

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

Session de 2001
Classe de PREMIÈRE
Durée : 4 heures

Les quatre exercices sont indépendants. Les calculatrices sont autorisées.

EXERCICE 1

Les faces d'un dé en forme de tétraèdre régulier sont numérotées de 1 à 4. Le dé est posé sur une table, face «1» contre cette table. Une étape consiste à faire basculer le dé autour de l'une quelconque des arêtes de sa base.

À l'issue de chaque étape, on note le numéro de la face contre la table. On fait la somme s de tous ces nombres après 2001 étapes, en comptant aussi le «1» initial.

1) Donner la valeur maximale et la valeur minimale que l'on peut ainsi obtenir pour s .

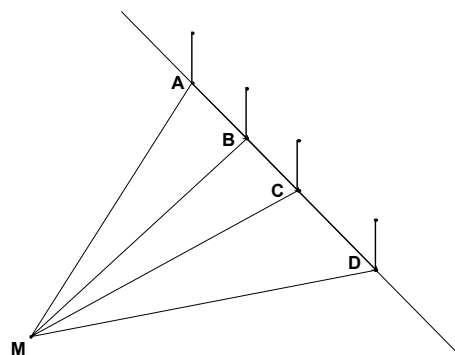
2) La somme s peut-elle prendre toutes les valeurs entières entre ces deux valeurs?

EXERCICE 2

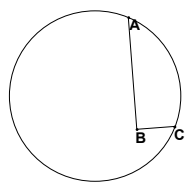
Sur un terrain de jeu sont alignés quatre poteaux, plantés en A, B, C et D dans cet ordre.

Ces poteaux délimitent trois buts de largeurs :
 $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = d$, où d est une longueur donnée.

Déterminer l'ensemble des points M du terrain d'où l'on voit les trois buts sous des angles $\angle AMB$, $\angle BMC$ et $\angle CMD$ égaux.



EXERCICE 3



Un disque de rayon $\sqrt{50}$ cm est découpé comme l'indique la figure ci-contre.

On donne $AB = 6$ cm, $BC = 2$ cm et l'angle $\angle ABC$ est un angle droit. Calculer le carré de la distance de B au centre du disque.

EXERCICE 4

Dessinez un cube C (un dessin même approximatif en perspective suffira).

Soient A un de ses sommets et B le sommet opposé, c'est-à-dire tel que le milieu du segment $[AB]$ soit le centre du cube.

Considérons un autre cube C' admettant aussi (A, B) comme couple de sommets opposés.

Certaines arêtes de C rencontrent des arêtes de C' . Justifiez le fait que, en dehors de A et B, on obtient ainsi six points d'intersection entre une arête de C et une arête de C' .

Placez l'un d'eux sur le dessin et expliquez comment placer alors les cinq autres.

V étant le volume de C , quelle est la valeur minimale du volume de la portion d'espace commune aux cubes C et C' ?