

Le sujet comporte 8 pages numérotées de 2 à 9
Il faut choisir et réaliser seulement trois des quatre exercices proposés.

EXERCICE I

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 3.

Le plan \mathcal{P} est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

On considère la fonction f définie par :

$$\text{pour tout réel } x \geq 0, \quad f(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}.$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans le plan \mathcal{P} .

I-A-1- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Justifier la réponse.

I-A-2- f' désigne la dérivée de f .

$$\text{Pour tout } x \geq 0, f'(x) \text{ s'écrit sous la forme : } f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}.$$

Déterminer l'expression de $h(x)$. Détailler le calcul.

I-A-3- Dresser le tableau des variations de f .

I-A-4- Soient B , C et D les points de \mathcal{C}_f d'abscisses respectives 0 , 5 et 10 .

On note y_B , y_C et y_D leurs ordonnées.

Donner la valeur de y_B et une valeur décimale approchée à 10^{-1} près de y_C et y_D .

Partie B

On considère la fonction g définie par :

$$\text{pour tout réel } x > 0, \quad g(x) = -1 + \ln x.$$

On note \mathcal{C}_g la courbe représentative de g dans le plan \mathcal{P} .

I-B-1- Montrer que, pour tout réel $x > 0$, $f(x) - g(x) = \ln\left(1 + \frac{a}{x}\right) + \frac{b}{x+1}$,
où a et b sont des réels à déterminer.

I-B-2-a- Pour $x > 0$, quel est le signe de $f(x) - g(x)$? Justifier la réponse.

I-B-2-b- En déduire la position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

I-B-3- Soit $x > 0$. On considère les points $M(x; f(x))$ et $N(x; g(x))$.

I-B-3-a- Exprimer la longueur MN en fonction de x .

I-B-3-b- Donner la limite de MN lorsque x tend vers $+\infty$.

I-B-4- Sur la figure est tracée la courbe \mathcal{C}_g . Placer les points B , C et D . Tracer la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point B .

Puis tracer la courbe \mathcal{C}_f en utilisant les résultats des questions **I-B-2-b-** et **I-B-3-b-**.

Partie C

On considère la fonction H définie par :

$$\text{pour tout réel } x > 0, \quad H(x) = (x+2)\ln(x+1) - x \ln x.$$

I-C-1- Montrer que H est une primitive de $f - g$ sur $]0; +\infty[$.

I-C-2- Soit \mathcal{D} le domaine du plan situé entre les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$. On note \mathcal{A} son aire, exprimée en unités d'aires.

I-C-2-a- Hachurer \mathcal{D} sur la figure de la question **I-B-4-**.

I-C-2-b- Calculer \mathcal{A} . Le résultat sera écrit sous la forme $\mathcal{A} = \alpha \ln 2 + \beta \ln 3$ où α et β sont des entiers relatifs à déterminer.

NE RIEN INSCRIRE ICI




REPONSES A L'EXERCICE I

I-A-1- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. En effet :

$$\ln(x+1) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty \quad \text{et} \quad \frac{x}{x+1} = \frac{x}{x(1+\frac{1}{x})} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1$$

I-A-2- Pour tout $x \geq 0$, $h(x) = x$. En effet :

$$f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1 \times (x+1) - x \times 1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x+1-1}{(x+1)^2} = \frac{x}{(x+1)^2}$$

I-A-3-	I-A-4-									
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td colspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> </tr> </table>	x	0	$+\infty$	$f'(x)$	0	+	$f(x)$			$y_B = 0$ $y_C \approx 1$ $y_D \approx 1,5$
x	0	$+\infty$								
$f'(x)$	0	+								
$f(x)$										

I-B-1- $a = 1$ $b = 1$ en effet :

Par définition de $f(x)$ et $g(x)$, on a : $f(x) - g(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1} + 1 - \ln x$

Alors $f(x) - g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \frac{-x+x+1}{x+1} = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x+1}$

