

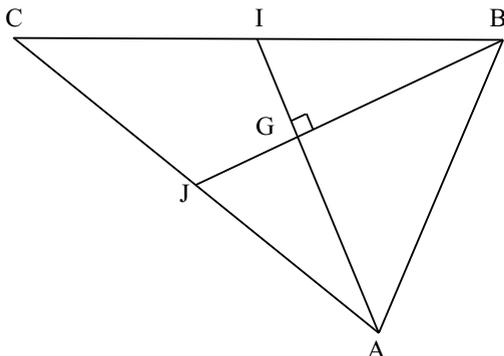
Exercice n° 4 (Séries STI/STL)

Énoncé

Triangle

Dans la figure suivante, le triangle ABC est tel que les médianes (AI) et (BJ) sont perpendiculaires.

Exprimer $CA^2 + CB^2$ en fonction de AB^2 .



Éléments de solution

On a $CA = 2JA$ et $CB = 2IB$. Et d'après le théorème de la droite des milieux, $IJ = \frac{AB}{2}$.

$$\begin{aligned}
 \text{Alors } CA^2 + CB^2 &= 4(JA^2 + IB^2) = 4(JG^2 + GA^2 + IG^2 + GB^2) \\
 &= 4(JG^2 + IG^2 + GA^2 + GB^2) \\
 &= 4(IJ^2 + AB^2) = 4\left(\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + AB^2\right) = 5AB^2.
 \end{aligned}$$