CPE Lyon – EPMI – ESAIP – ESCOM – ESEO – ESIEE Amiens – ESIEE Paris – ESIGELEC
HEI – ISEN Brest – ISEN Lille – ISEN Toulon – ISEP – LASALLE Beauvais

BANQUE D'ÉPREUVES FESIC

Concours Puissance 11 - LaSalle Beauvais

Admission en 1ère année après bac

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Samedi 17 mai 2014 de 13h30 à 16h00

INSTRUCTIONS AUX CANDIDATS

L'usage de la calculatrice est interdit ainsi que tout document ou formulaire.

L'épreuve comporte 16 exercices indépendants. Vous ne devez en traiter que 12 maximum. Si vous en traitez davantage, seuls les 12 premiers seront corrigés.

Un exercice comporte 4 affirmations repérées par les lettres a, b, c, d. Vous devez indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie (V) ou fausse (F).

Un exercice est considéré comme traité dès qu'une réponse à une des 4 affirmations est donnée (l'abstention et l'annulation ne sont pas considérées comme réponse).

Toute réponse exacte rapporte un point.

Toute réponse inexacte entraîne le retrait d'un point.

L'annulation d'une réponse ou l'abstention n'est pas prise en compte, c'est-à-dire ne rapporte ni ne retire aucun point.

Une bonification d'un point est ajoutée chaque fois qu'un exercice est traité correctement en entier (c'est-à-dire lorsque les réponses aux 4 affirmations sont exactes).

L'attention des candidats est attirée sur le fait que, dans le type d'exercices proposés, une lecture attentive des énoncés est absolument nécessaire, le vocabulaire employé et les questions posées étant très précis.

INSTRUCTIONS POUR REMPLIR LA FEUILLE DE RÉPONSES

Les épreuves de la FESIC sont des questionnaires à correction automatisée. Votre feuille sera corrigée automatiquement par une machine à lecture optique. Vous devez suivre scrupuleusement les instructions suivantes :

Pour remplir la feuille de réponses, vous devez utiliser un stylo bille ou une pointe feutre de couleur noire ou bleue. Ne jamais raturer, ni gommer, ni utiliser un effaceur. Ne pas plier ou froisser la feuille.

1. Collez l’étiquette code-barres qui vous sera fournie (le code doit être dans l’axe vertical indiqué). Cette étiquette, outre le code-barres, porte vos nom, prénom, numéro de table et matière. Vérifiez bien ces informations.

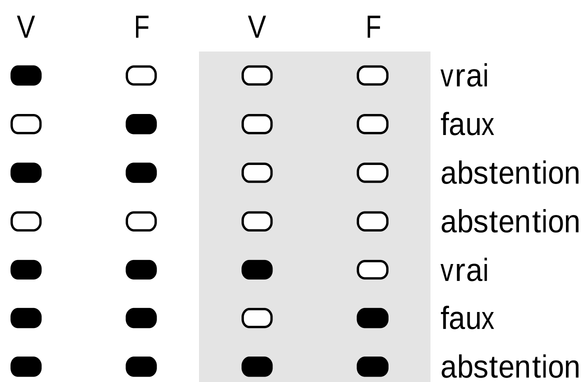
Exemple :

2. Noircissez les cases correspondant à vos réponses :

Faire

Ne pas faire

Pour modifier une réponse, il ne faut ni raturer, ni gommer, ni utiliser un effaceur. Annuler la réponse par un double marquage (cocher F et V) puis reporter la nouvelle réponse éventuelle dans la zone tramée (zone de droite). La réponse figurant dans la zone tramée n'est prise en compte que si la première réponse est annulée. Les réponses possibles sont :



Attention : vous ne disposez que d'une seule feuille de réponses. En cas d'erreur, vous devez annuler votre réponse comme indiqué ci-dessus. Toutefois, en cas de force majeure, une seconde feuille pourra vous être fournie par le surveillant.

Exercice n°1

Bases en Analyse.

Les questions sont indépendantes.

a) *Soit $x \in \mathbb{R}$, la dérivée de $x \mapsto \frac{x}{e^x}$ est $x \mapsto \frac{x-1}{e^x}$.*

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = +\infty$.