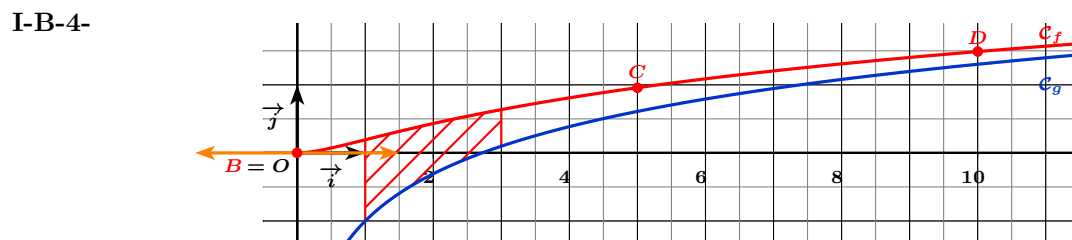
I-B-2-a- Pour tout $x > 0$, $f(x) - g(x) > 0$. En effet :

$$\frac{1}{x+1} > 0 \quad \text{et}$$

$$1 + \frac{1}{x} > 1 \quad \text{donc} \quad \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) > \ln 1 \quad (\text{car } \ln \text{ est strictement croissante}) \quad \text{avec } \ln 1 = 0.$$

I-B-2-b- Position relative de \mathcal{C}_f et de \mathcal{C}_g : \mathcal{C}_f est au-dessus de \mathcal{C}_g .

I-B-3-a- $MN = f(x) - g(x)$	I-B-3-b- $\lim_{x \rightarrow +\infty} MN = 0$
------------------------------------	---



I-C-1- H est une primitive de $f - g$ sur $]0; +\infty[$. En effet : $\forall x > 0, H'(x) = f(x) - g(x)$

$$\begin{aligned} \text{car } H'(x) &= 1 \times \ln(x+1) + (x+2) \times \frac{1}{x+1} - \left(1 \times \ln x + x \times \frac{1}{x}\right) \\ &= \ln(x+1) - \ln(x) + \frac{x+2}{x+1} - 1 \\ &= \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

I-C-2-a- Utiliser la figure de la question **I-B-4-**

I-C-2-b- $\mathcal{A} = \alpha \ln 2 + \beta \ln 3$ avec $\alpha = 7$ et $\beta = -3$. En effet :

$$\mathcal{A} = \int_1^3 (f(x) - g(x)) dx = [H(x)]_1^3 = H(3) - H(1)$$

avec $H(3) = 5 \ln 4 - 3 \ln 3 = 10 \ln 2 - 3 \ln 3$ et $H(1) = 3 \ln 2 - 1 \ln 1 = 3 \ln 2$

EXERCICE II

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 5.

Dans cet exercice, pour chaque probabilité demandée, on donnera sa valeur exacte sous la forme d'une fraction irréductible.

Partie A

II-A-1- Donner l'ensemble F_1 des solutions de l'équation (E_1) d'inconnue réelle x :

$$(E_1) \quad 4x^2 - 4x + 1 = 0.$$

II-A-2- En déduire l'ensemble F_2 des solutions de l'équation (E_2) d'inconnue réelle λ :

$$(E_2) \quad 4e^{-2\lambda} - 4e^{-\lambda} + 1 = 0.$$

Justifier la réponse.

Partie B

A une sortie d'autoroute, il y a une seule barrière de péage et une étude a montré que le temps d'attente d'un véhicule arrivant à la barrière avant le franchissement du péage, exprimé en minutes, peut être représenté par une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre λ , avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

L'étude a montré par ailleurs que la probabilité que le temps d'attente d'un véhicule soit compris entre une et deux minutes est égale à $\frac{1}{4}$.

II-B-1- On rappelle que, pour tout $t \geq 0$, la probabilité $P(T \leq t)$ que l'attente d'un véhicule dure moins de t minutes est donnée par : $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

II-B-1-a Ecrire $P(1 \leq T \leq 2)$ en fonction de λ .

II-B-1-b En utilisant la question II-A-2-, montrer que $\lambda = \ln 2$.

On a donc : pour tout $t \geq 0$, $P(T \leq t) = 1 - e^{-(\ln 2)t}$.

