



CONCOURS Geipi Polytech

MATHÉMATIQUES & PHYSIQUE-CHIMIE

Epreuves du Mardi 30 avril 2019

Le sujet comporte ce livret d'énoncés et deux livrets « document réponses », l'un en Mathématiques, l'autre en Physique-Chimie.

Vous devez :

- Lire et appliquer les consignes listées sur les documents réponses
- Ecrire vos réponses dans les cadres prédéfinis.

Nous vous conseillons de répartir équitablement les 3 h d'épreuves entre les sujets de Mathématiques et de Physique-Chimie.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Tout échange de calculatrices entre candidats, pour quelque raison que ce soit, est interdit.

Aucun document n'est autorisé.

L'usage d'un téléphone ou de tout objet communiquant est interdit.

Le sujet de **PHYSIQUE-CHIMIE** est composé de 4 exercices (pages 2 à 5).

La durée conseillée pour ce sujet est de 1h30.

Vous ne devez traiter que 3 exercices sur les 4 proposés. Si vous traitez les 4 exercices, seules seront retenues les 3 meilleures notes.

Chaque exercice est noté sur 20 points. Le sujet est donc noté sur 60 points.

Le sujet de **MATHÉMATIQUES** est composé de 4 exercices (pages 6 à 9).

La durée conseillée pour ce sujet est de 1h30.

Vous ne devez traiter que 3 exercices sur les 4 proposés. Si vous traitez les 4 exercices, seules seront retenues les 3 meilleures notes.

Chaque exercice est noté sur 20 points. Le sujet est donc noté sur 60 points.

Mathématiques - EXERCICE III

La première question est indépendante.

III-1- VRAI-FAUX

On considère, dans l'espace, deux droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' et deux plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' .

Pour chacune des assertions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. *Aucune justification n'est demandée. Une réponse incorrecte sera pénalisée, une absence de réponse ne sera pas pénalisée.*

- A) Si \mathcal{D} et \mathcal{D}' ne sont pas parallèles, alors elles sont sécantes.
- B) Si \mathcal{D} et \mathcal{D}' sont sécantes, alors elles sont coplanaires.
- C) Si \mathcal{D} est orthogonale à \mathcal{P} , alors elle est orthogonale à toute droite contenue dans \mathcal{P} .
- D) Si \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont parallèles, alors toute droite de \mathcal{P} est parallèle à toute droite de \mathcal{P}' .

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère :

- les points A, B et C de coordonnées respectives :

$$A(1; 1; 1) \qquad B\left(1; 1; \frac{3}{2}\right) \qquad C(2; 1; 1)$$

- le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne : $x - y + 2z - 3 = 0$.

III-2- Parmi les points A, B et C , lesquels appartiennent au plan \mathcal{P} ?

III-3- QCM

Parmi les vecteurs suivants, lesquels sont normaux au plan \mathcal{P} ?

- A) $\vec{n}_1(2; 0; -1)$
- B) $\vec{n}_2(-1; 2; -3)$
- C) $\vec{n}_3(1; -1; 2)$
- D) $\vec{n}_4(-2; 2; -4)$

III-4- Soit \mathcal{D} la droite passant par le point A et orthogonale au plan \mathcal{P} .

Donner un système d'équations paramétriques de la droite \mathcal{D} .

III-5- Soit K le projeté orthogonal du point A sur le plan \mathcal{P} .

Déterminer les coordonnées $(x_K; y_K; z_K)$ du point K . Justifier la réponse.

III-6- Donner les coordonnées du vecteur \vec{BC} .

III-7- Soit \mathcal{P}_1 le plan passant par le point A et orthogonal à la droite (BC) .

Donner une équation cartésienne du plan \mathcal{P}_1 .

III-8- QCM

Parmi les systèmes paramétriques suivants, lesquels représentent la droite (BC) ?

