^2 + (0-10)^2} = \sqrt{25 + 9 + 100} = \sqrt{134}$

REPONSES A L'EXERCICE II de Mathématiques

II-1-



II-2-

x	0	1	2	3
P(X = x)	$\frac{3}{16}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{1}{8}$

II-3- $E(X) = \mathbf{0} + \frac{15}{32} + \frac{14}{32} + \frac{3}{8} = \frac{41}{32}$

II-4- $u_1 = \mathbf{1}$ $\quad u_2 = \frac{1}{2}$

II-5-a- $v_0 = -\frac{8}{5}$

II-5-b- (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{4}$.

En effet : $\boldsymbol{v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{3}{5} = -\frac{1}{4}u_n + \frac{3}{4} - \frac{3}{5} = -\frac{1}{4}u_n + \frac{3}{20} = -\frac{1}{4}\left(u_n - \frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{4}v_n}$

II-6- Pour tout $n \geq 0$, $u_n = -\frac{8}{5}\left(-\frac{1}{4}\right)^n + \frac{3}{5}$.

En effet : **Pour tout entier n, $v_n = v_0\left(-\frac{1}{4}\right)^n = -\frac{8}{5}\left(-\frac{1}{4}\right)^n$ et $u_n = v_n + \frac{3}{5}$**

II-7- La suite (u_n) est convergente de limite $\frac{3}{5}$.

En effet : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-\frac{1}{4}\right)^n = 0}$ **car** $\boldsymbol{-1 < -\frac{1}{4} < 1}$ **donc** $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} -\frac{8}{5}\left(-\frac{1}{4}\right)^n = 0}$ **et** $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} -\frac{8}{5}\left(-\frac{1}{4}\right)^n + \frac{3}{5} = \frac{3}{5}}$

II-8- $P_{A_n}(A_{n+1}) = \frac{1}{2}$ $\quad P_{\overline{A_n}}(A_{n+1}) = \frac{3}{4}$

II-9- $P(\overline{A_n}) = \mathbf{1} - \boldsymbol{p_n}$ $\quad P(A_{n+1} \cap A_n) = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{p_n}$ $\quad P(A_{n+1} \cap \overline{A_n}) = \frac{3}{4}(\mathbf{1} - \boldsymbol{p_n})$

II-10- $p_{n+1} = -\frac{1}{4}p_n + \frac{3}{4}$.

En effet : $\boldsymbol{p_{n+1} = P(A_{n+1}) = P(A_{n+1} \cap A_n) + P(A_{n+1} \cap \overline{A_n}) = \frac{1}{2}\,p_n + \frac{3}{4}(1 - p_n) = -\frac{1}{4}p_n + \frac{3}{4}}$

II-11-a- $P(F_n \cap A_n) = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{p_n}$ $\quad P(F_n \cap \overline{A_n}) = \frac{1}{4}(\mathbf{1} - \boldsymbol{p_n})$

II-11-b- $\lim\limits_{n\to+\infty} P(F_n) = \frac{2}{5}$

En effet : $\boldsymbol{P(F_n) = P(F_n \cap A_n) + P(F_n \cap \overline{A_n}) = \frac{1}{2}\,p_n + \frac{1}{4}(1 - p_n) = \frac{1}{4}\,p_n + \frac{1}{4}}$

Comme $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} p_n = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{3}{5}}$, $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} P(F_n) = \frac{1}{4}\,\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}}$

REPONSES A L'EXERCICE III de Mathématiques

III-1- Solution générale de (E_1) : $y = \boldsymbol{ke^{-\lambda t}}$ **où $\boldsymbol{k} \in \mathbb{R}$.**

III-2- $Q(x) = \boldsymbol{0,6\, e^{-\lambda t}}$

En effet : $\boldsymbol{Q(0) = 0,6 \Leftrightarrow ke^{0} = 0,6 \Leftrightarrow k = 0,6}$

III-3- $\lim\limits_{t \to +\infty} Q(t) = \boldsymbol{0}$

La fonction Q est **strictement décroissante**

III-4- $\lambda = \boldsymbol{-\ln(0,7) = \ln\left(\frac{10}{7}\right)}$

$\lambda \approx$ **0,3567**

En effet : $\boldsymbol{Q(1) = (1 - 0,3) \times 0,6 = 0,7 \times 0,6 = 0,42}$

Ce qui donne $\boldsymbol{0,6\, e^{-\lambda \times 1} = 0,42 \Leftrightarrow e^{-\lambda} = 0,7 \Leftrightarrow -\lambda = \ln(0,7) \Leftrightarrow \lambda = -\ln(0,7)}$