II-B-2- Un véhicule arrive au péage.

II-B-2-a- Déterminer la probabilité P_1 qu'il attende au plus une minute. Détailler le calcul.

II-B-2-b- Déterminer la probabilité P_2 qu'il attende au moins deux minutes. Détailler le calcul.

II-B-2-c- Déterminer la probabilité P_3 qu'il attende au moins trois minutes, sachant qu'il a attendu au moins deux minutes. Justifier soigneusement la réponse.

Partie C

Le trafic augmentant, la société d'autoroute a installé une deuxième barrière de péage.

Le passage d'un véhicule au péage sera dit "**rapide**" lorsque son temps d'attente est inférieur ou égal à une minute et "**lent**" dans le cas contraire.

La probabilité que le véhicule choisisse la **première barrière** est égale à $\frac{2}{3}$ et, dans ce cas, la probabilité que son passage soit **rapide** est égale à $\frac{1}{2}$. Lorsque le véhicule choisit la **deuxième barrière**, plus moderne, la probabilité que son passage soit **rapide** est égale à $\frac{3}{5}$.

Un véhicule arrive au péage. On considère les événements :

B_1 : "le véhicule choisit la **première barrière**"

R : "le passage au péage est **rapide**"

B_2 : "le véhicule choisit la **deuxième barrière**"

L : "le passage au péage est **lent**"

II-C-1- Compléter l'arbre ci-contre avec les probabilités correspondantes.

II-C-2- Déterminer la probabilité P_4 que le passage du véhicule au péage soit **rapide**.
Détailler le calcul.

II-C-3- Déterminer la probabilité P_5 que le véhicule ait choisi la **deuxième barrière**, sachant que son passage a été **lent**. Justifier soigneusement le résultat.

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE II

II-A-1-	$F_1 = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
II-A-2-	$F_2 = \{\ln 2\}$. En effet : $(E_2) \Leftrightarrow 4e^{-2\lambda} - 4e^{-\lambda} + 1 = 0 \Leftrightarrow 4(e^{-\lambda})^2 - 4e^{-\lambda} + 1 = 0$ $\Leftrightarrow e^{-\lambda} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\lambda = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \lambda = -\ln\frac{1}{2} = \ln 2$
II-B-1-a-	$P(1 \leq T \leq 2) = e^{-\lambda} - e^{-2\lambda}$
II-B-1-b-	$\lambda = \ln 2$. En effet : $P(1 \leq T \leq 2) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow e^{-\lambda} - e^{-2\lambda} = \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow 4e^{-2\lambda} - 4e^{-\lambda} + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \lambda = \ln 2$
II-B-2-a-	$P_1 = \frac{1}{2}$. En effet : $P_1 = P(T \leq 1) = 1 - e^{-\ln 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
II-B-2-b-	$P_2 = \frac{1}{4}$. En effet : $P_2 = P(T \geq 2) = 1 - P(T < 2) = 1 - P(T \leq 2)$ Alors $P_2 = 1 - (1 - e^{-2\ln 2}) = e^{-2\ln 2} = \frac{1}{4}$
II-B-2-c-	$P_3 = \frac{1}{2}$. En effet : la loi exponentielle étant une loi sans mémoire, on a : $P_3 = P_{T \geq 2}(T \geq 3) = P(T \geq 1)$ D'où $P_3 = 1 - P(T < 1) = 1 - P(T \leq 1) = 1 - P_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
II-C-1-	
II-C-2-	$P_4 = \frac{8}{15}$. En effet : $P_4 = P(R) = P_{B_1}(R) \times P(B_1) + P_{B_2}(R) \times P(B_2) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$
II-C-3-	$P_5 = \frac{2}{7}$. En effet : $P_5 = P_L(B_2) = \frac{P(B_2 \cap L)}{P(L)} = \frac{P_{B_2}(L) \times P(B_2)}{1 - P(R)} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}}{1 - \frac{8}{15}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{7}{15}} = \frac{2}{7}$

EXERCICE III

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 7.

Dans cet exercice, n désigne un entier naturel non nul.