- A) $\begin{cases} x = 2 + 2k \\ y = 1 \\ z = 1 + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$
- B) $\begin{cases} x = -2k \\ y = 1 \\ z = 2 + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$
- C) $\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = k \\ z = -\frac{1}{2} + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$
- D) $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 1 + 2k \\ z = 1 + \frac{5}{2}k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

III-9- Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) .

Donner les coordonnées $(x_H; y_H; z_H)$ du point H .

III-10- Déterminer une équation du plan \mathcal{P}_2 passant par le point A et parallèle à \mathcal{P} . Justifier la réponse.

III-11- Calculer la distance d entre les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}_2 . Détailler le calcul.

III-12- VRAI-FAUX

Pour chacune des assertions suivantes concernant les positions relatives des droites (BC) et (HK) , indiquer si elle est vraie ou fausse. *Aucune justification n'est demandée. Une réponse incorrecte sera pénalisée, une absence de réponse ne sera pas pénalisée.*

- A) Elles sont sécantes
- B) Elles sont parallèles
- C) Elles sont orthogonales
- D) Elles sont coplanaires

Mathématiques - EXERCICE IV

Les trois parties sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, a désigne un nombre réel strictement supérieur à 1.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soient A et B les points d'affixes respectives :

$$z_A = 2 + 2i\sqrt{a^2 - 1} \quad \text{et} \quad z_B = 4$$

On définit les points C, D, H par :

- C est le symétrique de A par rapport à l'axe (O, \vec{u}) ;
- D est le symétrique de A par rapport au point O ;
- H est le projeté orthogonal de B sur la droite (AD) .

On note z_C, z_D et z_H les affixes respectives des points C, D et H .

Première partie

Dans cette partie, on suppose que $a = 2$.

IV-1- Écrire la forme algébrique de z_A . Donner son module $|z_A|$.
Puis écrire la forme exponentielle de z_A .

IV-2- Donner la valeur de z_C sous forme algébrique et exponentielle.

IV-3- QCM

Parmi les expressions suivantes, laquelle correspond à la forme exponentielle de z_D ?

- | | |
|--|---|
| A) $z_D = 4 e^{-\frac{i\pi}{3}}$ | B) $z_D = -4 e^{\frac{i\pi}{3}}$ |
| C) $z_D = 4 e^{-\frac{2i\pi}{3}}$ | D) $z_D = -4 e^{-\frac{2i\pi}{3}}$ |

IV-4- Sur la figure, placer les points A, B, C, D .

Faire apparaître la construction qui vous permet de placer les points correctement.

IV-5- Donner la nature précise du triangle OAB et du quadrilatère $ABCD$.

IV-6- Justifier géométriquement que $z_H = \frac{1}{2}z_A$. En déduire la forme algébrique de z_H .
Placer le point H sur la figure de la question **IV-4-**

IV-7- QCM

Soit \mathcal{A} l'aire, en unités d'aire, du quadrilatère $ABCD$. Quelle est la valeur exacte de \mathcal{A} ?

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| A) $\mathcal{A} = 24\sqrt{3}$ | B) $\mathcal{A} = 16\sqrt{3}$ |
| C) $\mathcal{A} = 12\sqrt{3}$ | D) $\mathcal{A} = 8\sqrt{3}$ |

Dans la suite, a est quelconque

Deuxième partie

IV-8- Notons ℓ_1 et ℓ_2 les longueurs respectives des diagonales $[OB]$ et $[AC]$ du losange $OABC$.
Donner la valeur exacte de ℓ_1 . Donner une expression de ℓ_2 en fonction de a .

IV-9- Pour quelle(s) valeur(s) de a le quadrilatère $OABC$ est-il un carré ? Justifier la réponse.