III-5- $t_e = \boldsymbol{-\frac{\ln 6}{\ln 0,7}}$

$t_e \approx$ **5,02 heures**

En effet : $\boldsymbol{Q(t) \geq 0,1 \Leftrightarrow 0,6\, e^{(\ln 0,7)\, t} \geq 0,1 \Leftrightarrow e^{(\ln 0,7)\, t} \geq \frac{1}{6} \Leftrightarrow (\ln 0,7)t \geq -\ln 6 \Leftrightarrow t \leq -\frac{\ln 6}{\ln 0,7}}$

Car $\boldsymbol{\ln 0,7 < 0}$.

III-6- g est une solution de (E_2).

En effet : $\boldsymbol{g'(t) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2}}}$ **et** $\boldsymbol{g'(t) + g(t) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2}} + e^{-\frac{t}{2}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2}}}$

III-7- Solution générale de (E_2) : $\boldsymbol{y = e^{-\frac{t}{2}} + ke^{-t}}$ **où $\boldsymbol{k} \in \mathbb{R}$.**

III-8- $f(t) = \boldsymbol{e^{-\frac{t}{2}} - e^{-t}}$

En effet : $\boldsymbol{f(0) = 0 \Leftrightarrow e^{0} + ke^{0} = 0 \Leftrightarrow 1 + k = 0 \Leftrightarrow k = -1}$

III-9- $\lim\limits_{t \to +\infty} q(t) = \boldsymbol{0}$

Equation de Δ : $\boldsymbol{y = 0}$

III-10- $a = \boldsymbol{1}$ $\qquad b = \boldsymbol{-\frac{1}{2}}$

En effet : $\boldsymbol{q'(t) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2}} + e^{-t} = e^{-\frac{t}{2}} \left(-\frac{1}{2} + e^{-\frac{t}{2}}\right)}$

III-11- $q'(t) > 0$ pour $\boldsymbol{t \in [0\,;\ln 4[}$

En effet : $\boldsymbol{q'(t) > 0 \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{2}} \left(-\frac{1}{2} + e^{-\frac{t}{2}}\right) > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} + e^{-\frac{t}{2}} > 0}$ **car** $\boldsymbol{e^{-\frac{t}{2}} > 0}$

$\boldsymbol{\Leftrightarrow e^{-\frac{t}{2}} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{t}{2} > \ln\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{t}{2} > -\ln 2 \Leftrightarrow t < 2\ln 2}$

III-12- $y_A = \boldsymbol{\frac{1}{4}}$

En effet : $\boldsymbol{y_A = e^{-\frac{\ln 4}{2}} - e^{-\ln 4}}$

$\boldsymbol{= e^{-\ln 2} - e^{-\ln 4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}}$

III-13-

x	0		ln4		$+\infty$
Signe de $q'(x)$		+	0	-	
Variations de q	0	↗	$\frac{1}{4}$	↘	0

III-14- Le médicament **ne va pas** causer des effets indésirables au patient.

En effet : **la valeur maximale de $\boldsymbol{q(t)}$ est $\boldsymbol{\frac{1}{4}}$ ce qui est inférieur à 0,3 mg/L.**

III-15-	A) Voie orale	B) Voie intraveineuse	C) Peu importe lequel
III-16-	A) Voie orale	B) Voie intraveineuse	C) Peu importe lequel

STAGES PRÉPA CONCOURS GEIPI POLYTECH

LA MEILLEURE PRÉPA GEIPI POLYTECH

- Préparations complètes, adaptées aux dernières évolutions
- Toujours bienveillant et à l’écoute
- Locaux conviviaux, à taille humaine
- Une équipe pédagogique de haut niveau

Préparation concours Geipi Polytech

STAGES PRÉPA CONCOURS GEIPI POLYTECH EN LIGNE

- Des petits effectifs pour un meilleur suivi
- 10 ans d'expérience dans la préparation des concours
- Préparationnaires soudés et motivés

Stage en ligne prépa concours Geipi Polytech