Soit f une fonction définie sur $]0;+\infty[$ telle que, pour tout $x > 0$: $\frac{1}{x} \leq f(x) \leq \frac{x}{e^x}$.

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n non nul, par $u_n = \ln\left(\frac{1}{n}\right)$.

d) *La suite (u_n) converge vers 0.*

Exercice n°2

Bases en Géométrie.

Les questions sont indépendantes.

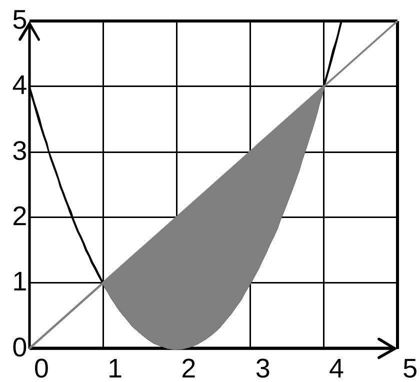
Soit (P) et (Q) les plans d'équations respectives $(P): 2x + y + z = 2$ et $(Q): x + y - z = 0$.

a) *L'intersection des plans (P) et (Q) a pour équation x + 2z = 2.*

Soit (D) la droite dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = t + 3 \\ y = -t + 1 \\ z = 2 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

b) *(D) est perpendiculaire au plan (P) d'équation $x - y + 2z = 0$.*

c) *Sur le graphique ci-dessous, nous avons tracé les courbes représentatives des fonctions $f : x \mapsto x$ et $g : x \mapsto (x-2)^2$. L'aire A du domaine hachuré est égale à $A = \frac{9}{2}$ unités d'aire.*

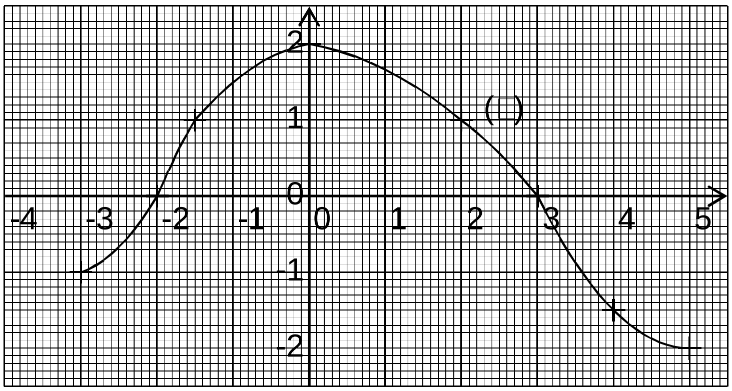


d) *La courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f définie sur $]1;+\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}\right)$ admet une asymptote horizontale d'équation y = ln 2.*

Exercice n°3

Lecture graphique :

f est une fonction définie et dérivable sur $[-3\,;5]$ de courbe représentative $(\mathcal{C})$.
On donne ci-dessous la courbe (Γ) représentative de sa fonction dérivée *f* '.



a) *$(\mathcal{C})$ admet une tangente horizontale en $x = 0$.*
b) *f admet un minimum relatif en $x = -2$.*
c) *La fonction f est strictement décroissante sur $[\,0\,;\,5\,]$.*
d) *Les tangentes à $(\mathcal{C})$ aux points d'abscisses $-\dfrac{3}{2}$ et 2 sont parallèles.*

Exercice n°4

Suite définie par un algorithme

Soit $n \in \mathbb{N}$, on considère la suite (u_n) où u_n est le réel affiché par l'algorithme ci-contre lorsque l'utilisateur entre la valeur de *n*.

```
VARIABLES
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE n
  u PREND_LA_VALEUR 2
  k PREND_LA_VALEUR 0
  TANT_QUE (k<n) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    k PREND_LA_VALEUR k+1
    u PREND_LA_VALEUR u+2*(k-1)+1
    FIN_TANT_QUE
  AFFICHER u
FIN_ALGORITHME
```

a) $u_3 = 11$.
b) *Pour tout entier naturel n,* $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$.
c) *La suite (u_n) est strictement croissante.*
d) *Pour tout entier naturel n,* $u_n = n^2 + 2$.