Partie A

- III-A-1-** On considère la suite géométrique $(v_n)_{n \geq 1}$ de raison $q = \frac{3}{4}$ et de premier terme $v_1 = 1$.
- III-A-1-a-** Donner les valeurs exactes de v_2 et v_3 .
- III-A-1-b-** Donner, pour tout $n \geq 1$, l'expression de v_n en fonction de n .
- III-A-2-** On pose, pour tout $n \geq 1$, $A_n = \sum_{k=1}^n v_k = v_1 + \dots + v_n$.
- III-A-2-a-** Donner les valeurs exactes de A_1 , A_2 et A_3 .
- III-A-2-b-** Montrer que, pour tout $n \geq 1$, $A_n = 4 \left(1 - \left(\frac{3}{4} \right)^n \right)$.
- III-A-2-c-** La suite $(A_n)_{n \geq 1}$ est convergente. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n$. Justifier la réponse.
- III-A-2-d-** Déterminer le plus petit entier n tel que $A_n \geq 3$. On le notera n_0 . Justifier soigneusement la réponse.

Partie B

On effectue le coloriage d'un carré de côté 2 unités de longueur avec les consignes suivantes :

Étape 1 : partager le carré initial en quatre carrés identiques de côté de longueur c_1 et colorier le carré situé en bas à gauche comme indiqué sur la figure ci-contre.

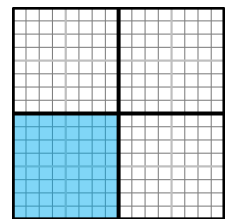
Étape 2 : pour chacun des carrés non encore coloriés, faire un partage en quatre carrés identiques de côté de longueur c_2 et colorier le carré situé en bas à gauche comme indiqué sur la figure ci-contre.

On poursuit le coloriage du carré selon le même procédé à chaque étape.

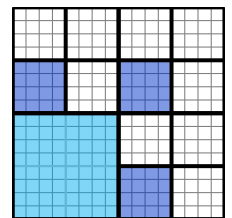
Autrement dit, pour tout $n \geq 1$:

Étape n : pour chacun des k_n carrés non encore coloriés, faire un partage en quatre carrés identiques de côté de longueur c_n et colorier le carré situé en bas à gauche. On colorie k_n carrés à l'étape n .

On remarque que $k_1 = 1$, $k_2 = 3$.



Étape 1

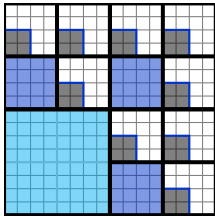


Étape 2

- III-B-1-** Faire le coloriage de l'étape 3.
- III-B-2-a-** Donner la valeur de k_3 .
- III-B-2-b-** Donner, pour tout $n \geq 1$, l'expression de k_{n+1} en fonction de k_n .
- III-B-2-c-** En déduire, pour tout $n \geq 1$, l'expression de k_n en fonction de n .
- III-B-3-a-** Donner les valeurs de c_1 , c_2 et c_3 .
- III-B-3-b-** Justifier que, pour tout $n \geq 1$, $c_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.
- III-B-4-** Justifier que l'aire, en unités d'aire (u.a.), de la surface qui est coloriée lors de l'étape n est égale au terme v_n de la suite définie dans la question III-A-1-.
- III-B-5-a-** Que vaut l'aire, en u.a., de la surface totale coloriée à l'issue de l'étape n ?
- III-B-5-b-** Déterminer le nombre d'étapes minimal nécessaire pour colorier au moins les trois quarts du carré initial. Justifier la réponse.