Troisième partie

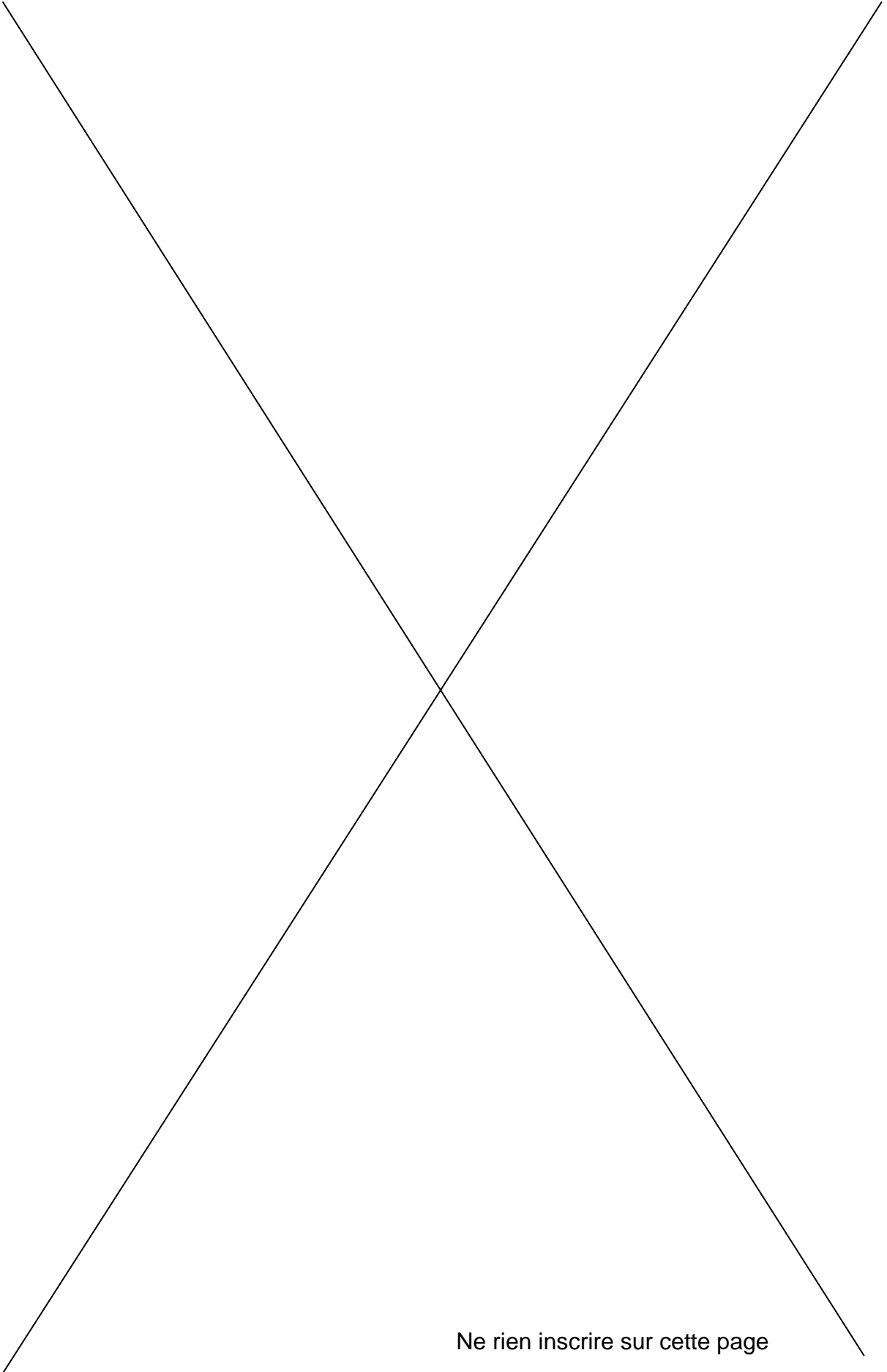
Soient (E) et (E') les équations d'inconnue complexe z :