Exercice n°5

Bases sur les complexes

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère les nombres complexes $z_1 = \left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$ et $z_2 = \dfrac{1+i}{\sqrt{3}-i}$.

a) $z_1^2 = -8\sqrt{3}+8i$.

b) $\left|z_2\right| = \sqrt{2}$.

c) $\arg\left(z_1^2\right) = \dfrac{5\pi}{6}\left(2\pi\right)$.

d) $z_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$.

Exercice n°6

Bases de logique.

Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. x et y sont deux nombres réels et z est le nombre complexe x + iy.

a) *La négation de la proposition : « $x \geq 0$ et $y \geq 0$ » est la proposition « $x < 0$ et $y < 0$ ».*

b) *Si $x = y$ alors $\arg(z) = \dfrac{\pi}{4}$ (modulo 2π).*

c) *La réciproque de la proposition précédente est vraie.*

d) *On suppose $z \neq 0$. Si $z = \dfrac{1}{z}$, alors $x = 0$ ou $y = 0$.*

Exercice n°7

Calculs de limites.

a) *La fonction $x \mapsto x + \sin(x)$ n'a pas de limite lorsque x tend vers $+\infty$.*

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos(x)+2}{\cos(x)+x} = 1$.

c) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x+3x}{x+1} = 0$.

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x^2} = 1$.

Exercice n°8

Calculs d'intégrales.

a) $\displaystyle\int_2^4 \frac{3}{x^2}\,dx = \frac{5}{4}$.

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par. $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+2x}$.

b) *La fonction F définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x) = 1 + \dfrac{\ln(x^2+2x)}{2}$ est une primitive de f.*

c) $\displaystyle\int_1^e \frac{1+t}{t^2}\,dt = 2 - \frac{1}{e}$.

d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x - xe^x}{e^{2x}}\,dx = \frac{1}{e}$.

Exercice n°9

Transformation complexe.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. Soit f la transformation du plan complexe qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' = (1 + i) z + 1.

a) *L'image, par f, du point B d'affixe 2 est le point C d'affixe 3+2i.*
b) *Le point A d'affixe i est le seul point invariant par f.*
c) *L'image, par f, de l'axe des réels est la droite (BC).*
d) *Soit D le point d'affixe 1. Pour tout point M distinct de A et de D, le triangle DMM' est isocèle en M.*

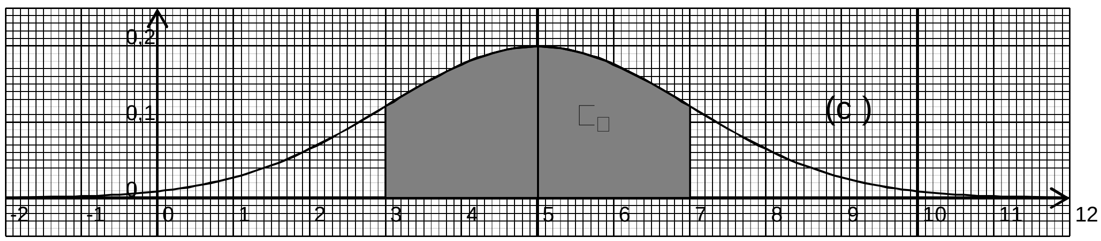
Exercice n°10

Loi normale.

Dans tout l'exercice, on suppose T une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$ avec μ et σ deux entiers naturels.

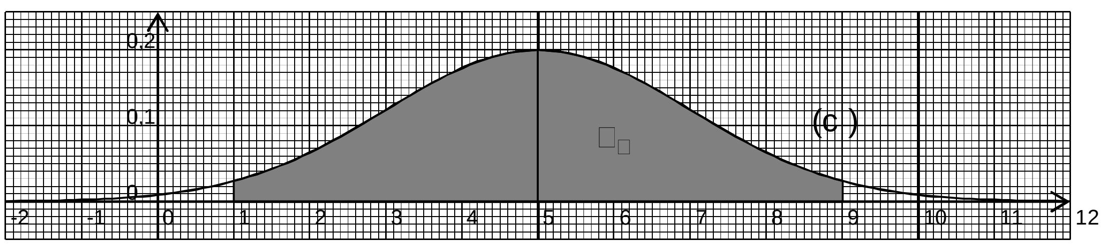
La densité de probabilité de cette loi, notée *f*, est représentée ci-dessous par la courbe $(\mathcal{C})$.