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE III

III-A-1-a-	$v_2 = qv_1 = \frac{3}{4}$	$v_3 = qv_2 = \frac{9}{16}$	
III-A-1-b-	Pour tout $n \geq 1$, $v_n = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$		
III-A-2-a-	$A_1 = 1$	$A_2 = \frac{7}{4}$	$A_3 = \frac{37}{16}$
III-A-2-b-	Soit $n \geq 1$. Détail du calcul de A_n : $A_n = v_1 + \dots + v_n = 1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \frac{3}{4}} = 4 \times \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)$		
III-A-2-c-	$(A_n)_{n \geq 1}$ est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = 4$. En effet : Comme $\left \frac{3}{4}\right < 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$ et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = 4(1 - 0) = 4$.		
III-A-2-d-	$n_0 = 5$. En effet : $A_n \geq 3 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^n \leq \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow n \ln\left(\frac{3}{4}\right) \leq \ln\left(\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln\left(\frac{3}{4}\right)}$ (car $\ln\left(\frac{3}{4}\right) < 0$). De plus $\frac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln\left(\frac{3}{4}\right)} \approx 4,81$		
III-B-1-		III-B-2-a-	$k_3 = 9$
Étape 3		III-B-2-b-	Pour tout $n \geq 1$, $k_{n+1} = 3k_n$
		III-B-2-c-	Pour tout $n \geq 1$, $k_n = 3^{n-1}$
III-B-3-a-	$c_1 = 1$	$c_2 = \frac{1}{2}$	$c_3 = \frac{1}{4}$
III-B-3-b-	Pour tout $n \geq 1$, $c_n = \frac{1}{2^{n-1}}$. En effet : $(c_n)_{n \geq 1}$ est une suite géométrique de premier terme $c_1 = 1$ et de raison $\frac{1}{2}$.		
III-B-4-	L'aire, en u.a. , de la surface qui est coloriée lors de l'étape n est égale à v_n En effet : elle vaut $k_n \times (c_n)^2 = 3^{n-1} \times \left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = v_n$		
III-B-5-a	L'aire, en u.a. , de la surface totale coloriée à l'issue de l'étape n , vaut : $v_1 + v_2 + \dots + v_n = A_n$		
III-B-5-b-	On a colorié au moins les trois quarts du carré initial à l'issue de l'étape $n_0 = 5$ En effet : l'aire du carré initial vaut 4. Donc $A_n \geq \frac{3}{4} \times 4 \Leftrightarrow A_n \geq 3 \Leftrightarrow n \geq n_0$.		

EXERCICE IV

Donner les réponses à cet exercice dans le cadre prévu à la page 9.

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère :

- les points A, B, C, D et E de coordonnées respectives :

$$A(0; 4; -1), \quad B(-2; 4; -5), \quad C(1; 1; -5), \quad D(1; 0; -4), \quad E(-1; 2; -3);$$

- la droite \mathcal{D} définie par le système d'équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = -3 + k \\ y = k \\ z = -5 + k \end{cases}, \text{ avec } k \in \mathbb{R};$$

- le plan \mathcal{P}_1 d'équation cartésienne : $x + 2z + 7 = 0$.

IV-1-a- Donner les coordonnées d'un vecteur normal \vec{n}_1 au plan \mathcal{P}_1 .

IV-1-b- Soit I le milieu du segment $[AB]$. Montrer que I appartient au plan \mathcal{P}_1 .

IV-1-c- Montrer que la droite (AB) est orthogonale au plan \mathcal{P}_1 .

IV-2- Soit \mathcal{P}_2 le plan d'équation cartésienne : $x - y + d = 0$, où d désigne un réel.

IV-2-a- Donner les coordonnées d'un vecteur normal \vec{n}_2 au plan \mathcal{P}_2 .

IV-2-b- Soit J le point de coordonnées $(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -5)$.

Déterminer d pour que J appartienne au plan \mathcal{P}_2 . Justifier la réponse.

IV-3-a- Donner les coordonnées du vecteur \vec{CD} .

IV-3-b- Calculer les coordonnées du milieu K du segment $[CD]$.

IV-3-c- Soit \mathcal{P}_3 le plan passant par K et orthogonale à la droite (CD) .

Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P}_3 . Justifier la réponse.

IV-4- Le but de cette question est de prouver que les plans $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$ et \mathcal{P}_3 ont comme seul point commun, le point E .

IV-4-a- Justifier que les plans \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 sont sécants et que leur droite d'intersection est la droite \mathcal{D} .

IV-4-b- Montrer que la droite \mathcal{D} coupe le plan \mathcal{P}_1 au point E .