$$(E) : z^2 - 4z + 4a^2 = 0 \quad (E') : z^3 - 4z^2 + 4a^2z = 0$$

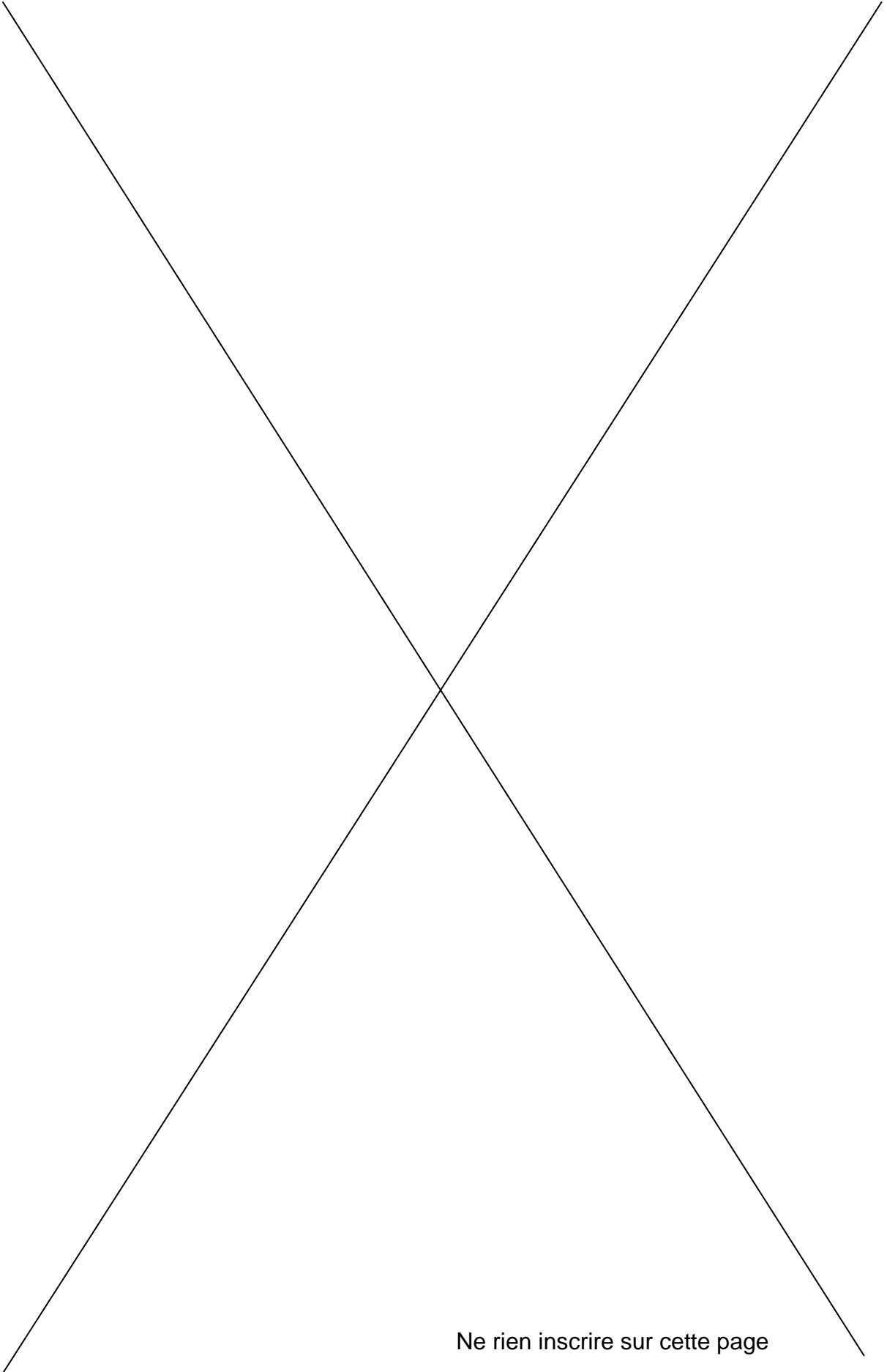
IV-10- Justifier que l'équation (E) admet deux racines complexes non réelles.

IV-11- On note z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E) .
Donner les expressions de z_1 et z_2 en fonction de a .

IV-12- En déduire l'ensemble \mathcal{E}' des solutions de l'équation (E') .



Ne rien inscrire sur cette page



Ne rien inscrire sur cette page