On suppose que $(\mathcal{C})$ admet la droite $x = 5$ comme axe de symétrie et que l'aire du domaine A_1 (représentée en gris) est environ égale à 0,68.

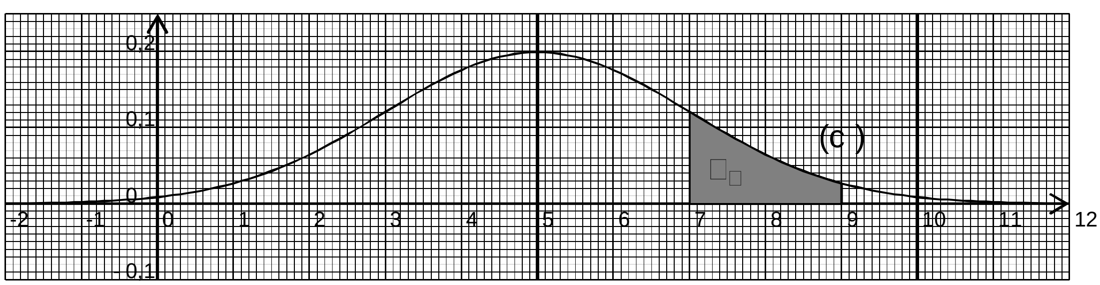


a) *$\mu = 5$ et $\sigma^2 = 4$.*

b) *L'aire du domaine A_2, représentée ci-dessous, est environ égale à 0,8.*



c) *L'aire du domaine A_3, représentée ci-dessous, est environ égale à 0,135.*



On admet, dans cette question, que $P(T \in [\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]) \approx 0{,}95$.

d) $P(T \leq 9) \approx 0{,}975$.

Exercice n°11

Nombres complexes et géométrie

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

A chaque point M d'affixe $z \neq 0$, on associe l'unique point M' d'affixe z' tel que : $z' = \left(\frac{\bar{z}}{|z|}\right)^2$.

a) *En posant* $z = x + iy$, *avec* $x \neq 0$ *ou* $y \neq 0$, *et* $z' = x' + iy'$, *on a :* $\begin{cases} x' = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \\ y' = \dfrac{2xy}{x^2 + y^2} \end{cases}$.

b) *M' appartient à l'axe des ordonnées si et seulement si M appartient à la droite d'équation* $y = x$ *privée de O.*

c) *M' est un point du cercle trigonométrique.*

d) *M' a pour affixe* -1 *si et seulement si* $z = i$ *ou* $z = -i$.

Exercice n°12

Etude d'une fonction logarithme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ de courbe représentative $\mathcal{C}$.

a) *f est croissante sur* $\mathbb{R}$.

b) *$\mathcal{C}$ admet une unique asymptote verticale.*

c) *Pour tout* $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq \ln\left(\frac{3}{4}\right)$.

d) *Il existe deux points de $\mathcal{C}$ ayant une tangente à $\mathcal{C}$ parallèle à la droite Δ d'équation* $y = x - \ln 7$.

Exercice n°13

Etude d'une fonction exponentielle :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}-2x$. On désigne par C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

a) *Pour tout réel x, on a :* $f'(x)=(e^{x}+1)(e^{x}-2)$.

b) *Pour tout réel x, on a :* $f(x)\geq -\frac{3}{2}$.

c) C_f *admet l'axe des abscisses comme asymptote horizontale en +∞.*

d) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$.

Exercice n°14

Probabilités conditionnelles :

Un joueur effectue des parties successives d'un jeu vidéo.

- La probabilité qu'il gagne la première partie est de 0,2.
- S'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,7.
- S'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,5.