IV-5-a- Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{EA}, \vec{EB}, \vec{EC}$ et \vec{ED} .

IV-5-b- Donner les distances EA, EB, EC et ED . Détailler le calcul pour ED .

IV-5-c- On en déduit que A, B, C et D appartiennent à une sphère \mathcal{S} dont on précisera le centre et le rayon R . Justifier la réponse.

IV-5-d- Donner une équation cartésienne de la sphère \mathcal{S} .

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE IV

IV-1-a-	$\vec{n}_1 (1; 0; 2)$	
IV-1-b-	<p>I appartient au plan \mathcal{P}_1. En effet :</p> <p>Les coordonnées de $I(-1; 4; -3)$ vérifient l'équation de $\mathcal{P}_1 : -1 + 2 \times (-3) + 7 = 0$.</p>	
IV-1-c-	<p>La droite (AB) est orthogonale au plan \mathcal{P}_1. En effet :</p> <p>Son vecteur directeur $\vec{AB}(-2; 0; -4)$ vérifie $\vec{AB} = -2\vec{n}_1$.</p>	
IV-2-a-	$\vec{n}_2 (1; -1; 0)$	
IV-2-b-	<p>$d = 3$. En effet : les coordonnées de $J(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -5)$ vérifient l'équation de $\mathcal{P}_2 :$ $-\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + d = 0$ soit $-3 + d = 0$.</p>	
IV-3-a-	$\vec{CD} (0; -1; 1)$	IV-3-b- $K (1; \frac{1}{2}; -\frac{9}{2})$
IV-3-c-	<p>Equation cartésienne du plan $\mathcal{P}_3 : -y + z + 5 = 0$. En effet :</p> <p>$\mathcal{P}_3$ ayant pour vecteur normal $\vec{CD} (0; -1; 1)$, une équation cartésienne de \mathcal{P}_3 est de la forme $-y + z + d = 0$.</p> <p>Les coordonnées de $K (1; \frac{1}{2}; -\frac{9}{2})$ vérifient l'équation de $\mathcal{P}_3 : -\frac{1}{2} - \frac{9}{2} + d = 0$ soit $-5 + d = 0$.</p>	
IV-4-a-	<p>Les plans \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 sont sécants et $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \mathcal{D}$. En effet :</p> <p>Les plans sont sécants car leurs vecteurs normaux $\vec{n}_2 (1; -1; 0)$ et $\vec{CD} (0; -1; 1)$ ne sont pas colinéaires.</p> <p>De plus, tout point de \mathcal{D} appartient à \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 car :</p> <p>Pour tout $k \in \mathbb{R}$, $-3 + k - k + 3 = 0$ et $-k - 5 + k + 5 = 0$</p>	
IV-4-b-	<p>La droite \mathcal{D} coupe le plan \mathcal{P}_1 au point E. En effet : Soit $M(x; y; z)$.</p> $M \in \mathcal{D} \cap \mathcal{P}_1 \Leftrightarrow x + 2z + 7 = 0 \text{ et il existe } k \in \mathbb{R} \text{ tel que } \begin{cases} x + 2z + 7 = 0 \\ x = -3 + k \\ y = k \\ z = -5 + k \end{cases}$ <p>Ce qui donne $-3 + k + 2(-5 + k) + 7 = 0$ soit $3k - 6 = 0$ et donc $k = 2$. Alors $x = -1; y = 2; z = -3$. D'où $M = E$.</p>	
IV-5-a-	$\vec{EA} (1; 2; 2)$ $\vec{EC} (2; -1; -2)$	$\vec{EB} (-1; 2; -2)$ $\vec{ED} (2; -2; -1)$
IV-5-b-	<p>$EA = 3$ $EB = 3$ $EC = 3$</p> <p>$ED = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9} = 3$</p>	
IV-5-c-	<p>La sphère \mathcal{S} a pour centre E et pour rayon $R = 3$. En effet :</p> <p>$EA = EB = EC = ED = 3$</p>	
IV-5-d-	<p>Equation cartésienne de la sphère $\mathcal{S} :$ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$</p>	