OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES
Strasbourg
SESSION DE 2003
Sujets

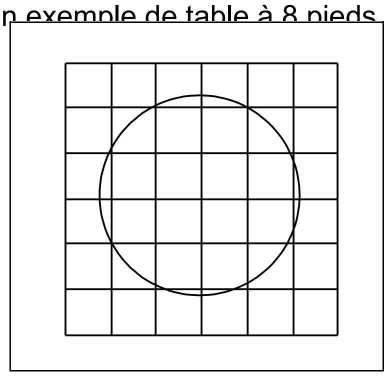
CLASSE DE PREMIERE

DUREE : 4 heures

Les quatre exercices sont indépendants.
Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1 :

René dispose dans son jardin d'une très grande terrasse carrelée avec de très belles dalles carrées de 0,5 m de côté.
Il décide de construire sur cette terrasse une table ronde avec des pieds sur le bord et un parasol central.
René est un bricoleur prévoyant, aussi, pour gagner en stabilité, il décide que la table devra avoir le maximum de pieds, tous solidement fixés dans le sol. Tout comme le parasol car on n'est jamais à l'abri d'un coup de vent…
Mais René est aussi un bricoleur soigneux ; alors, pour ne pas détériorer les dalles, il choisit de percer la terrasse uniquement aux intersections des joints de séparation.
La figure ci-dessous donne un exemple de table à 8 pieds.



Si n désigne le nombre de pieds de la table et d son diamètre exprimé en mètres, on définit le *coefficient de solidité* s de la table par la formule $s=\frac{n}{d}$. Une table est donc d'autant plus solide que son coefficient de solidité est élevé.

1. Calculer le coefficient de solidité de la table dessinée ci-dessus.
2. Quelles sont les deux tables les plus petites ? Préciser leurs coefficients de solidité.
3. Quel est le coefficient de solidité maximal d'une table à 12 pieds ?
4. Quelle est la table la plus solide ?
5. René peut-il fabriquer une table à 16 pieds dont le diamètre exprimé en mètres est un nombre entier ?

Exercice 2 :

Les pages d'un livre sont numérotées de 1 à n (on rappelle que la page numérotée 1 est toujours une page de droite). On additionne les numéros de toutes les pages et on trouve un total égal à 2003. Mais deux pages numérotées sont resté collées et leurs numéros n'ont pas été comptés.

Quel est le nombre de pages du livre et quels sont les numéros des pages collées ?

Exercice 3 :

On se propose de déterminer toutes les configurations de quatre points distincts A, B, C et D du plan tels que leurs distances mutuelles AB, AC, AD, BC, BD et CD ne prennent que deux valeurs exactement que l'on notera x et y. C'est le cas par exemple lorsque ABCD est un carré, x est la longueur des côtés et y celle des diagonales.

1. Etude du cas « 1 ; 5 » où l'une des distances est égales à x et les cinq autres à y.
   Montrer qu'il existe, à l'ordre près des points, une seule configuration répondant à la question.
   Dessiner cette configuration.

2. Etude du cas « 2 ; 4 » où deux des distances sont égales à x et les quatre autres à y.
   a. On suppose que les deux segments de longueur x n'ont pas de sommet commun.
      Quelle configuration obtient-on ? La dessiner.
   b. Que se passe-t-il lorsque les deux segments de longueur x ont un sommet en commun ?

3. Etudier le cas « 3 ; 3 »

Exercice 4 :

				1				
			2	3	4			
		5	6	7	8	9		
	10	11	12	13	14	15	16	
17	18	….						

Une ligne est désignée par le nombre écrit dans sa première case à gauche.
Une colonne est désignée par le nombre écrit dans sa case la plus haute.
Un nombre est repéré par la ligne et la colonne dans lesquels il se trouve.

Par exemple : Le nombre 11 est repéré par (10 ; 5) . Le nombre 8 est repéré par (5 ; 4).

Comment est repéré le nombre 2003 ?