Pour tout entier naturel n non nul, on note :

- E_n l'événement : « le joueur gagne la $n^{\text{ème}}$ partie » ;
- p_n la probabilité de l'événement E_n.

a) p_2 = 0,54.

b) *Le joueur gagne la deuxième partie. La probabilité qu'il ait perdu la première est 0,6.*

c) *Pour tout entier naturel n non nul, on a* $p_{n+1}=\frac{1}{5}p_n+\frac{1}{2}$

Pour le d), on donne l'algorithme ci-contre :

d) *Si on teste le programme pour n = 5 alors cet algorithme restitue la probabilité que le joueur gagne la cinquième partie.*

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  p EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE n
  p PREND_LA_VALEUR 0.2
  POUR i ALLANT_DE 2 A n
    DEBUT_POUR
    p PREND_LA_VALEUR 0.2*p+0.5
    FIN_POUR
  AFFICHER p
FIN_ALGORITHME
```

Exercice n°15

Différentes lois de probabilités.

Les questions sont indépendantes.

a) *Soit $t > 0$. Si X suit une loi uniforme sur $[0 ; t]$ telle que $p(X \leqslant 5) = 0,4$ alors $t = 20$.*

b) *Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Si X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n ; 0,3)$ d'espérance 12, alors $n = 40$.*

c) *Si X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2 \times 10^{-3}$, alors $E(X) = 5\,000$.*

d) *On considère A et B deux évènements d'une même expérience aléatoire tels que $p(A) \neq 0$ et $p(B) \neq 0$. Si $p_B(A) = p_A(B)$, alors $p(A) = p(B)$.*

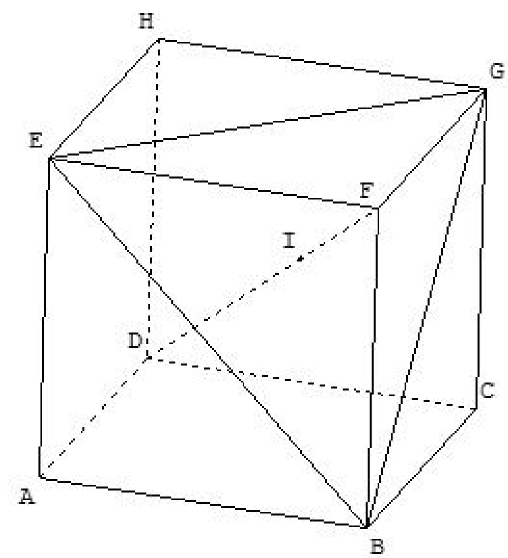
Exercice n°16

Repérage dans un cube :

Dans le cube $ABCDEFGH$, d'arête de longueur 1, on considère le repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

On rappelle que :

- Le plan médiateur d'un segment est le plan passant par le milieu de ce segment tout en lui étant perpendiculaire.
- Si M est un point de l'espace et (P) un plan de l'espace, on appelle distance du point M au plan (P) la plus petite distance *d* entre le point M et un point H du plan (P).



a) *(GDF) est le plan médiateur du segment [EB].*

b) *Le plan (BEG) a pour équation : $x - y + z = 1$.*

c) *$I\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{2}{3}\right)$ est le point d'intersection de la droite (DF) avec le plan (BEG).*

d) *La distance du point D au plan (BEG) est égale à $\frac{\sqrt{3}}{3}$.*

STAGES PRÉPA CONCOURS PUISSANCE ALPHA

LA MEILLEURE PRÉPA PUISSANCE ALPHA

- Un suivi authentique et très humain
- Préparation aux oraux
- S'entraîner aux épreuves en conditions réelles
- Une équipe pédagogique de haut niveau

[Préparation concours Puissance Alpha]

STAGES PRÉPA CONCOURS PUISSANCE ALPHA EN LIGNE

- Abordez avec sérénité les concours
- Une équipe dédiée à l'écoute de chacun,
- Des méthodes et stratégies exclusives pour les étudiants

[Stage en ligne prépa concours Puissance Alpha]

https://groupe-reussite.fr/stages/toutes-matieres/prepa-concours-puissance-alpha/france/toutes-periodes/